16

L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION, MISE EN PRATIQUE SELON L'USAGE DES FINANCIERS, GENS DE PRATIQUE, BANQUIERS, ET MARCHANDS,

NOMS DES LIBRAIRES ASSOCIÉS.

Veuve SAVOYE, BOUDET, BROCAS, HUMBLOT, DELALAIN,	rue Saint-Jacques.
LE CLERC, HOCHEREAU, FOURNIER, BAILLY,	Quai des Auguſtins.

KNAPEN, Place du Pont Saint-Michel.

CAILLEAU, rue Saint Severin.

BERTON, rue Saint-Victor.

DURAND, Neveu, rue Galande.

C. J. C. DURAND, rue du Foin, Saint-Jacques.

Veuve HUMAIRE, rue du Marché-Pallu.

NYON, le Jeune, Place des Quatre Nations.

L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION,

MISE EN PRATIQUE SELON L'USAGE DES FINANCIERS, GENS DE PRATIQUE, BANQUIERS, ET MARCHANDS,

CONTENANT

Une ample & familière explication de ses Principes, tant en nombres entiers qu'en fractions.

Un Traité de Géométrie-pratique appliquée à l'Arpentage & au Toisé, tant des Superficies que des Corps solides.

Un Abrégé d'Algèbre, suivi de quantité de Questions curieuses.

Et un Traité d'Arithmétique aux Jetons.

Par F. LE GENDRE, *Arithméticien.*

Dernière Edition, corrigée & augmentée d'une nouvelle Règle d'Alliage.

A PARIS,
CHEZ LES LIBRAIRES ASSOCIÉS.

M. DCC. LXXIV.
AVEC PRIVILÈGE DU ROI.

AVERTISSEMENT.

J'AUROIS cru paſſer pour ingrat envers le Public, ſi la dernière impreſſion de ce Livre étant finie, je n'avois pris le ſoin d'en mettre ſous la Preſſe une autre, dans laquelle vous verrez la netteté que l'Auteur s'eſt efforcé d'apporter pour rendre facile les principes de l'Arithmétique, qu'il a accommodés à l'uſage des Financiers, Gens de Pratique, des Banquiers & des Marchands, par une application convenable à toutes ſortes de ſujets, comme on le peut facilement voir dans la Table des Matières qu'il en a dreſſée; c'eſt pourquoi la pluralité des Traités qui ſont renfermés dans le corps de cet Ouvrage ne ſurprendra pas ceux qui ſçavent la dépendance & la ſubordination que les Sciences ont les unes des autres, en ce qu'ils reconnoîtront aiſément que toutes les parties qui ſont inſérées dans ce volume répondent à la fin qu'un Arithméticien véritablement habile doit avoir. L'Arithmétique

dans ſon origine étant la première partie des Mathématiques, l'Auteur a jugé à propos, pour la rendre pratique, de l'accompagner de pluſieurs Traités qui y ont du rapport; l'intelligence de celui des Fractions, qu'il a fait fort ample, eſt abſolument néceſſaire à ceux qui aſpirent aux Sciences Mathématiques, comme à l'Arpentage, au Toiſé, tant de Maçonnerie que de Charpente, à l'Algèbre, & autres parties qui en dépendent; c'eſt pourquoi la connoiſſance parfaite de l'Abrégé de Géométrie, de l'Arpentage, du Toiſé, ou de la Meſure des quantités quarrées ou ſolides, de l'Algèbre & des Queſtions utiles & curieuſes ſur divers ſujets, ſuppoſe celle de tout ce qu'il a amplement expliqué dans cette dernière Edition, à laquelle on a ajouté une nouvelle Règle d'Alliage. La longue expérience qu'il avoit de tous ces Traités, lui a donné lieu de les rendre méthodiques, faciles & d'uſage, comme on le pourra voir par l'inſpection ſeule des Propoſitions différentes, & des Queſtions curieuſes & divertiſſantes, utiles & néceſſaires à toutes ſortes d'Arts & de Profeſſions.

TABLE
DES MATIÈRES.

Fin de la Table des Matières.

APPROBATION.

J'Ai lu par l'ordre de Monseigneur le Chancelier, l'*Arithmétique de le Gendre*, augmentée, &c. & je n'y ai rien trouvé qui puiſſe en empêcher la réimpreſſion. A Paris ce 27 Mai 1745.

CLAIRAUT.

PRIVILÉGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maitres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra: SALUT. Notre bien amé MICHEL-ANTOINE DAVID, fils, Libraire à Paris, Nous a fait expoſer qu'il déſireroit faire réimprimer & donner au Public un Livre qui a pour titre, l'*Arithmétique en ſa perfection par* LE GENDRE, s'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége ſur ce néceſſaires; A CES CAUSES, voulant favorablement traiter ledit expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces préſentes de faire réimprimer ledit Livre en un ou pluſieurs volumes, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de le vendre, faire vendre, & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de neuf années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes. Faiſons défenſes à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangère dans aucun lieu de notre obéïſſance; comme auſſi à tous Libraires & Imprimeurs, d'imprimer, ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Livre, ni d'en faire aucuns extraits, ſous quelque prétexte que ce ſoit, d'augmentation, correction, changement ou autres ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Expoſant, ou de ceux qui auront droit de lui; à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers

audit Expoſant, ou à celui qui aura droit de lui; & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que la réimpreſſion dudit ouvrage ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres conformément à la feuille imprimée attachée pour modele ſous le contre-ſcel des Préſentes; que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725; qu'avant que de les expoſer en vente l'imprimé qui aura ſervi de copie à la réimpreſſion dudit Livre ſera remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée, ès mains de notre tres-cher & féal Chevalier le Sieur d'Agueſſeau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur d'Agueſſeau, Chancelier de France, le tout à peine de nullité des Préſentes: Du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant & ſes ayant cauſes, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Secrétaires, foi ſoit ajoutée, comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, nonobſtant clameur de Haro, Chartre Normande, & Lettres a ce contraires: CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris le ſixieme jour du mois d'Août, l'an de grace mil ſept cent quarante-cinq, & de notre Regne le trentieme. Par le Roi, en ſon Conſeil, SAINSON.

J'ai cédé à mon Pere, le préſent Privilége en entier. A Paris le huitieme Août 1745. DAVID, aîné.

Regiſtré, enſemble la préſente ceſſion, ſur le Regiſtre XI. de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N. 474, *fol.* 410, *conformément aux anciens Réglemens confirmés par celui du* 28 *Février* 1723. *A Paris le* 17 *Août* 1745.

VINCENT, Syndic.

L'ARITHMÉTIQUE

L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION.

DÉFINITION.

L'ARITHMÉTIQUE eſt la *Science des Nombres* ; & le nombre eſt une multitude d'unités miſes enſemble.

L'uſage de l'Arithmétique eſt de repréſenter par écrit toutes ſortes de nombres propoſés à en connoître la valeur, les ajouter enſemble, les ſouſtraire les uns des autres, les multiplier les uns par les autres, les diviſer ou partager : enfin, l'Arithmétique ſert pour mettre en pratique toutes les règles de proportion, vulgairement appellées *Règles de Trois*, dont l'utilité eſt très-grande en toutes les affaires & négociations de la vie humaine ; & de telle ſorte qu'il n'y ait point de condition ni profeſſion qui n'en ait beſoin.

L'Arithmétique ſe pratique par le moyen de quatre préceptes ou opérations, qui ſont, Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion, tant en nombres entiers, qu'en fractions; leſquelles étant bien entendues, on peut réſoudre par elles

toutes questions de solution possible, proposées sur les nombres.

L'Arithmétique se divise en deux parties, sçavoir en Arithmetique Vulgaire, de laquelle je me propose d'expliquer amplement & familièrement les préceptes nécessaires pour résoudre les questions proposées en icelle ; & en Arithmétique d'Algebre, de laquelle j'expliquerai les quatre préceptes ou opérations d'Adition, Soustraction, Multiplication & Division, au commencement d'un Questionnaire que je donnerai ensuite de mon Traité de Géométrie.

L'Arithmétique est double, l'une Théorique, & l'autre Pratique.

L'Arithmétique Théorique est celle qui considère les propriétés des nombres, en tant qu'ils sont composés de plusieurs unités.

L'Arithmétique Pratique est celle qui joint le nombre avec la matière, & qui emploie son office dans le commerce des hommes, soit pour la Géométrie, Astronomie, Fortifications, Finances, & Marchandises, &c. Et pour cette utilité, il est nécessaire que les raisons de la Théorique soient jointes à la Pratique, d'autant qu'en l'Arithmétique conçue purement, il n'y a que l'Addition d'un nombre avec un autre, & au contraire, la Soustraction d'un nombre de l'autre : Tout le reste, comme la Multiplication qui est un abrégé de l'Addition, & la Division un abrégé de la Soustraction, comme aussi les autres Règles qui suivent, dépendent de la Géométrie pour le raisonnement, & empruntent seulement de l'Arithmétique les caractères, lesquelles y servent, comme aussi de l'Addition, & de la Soustraction, qui sont propres à la même Arithmétique.

L'Arithmétique Pratique, outre qu'elle emprunte l'utilité & le nombre de la Théorique, elle sous-en-

tend que l'unité eſt diviſible à l'infini, en diminuant, de même qu'elle va augmentant le nombre à l'infini par ſon Addition, quoique la ſpéculative la conſidère indiviſible.

Or, ce n'eſt pas qu'à proprement parler le nombre, comme il vient d'être dit, ſoit joint avec la matière en la pratique de l'Arithmétique; mais c'eſt que l'on lui approprie pour déterminer les choſes matérielles, leſquelles on veut exprimer: Et c'eſt pourquoi le nombre eſt diſtingué en deux façons, ſçavoir en nombre nombrant, & en nombre nombré.

Le nombre nombrant eſt celui qui donne à connoître par les unités qu'il contient, combien il y a de choſes nombrées. Et le nombre nombré ſont les choſes nombrées; comme quand on dit: Il y a 24 hommes, livres, écus, &c. ce nombre 24, ſoit qu'il ſoit écrit ou énoncé par la voix, eſt appellé nombrant, & les hommes, livres, écus, &c. nombre nombré.

Il y a deux ſortes de nombres: La première eſt des nombres entiers; la ſeconde des nombre rompus, vulgairement appellés parties ou fractions de quelque entier.

Le nombre entier eſt une multitude d'unités toutes entières, comme trois aunes, ſept écus, cent livres, &c.

Le nombre rompu ou en fraction eſt de deux ſortes.

La première eſt des fractions ſimples; la ſeconde des fractions compoſées.

La fraction ſimple contient une ou pluſieurs parties de quelque entier, comme un tiers d'aune, trois quarts de livre, cinq ſixième d'un écu.

La fraction compoſée eſt celle que l'on appelle vulgairement fraction de fraction, comme quand on dit: Les deux tiers de trois quarts de vingt ſols

qui eſt autant que de dire : Les deux tiers de quinze ſols, c'eſt-à-dire, dix ſols; voyez ſur ce ſujet le Traité des Fractions.

Le nombre, outre ce que je viens de dire, eſt diviſé en nombre ſimple, articulé ou compoſé.

On appelle nombre ſimple tout nombre qui eſt au-deſſous de 10, & qui s'exprime par une ſeule figures, comme 4, 6, 8, &c.

Le nombre articulé eſt celui qui ſe ſépare également en dixaines, c'eſt-à-dire, tout nombre qui eſt fait de deux figures ou plus, deſquelles la première à main droite eſt zéro, comme 10, 20, 30, 100, 200, 300, &c.

Le nombre compoſé eſt celui qui provient du ſimple & de l'articulé; tels ſont les nombres qui s'expriment par pluſieurs figures, donr la première à la droite n'eſt pas zéro : par exemple, 24, 91, 102, 138, &c.

Le nombre eſt encore diviſé en nombre parfait & imparfait.

Le nombre parfait eſt celui duquel les parties aliquotes, étant ajoutées, produiſent préciſément leur tout, comme 6, 28, 496.

Les parties aliquotes de 6 ſont 3, 2, 1, leſquelles jointes enſemble font 6. Les parties aliquotes de 28 ſont 14, 7, 4, 2, 1, leſquelles jointes enſemble font 28, &c.

Le nombre imparfait eſt celui duquel les parties aliquotes étant jointes font plus ou moins que leur tout dont elles ſont parties.

Les nombres imparfaits ſont de deux eſpèces, ſçavoir, défectueux ou abondans.

Les nombres défectueux ſont ceux deſquels les parties aliquotes ajoutées enſemble, font moins que le nombre duquel elles ſont parties, comme 16, dont les parties aliquotes 8, 4, 2, 1, étant ajoutées, font ſeulement 15, qui ſont moins que 16.

Les abondans ſont ceux deſquels les parties ajoutées enſemble font plus que le nombre duquel elles ſont parties, comme 12, dont les parties aliquotes 6, 4, 3, 2, 1, étant ajoutées, font 16, qui ſont plus que 12, &c.

De plus, le nombre eſt diviſé en nombre pair & nombre impair.

Le nombre pair eſt celui qui ſe peut diviſer en deux parties égales ſans reſte, comme 24, 12, 10, 6, &c.

Le nombre impair eſt celui qui ne ſe peut diviſer en deux parties égales ſans reſte, comme 3, 5, 7, 9, &c.

Enfin, le nombre eſt diviſé en quarré, cube & ſourd.

Après avoir défini l'Arithmétique & le nombre, & donné leurs diviſions, il en faut faire voir l'uſage, qui eſt le deſſein que j'ai pris pour toute mon Arithmétique, dans laquelle je donnerai une ample explication de tous les préceptes & règles d'icelle, non-ſeulement en nombres entiers, mais auſſi en fractions, ſur leſquelles je propoſerai quantité de queſtions curieuſes, accompagnées de leur conſtruction pour la réſolution d'icelles, leſquelles ſe verront au Traité des Fractions, & dans mon Queſtionnaire.

Afin donc de commencer cet Ouvrage, & entrer en matière, je dirai qu'en l'Arithmétique on ſe ſert de dix caractères différens, qui ſont 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 ou zéro, qui ſignifient,
un deux trois quatre cinq ſix ſept huit neuf zéro
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
deſquels caractères neuf ſont appellés figures ſignificatives, dont le zéro ne ſignifie rien, ſinon entant qu'il eſt poſé au-devant de quelqu'autre figure : Et par le moyen de ces dix figures on peut repréſenter toutes ſortes de nombres propoſés, ſoit

qu'ils ſoient énoncés par la voix ou par l'écrit ; comme, par exemple, ſi on vouloit exprimer quatre cens vingt-cinq, on les poſera 425, ainſi des autres.

Il faut noter qu'une ſeule figure ne vaut que ſa valeur, comme 4 ſimplement ne vaut que quatre ; mais ſi on met un zero au-devant de ce même 4, alors il ſera augmenté de dix fois ſa valeur, c'eſt-à-dire, qu'il vaudra 40 ou quarante ; ſi on y met deux zeros ou 00, il ſera augmenté de cent fois ſa valeur, & vaudra 400 ou quatre cens ; ſi on y met trois zeros, on l'augmentera de mille fois ; ainſi des autres, comme il ſe voit,

4	40	400	4000
quatre	quarante	quatre cens	quatre mille.

Et ſi au lieu des zeros il y a des caractères ſignificatifs, ils conſervent leur valeur ſelon leur ordre, comme 4537 qui ſignifient 4000, 500, 30, 7.

Voyez ſur ce ſujet la numération ci-après.

Mais auparavant que de l'expliquer, je donnerai la Table ſuivante, pour faire voir la fabrique des chiffres qui ſervent ordinairement, tant aux Financiers qu'aux Marchands : comme auſſi l'uſage de certaines notes ou lettres alphabétiques qui ſont numérales, & dont on peut ſe ſervir pour dénoter quelque multitude ou quantité que ce ſoit, comme les ſiècles, les ans, les mois, les jours, les heures, les hommes, les poids, les meſures, &c. leſquelles notes ou lettres ſont appellées élémens de l'Arithmétique.

Tables des Notes ou Caractères, tant antiques que modernes.

un	1	I
deux	2	I I
trois	3	I I I
quatre	4	I V
cinq	5	V
ſix	6	V I
ſept	7	V I I
huit	8	V I I I
neuf	9	I X
dix	10	X
vingt	20	X X
trente	30	X X X
quarante	40	X L
cinquante	50	L
ſoixante	60	L X
ſoixante-dix	70	L X X
quatre-vingt	80	I I I I xx *ou* L X X X
quatre-vingt-dix	90	I I I I xx X *ou* X C
cent	100	C
deux cens	200	C C *ou* I I c
trois cens	300	C C C *ou* I I I c
quatre cens	400	C C C C *ou* I V c
cinq cens	500	V c *ou* D *ou* I Ɔ
ſix cens	600	V I c *ou* D C *ou* I Ɔ c
ſept cens	700	V I I c *ou* D C C *ou* I Ɔ c c
huit cens	800	V I I I c *ou* D C C C *ou* I Ɔ c c c
neuf cens.	900	I X c *ou* DCCCC *ou* I Ɔ c c c c
mille	1000	M *ou* c I Ɔ

1	I
10	X
100	C

1000	M *ou* CIↃ *ou* I
10000	X M *ou* X
100000	C M *ou* C̄

1000000	MM
10000000	X MM
100000000	C M M

Vous voyez par la Table ci-dessus, qu'il y a sept lettres en l'Alphabeth qui sont numérales, par lesquelles on peut exprimer tous nombres entiers : Ces lettres sont

C. D. I. L. M. V. X.

Anciennement chacunes d'icelles signifioit mille fois sa valeur, ayant un trait au-dessus, comme il se voit ci-dessous.

C̄. D̄. Ī. D̄. M̄. V̄. X̄.

De la Numération.

Nombrer est exprimer la valeur d'un ou plusieurs caractères d'Arithmétique mis d'ordre, comme :

1
10
100

1000
10000
100000

Les zeros étant changés en d'autres caractères ; le nom & la signification ne change point ; comme si au lieu de 1000 on trouve 1574, cela feroit toujour 1000 & encore 500, 70 & 4, & ainsi des autres : Et si on veut exprimer le nombre suivant, qui est 567, 456, 789, 346, on considérera l'ordre de la numération pour avoir la valeur de

chaque caractère, tant ſelon ſes unités que ſelon ſon ordre.

Echelle de Numération.

5	6	7	4	5	6	7	8	9	3	4	6
centaine de milliars	dixaine de milliars	milliars	centaine de million	dixaine de million	million	centaine de mille	dixaine de mille	mille	centaine	dixaine	nombre

Maintenant ſi on veut ſçavoir à combien ſe monte la ſomme ci-deſſus, on ſéparera le nombre de trois en trois figures, comme il ſe voit, commençant à la main droite en tirant vers la gauche, & chacune de ces ſéparations s'appelle période, laquelle n'eſt autre choſe qu'une répétition de nombre, dixaine, centaine; mais ſelon la diverſité des périodes en s'éloignant du premier caractère vers la main droite, on changera de dénomination; car au premier période, qui eſt 346, on dira ſimplement trois cens quarante ſix; au ſecond période qui eſt 789, on dira ſept cens quatre-vingt-neuf mille; au troiſième qui eſt 456, on dira quatre cens cinquante-ſix millions; & au quatrième & dernier qui eſt 567, on dira cinq cens ſoixante-ſept milliars, & ainſi de ſuite. Enfin quand on voudra trouver la valeur de quelque nombre on commencera à nombrer, ou, comme l'on dit vulgairement, à décompter par le premier caractère de la main droite en rétrogradant vers la gauche, diſant ainſi qu'il ſe voit à l'Échelle de numération; nombre, dixaine, centaine, &c. & on trouvera par cet ordre que le nombre propoſé ci-deſſus vaut cinq cent ſoixante-ſept milliars, quatre cens cinquante-ſix millions, ſept cens quatre-vingt-neuf mille, trois cens quarante-ſix.

Aprés avoir amplement expliqué les élémens de l'Arithmétique, leur valeur & l'ordre de la numération d'iceux, il convient passer à l'explication des Règles, dont la première est l'Addition.

ADDITION, PREMIERE REGLE.

Définition de l'Addition.

AJouter est assembler plusieurs sommes ou nombres particuliers de même espèce, pour trouver la somme totale, qui est le résultat de la Règle. Je dis de même espèce, parce qu'on ne doit pas ajouter des livres avec des écus, ou des sols avec des deniers confusément; mais les deniers avec les deniers, les sols avec les sols, les livres avec les livres, & ainsi des autres, comme il se verra dans l'exemple de l'Addition ci-dessous.

Exemple d'Addition en nombre entier.

Il est dû à un particulier les quatre sommes suivantes, sçavoir 4354 liv. 345 liv. 48 liv. & 7 livres; on demande combien il lui est dû en tout. ℞. 4754 liv. qui lui sont dûes. Pour ce faire il faut poser les sommes à ajouter ci-dessus les unes sous les autres, desorte que les nombres soient sous les nombres, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, &c. Cela fait, on commencera à nombrer tous les caractères de la première colonne à main droite, disant: Tant avec tant fait tant, qui est la manière de parler de l'Addition, comme 7 & 8 font 15 & 5 font 20, &c. comme il sera expliqué ci-après.

Opération.

	D C B A	
Sommes particulières	4 3 5 4	livres.
à ajouter	3 4 5	
	4 8	
	7	
Somme totale	4 7 5 4	livres.

Ayant ainsi posé les quatre sommes les unes sous les autres, il faut commencer à compter par la colomne A, disant de bas en haut, 7 & 8 font 15, & 5 font 20, & 4 font 24: De 24 je pose le surplus des dixaines, sçavoir 4, & retiens les deux dixaines que je porte à la colomne B, disant: 2 & 4 font 6, & 4 font 10, & 5 font 15: je pose 5, & retiens une dixaine que je porte à la colomne C, disant: 1 & 3 font 4, & 3 font 7: je pose 7 sous la même colomne C, & ne retiens rien. Enfin il se trouve seulement 4 dans la colomne D, que j'écris sous la même colomne D, ainsi des autres.

Il faut remarquer que faisant l'Addition de chaque colomne, si les dixaines se trouvent complettes, comme 10, 20, 30, 40, &c. il faut poser zero dessous, & retenir une dixaine, ou plus, s'il y échet, que l'on joindra à la colomne suivante, & ainsi de colomne en colomne, comme il se voit en l'exemple ci-dessous.

Question.

Dans une Armée il y a des Soldats de quatre différentes Nations, comme ci-dessous; on demande combien il y a de Soldats en tout.

Sçavoir,	4532	Soldats-François.
plus	5327	Alllemands.
plus	3459	Lorrains.
plus	682	Suisses.
℞.	14000	Soldats.

Ayant fait l'Addition, il eſt venu 14000 Soldats en tout, & c'eſt la réponſe.

Exemple d'Addition compoſée de livres, ſols, & deniers.

Un particulier fait revue de ſes comptes, & trouve qu'il lui eſt dû d'une part,

	D C B A			
Sçavoir,	2 3 3 4 liv.	17 ſ.	8 den.	on demande combien il lui eſt dû en tout.
plus	5 6 7 8	15	7	
plus	3 0 5	19	6	
plus	4 8	2	4	
plus	9	3	3	
Somme totale	8 3 7 6 liv.	18 ſ.	4 den.	qui lui ſont dûs.

Ayant diſpoſés les ſommes particulières comme ci-deſſus, ſçavoir les livres ſous les livres, les ſols ſous les ſols, & les deniers ſous les deniers, on commencera à compter par la colomne des deniers, qui font 28 en leur total, qui valent 2 ſols 4 deniers; il faut poſer les 4 deniers, & retenir les 2 ſols, qu'il faut joindre à la première colomne des ſols, où il ſe trouve 28 ſols, deſquels faut poſer 8 ſols, & en retenir 2 dixaines, qu'il faut retenir pour les joindre à la ſeconde colomne des ſols, diſant: 2 dixaines retenues & 1 font 3, & 1 font 4, & 1 font 5 dixaines, ou 50 ſols, qui valent 2 liv. 10 ſ. je poſe une dixaine qui vaut 10 ſ. derrière les 8 ſ. déja poſés, & retiens 2 liv. qu'il faut joindre à la prochaine colomne des livres, marquée A, diſant 2 livres que j'ai retenues & 9 font 11, & 8 font 19, & 5 font 24, & 8 font 32, & 4 font 36; je poſe 6 & retiens 3 dixaines que je porte à la colomne B, & continuant d'ajouter de même ordre de colomne en colomne juſqu'à la colomne D, comme il a été expliqué ci-devant, on trouvera que la ſomme

totale eſt 8376 livres 18 ſols 4 deniers ; ainſi des autres.

PREUVE DE L'ADDITION.

Avertiſſement ſur la preuve des quatre Règles, que l'on appelle Preuve de 9.

Quoique l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & la Diviſion, qui ſont les quatre préceptes deſquels on ſe ſert pour faire toutes les Règles d'Arithmetique en nombres entiers, ſe doivent prouver par leur contraire ; ſçavoir l'Addition par la Souſtraction, & la Souſtraction par l'Addition, la Multiplication par la Diviſion, & la Diviſion par la Multiplication ; néanmoins il ſemble qu'il ſoit néceſſaire en certaines choſes de ſuivre l'uſage & la pratique ancienne, & ſe conformer en quelque façon au deſir de ceux qui cherchent la facilité. C'eſt pourquoi je n'ai pas voulu négliger de donner l'explication de la preuve de l'Addition par 9, quoiqu'elle ſoit ſujette à manquer, comme je ferai voir ci-après par raiſon évidente.

Enſuite de quoi j'expliquerai la preuve de la même Règle d'Addition, laquelle ſe fait par Souſtraction.

Exemple d'addition en nombres entiers, pour la pratique de la preuve par 9.

	4457 liv.		On fera l'Addi-
Sommes à	3989	2	tion comme il a
ajouter	707	——	été enſeigné ci-
	97	2	devant.
	40		
Somme totale	9290 liv.		

Explication de la preuve par 9.

Pour prouver l'Addition ci-deſſus, il faut nombrer tous les caractères de chaque colomne, commençant à main gauche de haut en bas, ou de bas en haut indifféremment, & rejetter tous les 9

à mesure qu'il s'en rencontre dans les nombres, soit en figures, soit en valeur, & à la fin poser sur une ligne le surplus de 9.

Ensuite il faut tirer la preuve de la somme totale, rejettant les 9 comme dessus; & si le surplus de 9 vient égal au premier reste posé sur ladite ligne, la somme totale de l'Addition sera la véritable somme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessus, où il reste 2 pour preuve, tant des sommes particulières, que de la somme totale; mais ce n'est qu'entant que l'on peut estimer bonne la preuve par 9, parce qu'elle est sujette à manquer.

La raison est, que si par malice, ou par mécompte on met un 9 pour un zero, ou au contraire, ou que l'on change quelque caractère de place, tant aux sommes particulières, qu'à la somme totale, la preuve ne laisse pas de se trouver bonne, & néanmoins la Règle est fausse: Au lieu, au contraire, que lorsque la preuve est fausse, la Règle est fausse aussi, comme il se voit dans l'exemple ci-dessus, où la somme totale est 9290, laquelle étant supposée être 9920, si on en tire la preuve, elle se trouvera bonne, parce que le surplus de 9 est 2, comme ci-devant, & cependant la Règle seroit fausse.

Si au contraire on supposoit la somme totale de l'Addition ci-dessus être 9820, la preuve seroit fausse, & partant la Règle fausse aussi, & ainsi des autres Additions, tant en nombres entiers, que de diverses espèces, soit d'Addition, Soustraction, Multiplication ou Division: C'est pourquoi je ne vous conseille de vous en servir, que par supplément de la véritable preuve, laquelle se fait par le contraire, c'est-à-dire par Soustraction.

Autre avertissement sur la preuve de l'Addition par 9.

Si les sommes particulières à ajouter sont com-

poſées de livres, ſols & deniers, comme à l'exemples ſuivant, qui ſervira auſſi pour expliquer la preuve de l'Addition par la Souſtraction; alors on gardera le même ordre ci-deſſus pour les livres, qui eſt de rejetter tous les 9 qui ſe trouveront; mais au lieu que l'on écrit tout ſimplement le ſurplus de 9 ſur une ligne, quand il n'y a que des livres à ajouter, ici dans l'Addition de livres, ſols & deniers, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, il faut doubler le ſurplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux ſols, deſquels il faut tirer la preuve de même, & tripler le ſurplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux deniers, deſquels il faut encore tirer la preuve, & viendra 2, qu'il faut écrire ſur une ligne.

Enfin, il faut tirer la preuve de la ſomme totale en même raiſon; ſçavoir, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, de doubler le ſurplus de 9 pour le porter aux ſols; & tripler le ſurplus de 9 aux ſols pour les porter aux deniers, deſquels ayant tiré la preuve, le ſurplus de 9, qui ſera 2, ſe doit écrire ſous la même ligne, deſquels deux reſtes ſe trouvant égaux, on doit conclure que la Règle eſt bien faite comme il ſe voit dans l'exemple ci-deſſous, où la preuve des deniers de la ſomme totale ſe trouve égale à la preuve des deniers des ſommes particulières, ſçavoir 2 & 2.

La raiſon pourquoi, après avoir tiré la preuve des livres, on double le ſurplus de 9 pour le joindre aux ſols, c'eſt que chaque livre vaut 20 ſols, & que la preuve de 20 eſt deux; comme auſſi pourquoi, après avoir tiré la preuve des ſols, on triple le ſurplus de 9 pour le porter aux deniers, c'eſt que chaque ſol vaut 12 deniers, & que la preuve de 12, c'eſt-à-dire, le ſurplus de 9 eſt 3.

On obſervera le même ordre pour la preuve de la Souſtraction, Multiplication, & Diviſion, lorſ-

qu'il y aura livres, sols & deniers, de doubler aux livres, tripler aux sols, & aux deniers écrire la preuve comme elle se trouvera, comme il vient d'être dit pour l'Addition; c'est pourquoi l'explication ci-dessus servira pour la preuve par 9 des autres Règles, sans en donner d'autres raisons, sinon les précédentes.

Exemple d'Addition, par livres, sols & deniers.

Un particulier est comptable des quatre sommes ci-dessous, on demande à combien se monte la somme totale.

	D	C	B	A						
	2	3	4	5	liv.	15	f.	6	den.	
Sommes à	4	5	6	7		9		3	Preuve	2
ajouter		4	5	6		7		9	par 9	—
		3	2	5		6		2		2
Somme totale	7	6	9	4	liv.	18	f.	8	den.	
Preuve par la Soustraction.	1	1	2	1		1		0		

Ayant fait l'Addition, ci-dessus, comme il a été enseigné ci-devant, il est venu pour somme totale 7694 livres 18 sols 8 deniers.

Preuve de l'Addition par la Soustraction.

Pour faire la preuve de l'Addition ci-dessus par la Soustraction, il faut nouvellement ajouter les nombres de la colomne D, on trouvera 6, qu'il faut ôter du 7 de la somme totale, & reste 1, qu'il faut écrire sous le même 7: Ensuite ajoutant les nombres de la colomne C, vient 15, qu'il faut ôter de 16, composés de l'unité ou dixaine restée, & du 6 qui est ensuite du 7 de la même somme totale, & reste 1, qu'il faut écrire sous le même 6: Ensuite ajoutant les nombres de la colomne B, il se trouve 17, qu'il faut ôter de 19, composés de l'unité ou dixaine restée, & du 9 de la somme totale, & le

reste est 2 : Puis ajoutant les nombres de la colomne A, il se trouve 23, qu'il faut ôter de 24, composés de deux unités ou dixaines restées, & du 4 de la même colomne totale, & reste 1, c'est-à-dire, 1 livre en cet endroit, qu'il faut compter pour 20 sols.

Ensuite nombrant les sols, on en trouve 37, qu'il faut ôter de 38, composés de la livre restée valant 20 sols, & des 18 sols de la somme totale, & reste 1; c'est-à-dire, 1 sol en cet endroit, qui vaut 12 deniers.

Enfin comptant tous les deniers, il se trouve 20 den. qu'il faut ôter de 20 den. composés du sol resté 1 valant 12 den. & des 8 den. de la somme totale, il ne reste rien, comme veut la Règle; partant il faut conclure que la véritable somme totale est 7694 livres 18 sols 8 deniers.

Quand l'Addition n'est que des nombres entiers, comme d'hommes, de livres, écus, &c. il faut observer le même ordre que dessus; & ôtant ce qui se trouve dans chaque colomne, de ce qui se trouve dessous à la somme totale, il ne doit rien rester à la dernière Soustraction, autrement la Règle seroit fausse.

Si en l'Addition il y a (comme il arrive souvent dans les Livres des comptes) 25, 30, ou plus de sommes à ajouter, comme ci-dessous, lors il les faut séparer de 6 en 6, ou de 8 en 8; selon la commodité de celui qui compte, & cotter à part les produits de chaque somme séparée, pour les ajouter en une somme qui sera la totale.

Exemple.

Somme à ajouter.

121 livres.
232
343
452
563
674 — 2385 Prémier produit.

785
896
927
238
349
452 — 3647 Second produit.

563
624
755
836
947
358 — 4083 Troſième produit.

Addition des trois produits.

2385 liv.
3647
4083

10115 l. Somme des trois produits.

Ayant ſéparé les ſommes à ajouter de 6 en 6, & trouvé trois produits, comme il ſe voit, après les avoir ajoutés, il eſt venu 10115 livres pour ſomme totale de l'Addition entière.

On voit par cet ordre que l'on peut ajouter quantité de ſommes particulières, ſans charger la mémoire, & ſans embarras.

Avertiſſement ſur l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion.

COmme il eſt néceſſaire, outre l'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion, par li-

vres, sols & deniers, d'en faire faire d'autres, comme la ℔ de poids & de ses parties, du marc de même, comme aussi de la toise, de la perche, & de leurs parties, &c. j'ai trouvé à propos de donner les Tables suivantes, par lesquelles on connoîtra la division de chaque espèce superieure en ses parties inferieures prochaines.

Première Table, qui est des Monnoyes.

La livre tournois vaut	20 s. tournois.
Le sol tournois	12 d. tournois.
L'écu d'or sol ou de banque vaut 3 liv. ou 60 sols.	

2. *De la ℔ de poids, & du marc.*

La ℔ pour peser la soie se divise en	15 onces.
La ℔ marchande ou de Douane se divise en	16 onces.
ou	2 marcs.
Le marc se divise en	8 onces.
L'once en	8 gros.
Le gros en 3 deniers, ou	72 grains.
Le denier en	24 grains.

3. *De l'Aunage.*

L'aune se de divise en 2 demi-aunes, en 4 quarts, en 8 huitièmes, en 16 seixièmes, &c.

Plus en 3 tiers, en 6 sixièmes, en 12 douxièmes, &c.

4. *De la Toise.*

La toise se divise en	6 pieds de Roi.
Le pied en	12 pouces.
Le pouce en	12 lignes.
La ligne en	12 points.

5. *De l'Arpent.*

L'apent contient 100 perches quarrées.

La perche anciennement se divisoit en 28 pieds; mais maintenant elle se divise selon la coutume des Pays; sçavoir:

En quelques lieux, comme en la Prévôté & Vicomté de Paris, elle est de 18 pieds.

En d'autres de 19, 20, 22, 24, &c.

Enfin on se règle selon la coutume du Pays, pour

la division de la perche en ses pieds.

La division du pied de Roi ne change jamais, il est toujours de 12 pouces.

6. Du muid de sel, ou de bled.

Le muid de sel ou de bled se divise en 12 setiers.
Le setier en 4 minots.
Le minot en demi & en quarts.
Le quart en 16 litrons.
Le muid de bled contient aussi 12 setiers.
Le setier 2 mines, ou 12 boisseaux.

7. Du muid de Vin.

Le muid de vin, mesure de Paris, contient 150 quartes ou 300 pintes, marc & lie, & 280 pintes de vin clair.

La quarte 2 pintes.
La pinte. 2 chopines.
La chopine 2 demi-setiers.

D'où s'ensuit que quand on voudra faire Addition, ou quelqu'autre opération, comme Soustraction, Multiplication, ou Division, concernant quelqu'une des susdites espèces, comme de la ℔ de poids & de ses parties, on considèrera en matière d'Addition, qu'il faut commencer à ajouter par les plus petites parties; par conséquent on commencera à compter par les gros, & pour 8 gros on retiendra un once, que l'on joindra aux onces, & le surplus de 8 gros ou de 16 gros, &c. sera écrit sous les mêmes gros; pour 16 onces on retiendra une ℔, que l'on joindra aux ℔, & le surplus de 16 onces ou 32 onces sera écrit sous les mêmes onces, puis nombrant les ℔ entières, on trouvera la quantité requise.

De même faisant Addition du marc & de ses parties on retiendra un denier pour 24 grains, pour 3 deniers un gros, pour 8 gros une once, & pour 8 onces un marc.

De même dans l'Addition de la toise & de ses par-

tes on retiendra pour 12 points une ligne, pour 12 lignes un pouce, pour 12 pouces un pied, & pour 6 pieds une toiſe.

On obſervera le même dans l'Addition de quelqu'autre eſpèce que ce ſoit, & de ſes parties.

Pour la pratique du diſcours ci-deſſus, je donnerai les exemples ſuivans.

Addition de la ℔ de poids, onces & gros.

Nombres à ajouter	3 ℔	5 onces	5 gros.
	4	6	7
	8	4	3
Somme totale	16 ℔	0	7 gros.

Addition du marc, onces, gros, &c.

Nombres à ajoute	4 marcs	3 onces	4 gros	1 d.	13 gr.
	3	5	6	2	7
	8	6	3	1	9
Somme totale	16 marcs	7 onces	6 gros	2 d.	5 gr.

Addition de la toiſe, pieds, pouces, &c.

	5 toiſes	4 pieds	9 pouces	7 lig.	3 p.
Nombres à ajouter	4	3	3	6	4
	5	4	3	2	3
	6	5	8	8	2
Somme totale	23	0	1	0	0

La preuve de ces Additions ſe doit faire par Souſtraction, comme il a été enſeigné pour la même preuve d'Addition par livres, ſols & deniers, obſervant de réduire les eſpèces ſupérieures procédant de la droite à la gauche en leurs inférieures prochaines ſelon leur valeur, & faire la Souſtraction d'eſpèce en eſpèce juſqu'à la fin, où il ne doit rien reſter, autrement la Règle ſeroit fauſſe.

SOUSTRACTION, II. REGLE.

Définition de la Soustraction.

SOustraire est ôter un petit nombre d'un plus grand pour trouver le reste qui est le résultat de la Règle.

Les deux premiers nombres doivent être de même espèce, desquels le plus grand s'appelle la *dette*, & le moindre la *paye*.

Il faut poser l'un sous l'autre; sçavoir la paye sous la dette, selon l'ordre de la numération, & une ligne dessous.

Cela fait, pour trouver le reste que l'on cherche, il faut ôter ou lever les figures inférieures des figures supérieures de colomne en colomne l'une après l'autre, commençant la Soustraction à main droite, & finissant à la gauche, disant ainsi: Qui de tant ôte tant, reste tant, qui sont les termes de parler de la Soustraction, comme qui de ce 7 ôte 2, reste 5.

Si dans une même colomne les figures de la paye & de la dette se trouvent égales, comme s'il se trouvoit 5 à la dette & 5 dessous à la paye, il faudroit dire: Qui de 5 ôte 5 reste rien, & pour exprimer ce rien, il faut souscrire un zero sous le 5.

Si la figure supérieure de la dette est plus grande que la figure de la paye qui lui correspond, ayant fait la Soustraction, il faut écrire le surplus au-dessous: Si elle est moindre, il faut emprunter une dixaine sur la figure précédente significative, laquelle dixaine sera jointe à la figure pour laquelle on a emprunté, posant un point sur la figure où

l'emprunt s'eſt fait,pour marque de diminution d'un, puis ſouſtraire l'un de l'autre ſelon l'ordre de la Souſtraction.

On remarquera qu'aux nombres entiers, ſi on emprunte pour un zero, le zero vaudra 10, & ſi on emprunte derrière un ou pluſieurs zeros, chaque zero vaudra 9, comme il ſe verra dans l'exemple ci-deſſous, où ſont pratiquées toutes les obſervations décrites ci-deſſus.

Exemple de Souſtraction en nombres entiers.

Quelqu'un eſt comptable au Roi de la ſomme de 50009245; ſur quoi il a fait dépenſe de 16045742, on demande de combien il eſt redevable?

Opération de la Règle.

	H	G	F	E	D	C	B	A
	•	•	•		•			
Dette	5	0	0	0	9	2	4	5
Paye	1	6	0	4	5	7	4	2
Reſte à payer	3	3	9	6	3	5	0	3

Explication de la Règle.

Ayant ainſi poſé les deux ſommes l'une ſous l'autre; ſçavoir la paye ſous la dette, & une ligne deſſous; je commence à ſouſtraire par la colonne A, diſant: Qui de 5 paye 2, reſte 3, que j'écris au-deſſous de la ligne & de la même colomne A.

Enſuite paſſant à la colomne B, je dis, Qui de 4 paye 4, il ne reſte rien, j'écris zero de ſuite ſous le 4.

Je paſſe à la colomne C, diſant: Qui de 2 paye 7, cela ne ſe peut, j'emprunte une dixaine ſur le 9 prochain de la colomne D, que j'ajoute au même 2, puis je dis: Qui de 12 paye 7, reſte 5.

Enſuite le 9 de la colomne D ne valant plus que 8

à cause de l'emprunt, je dis : Qui de 8 paye 5 reste 3:

Ensuite de quoi je passe à la colomne E, disant : Qui de zero paye 4, cela ne se peut, j'emprunte une dixaine sur le 5 de la colomne H ; puis je dis : Qui de 10 paye 4, reste 6.

Ensuite à cause que l'emprunt a été fait derrière le zero de la colomne G, ce même zero vaut 9 ; je dis donc : Qui de 9 paye zero ou rien, reste 9 que j'écris.

Continuant, je compte le zero de la colomne G pour 9 aussi-bien que le zero de la colomne F, & je dis : Qui de 9 paye 6, reste 3.

Enfin, passant au 5 de la colomne H, réduit à 4 à cause de l'emprunt, je dis : Qui de 4 paye 1, reste 3, d'où je conclus qu'il reste à payer 33963503.

C'est tout ce qui se peut dire pour l'art de soustraire les nombres entiers, ou simples espèces, les uns des autres.

Preuve de Soustraction par l'Addition.

Comme l'Addition précédente se prouve par son contraire, qui est la Soustraction ; de même il faut prouver la Soustraction par son contraire, qui est l'Addition.

Exemple.

Quelqu'un doit 30020 livres, & il en paye comptant 12789 livres, on demande ce qu'il doit de reste.

Faites l'opération de la Soustraction suivante comme il vient d'être enseigné.

Dette	30020 liv.
Paye	12789
Reste à payer	17231
Preuve	30020 liv.

Pour

Pour faire la preuve de cette Souſtraction, & généralement de toutes les autres, il faut ajouter la paye avec le reſte à payer, & la ſomme de l'Addition doit être égale à la dette : c'eſt la preuve.

Le même ordre doit s'obſerver pour la preuve de la Souſtraction, ſoit qu'il y ait des livres, ſols & deniers à ſouſtraire des livres, ſols & deniers, ou autres eſpèces, comme marcs, onces, gros, &c. à ſouſtraire de marcs, onces, gros, &c. comme auſſi toiſes, pieds, pouces à ſouſtraire de toiſes, pieds, pouces.

Si les deux ſommes, c'eſt-à-dire la dette & la paye, ou une des deux ſeulement, la dette ou la paye, ſont compoſées de quelques ſous-eſpèces, comme de livres, ſols & deniers, on commencera à ſouſtraire les deniers les uns des autres, s'il ſe peut, & des deniers on paſſera aux ſols, que l'on ſouſtraira de même les uns des autres.

On remarquera que quand on emprunte pour les deniers, l'emprunt doit être toujours d'un ſol, que l'on doit compter pour 12 deniers, qu'il faut joindre aux deniers, ſoit qu'il y ait des ſols à la colomne des ſols ou non ; & l'emprunt pour les ſols eſt toujours d'une livre ou 20 ſols, que l'on prend ſur la première figure ſignificative des livres ; on operera au ſurplus pour les entiers, comme il vient d'être enſeigné ci-devant.

Exemple de Souſtraction par livres, ſols & deniers.

Dette	427 livres	15 ſols	9 deniers.
Paye	195	7	5
Reſte	232	8	4

Autre Exemple de Souſtraction, où il faudra emprunter ſur les ſols pour les deniers, & ſur les livres pour les ſols.

Dette	78 liv.	2 ſols	5 den.		2
Paye	35	9	7	Preuve par 9	—
					2
Reſte	42 liv.	12 ſols	10 den.	{ Voyez l'explication ci-deſſous. *	

Explication de la Règle de Souſtraction ci-deſſus, & de la preuve par 9.

Ayant diſpoſé la Règle; ſçavoir, la paye ſous la dette, il faut dire : Qui de 5 deniers paye 7 deniers, cela ne ſe peut, j'emprunte 1 ſol ſur les deux ſols de la dette, qui vaut 12 deniers, avec 5 font 17, puis je dis: Qui de 17 deniers paye 7 deniers, reſte 10 deniers, que j'écris ſous la ligne en la colomne des deniers.

Enſuite paſſant aux ſols, il faut dire: Qui d'un ſol qui reſte en paye 9, cela ne ſe peut, j'emprunte une livre ſur les 8 livres de la dette, qui vaut 20 ſols, avec un reſté font 21; puis je dis : Qui de 21 ſols paye 9 ſols, reſte 12 ſols, que j'écris ſous la ligne en la colomne des ſols.

Je continue aux livres, diſant: Qui de 7 livres qui reſtent paye 5, reſte 2 livres; puis qui de 7 paye 3, reſte 4 livres, & l'opération ainſi achevée, il ſe trouve pour reſte à payer 42 livres 12 ſols 10 deniers, comme il ſe voit ci-deſſus; ainſi des autres.

La preuve ſe fait par l'Addition, comme il a été enſeigné ci-deſſus aux nombres entiers; ſçavoir, en ajoutant 35 livres 9 ſols 7 deniers, qui eſt la paye, avec 42 livres 12 ſols 10 deniers, qui eſt le reſte, leſquelles deux ſommes font juſte une ſomme égale à la dette : c'eſt la preuve.

Preuve par 9 de la même Règle de Souſtraction ci-deſſus.

* Comme j'ai expliqué la preuve par 9 en l'Addition, j'ai jugé à propos de l'expliquer auſſi en la Souſtraction.

Elle ſe fait ainſi : Il faut tirer la preuve de la dette ; ſçavoir, en rejettant tous les 9 qui ſe rencontrent & doublant le ſurplus de 9 aux livres pour le porter aux ſols, & triplant le ſurplus de 9 aux ſols pour le porter aux deniers, & tirant la preuve des deniers, il faut écrire ſur une petite ligne le ſurplus de 9, comme en l'exemple ci-deſſus, où il s'eſt trouvé 2.

Cela fait, il faut tirer la preuve de la paye & du reſte confuſément, en doublant de même aux livres le ſurplus de 9 pour paſſer aux ſols, triplant aux ſols pour paſſer aux deniers, où l'on doit trouver 2 pour preuve, comme à la dette, ſi la Règle eſt bien faite, d'autant que la paye & le reſte compoſant par leur Addition pareille ſomme à la dette, elles doivent auſſi produire même nombre pour la preuve.

Avertiſſement.

S'il arrive qu'en l'ordre des ſols & deniers de la dette il n'y ait que des zeros, & qu'il y ait des ſols & des deniers à la paye, alors on empruntera une livre ſur le premier caractère ſignificatif des livres, & de cette livre valant 20 ſols, on en prendra 1 ſol qui vaut 12 deniers, & reſtera 19 ſols au rang des ſols, que l'on gardera dans la mémoire, ou que l'on écrira, puis on fera la Souſtraction à l'ordinaire, comme il ſe voit ci-deſſous.

Exemple.

	•	19	12
Dette	745 livres	0 fols	0 deniers.
Paye	532	9	7
Refte	212 livres	10 fols	5 den. ainfi des autres.

Exemple de la Souftraction de la livre de poids.

Quelqu'un a acheté 32 livres de fucre, & on lui en a livré 13 liv. 12 onces 7 gros; on demande ce qui refte à lui livrer.

.. *Opérations.*

Acheté	32 livres	0 onces	0 gros.
Livré	13	12	7
Refte à livrer	18 livres	3 onces	1 gros.

Il faut noter qu'en faifant la Souftraction de l'autre part, fi on emprunte un gros fur les livres, par cet emprunt il faut faire valoir le zero des onces 15 onces.

Exemple de Souftraction du marc.

Quelqu'un a acheté 24 marcs de vaiffelle d'argent, & on lui en a fourni 17 marcs 3 onces 5 gros & 1 denier, on demande ce qui lui eft dû de refte. ..

Acheté	24 marcs	0 onces	0 gros	0 deniers.
Livré	17	3	5	1
Refte à livrer	6 marcs	4 onces	2 gros	2 deniers.

Si on emprunte pour les deniers fur les marcs, alors au lieu du zero des onces on comptera 7 onces, au lieu du zero des gros on comptera 7 gros, & pour les deniers l'emprunt vaudra 3 deniers.

Exemple de la Souftraction de la Toife.

Un Entrepreneur a entrepris de faire 14 toifes 2 pieds 3 lignes de travail, dont il a fait 7 toifes 5

pieds 9 pouces 9 lignes; on demande combien il reſte de toiſes & parties de toiſes à faire de ſon ouvrage.

Travail à faire	14 toiſes	2 pieds	0 pouces	3 lignes.
Travail fait	7	5	9	9
Reſte à faire	6 toiſes	2 pieds	2 pouces	6 lignes;

ainſi des autres.

La preuve de toutes ces Règles de Souſtraction ſe fait par l'addition, comme il a été enſeigné pour la Souſtraction par livres, ſols, & deniers; ſçavoir, en ajoutanr la deuxième ligne avec la troiſième, la ſomme deſdites deux lignes doit être égale à la première ligne.

Queſtion ſur la Souſtraction.

Une rente a été conſtitué le quinzième Juillet 1651, & on la veut racheter le douzième Octobre 1663, on demande combien il eſt dû d'années d'arrérages.

Pour faire cette Règle, il faut poſer 1662, & la portion de 1663, qui eſt 9 mois 12 jours, & enſuite poſer 1650 au-deſſous, avec la portion de 1651, qui eſt 6 mois 15 jours; puis faire la Souſtraction à l'ordinaire, réduiſant, s'il eſt beſoin, pour faire ladite Souſtraction, l'année en 12 mois, & le mois de même, ſelon ce qu'il eſt de jours en ſa valeur.

Opération.

Jour du rachat	1662 ans	9 mois	12 jours.
Jour de la conſtitution	1650	6	15
Arrérages	12 ans	2 mois	27 jours.

Ayant fait la Souſtraction, il s'eſt trouvé 12 années 2 mois & 27 jours d'arrérages qui ſont dûs.

MULTIPLICATION,

TROISIEME REGLE.

Définition de la Multiplication.

MUltiplier, c'eſt trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre à multiplier qu'il y a d'unités au multiplicateur : Son uſage eſt de trouver par la valeur d'une aune de marchandiſe la valeur de pluſieurs aunes ; comme ſi on diſoit, une aune de drap vaut 9 livres, par la Multiplication on trouvera combien 24 aunes vaudront au même prix.

Cette opération contient trois nombres de différente dénomination : le premier deſquels s'appelle multiplicande ou nombre à multiplier ; le ſecond s'appelle multiplicateur ; & le troiſième que l'on cherche s'appelle produit, qui eſt le réſultat de la Règle.

Pour opérer dans la Multiplication, il faut commencer à multiplier par les figures à main droite, & finir à la gauche ; mais auparavant que de donner aucun exemple d'icelle, il eſt néceſſaire de faire précéder le Livret, ou la *Table de Multiplication*, qu'il faut ſçavoir par cœur pour bien pratiquer, non-ſeulement la Multiplication, mais auſſi la Diviſion, étant certain que nul ne peut être bon Chiffreur, s'il ne ſçait ſon Livret par cœur, & que de lui dépend tout l'artifice de bien chiffrer.

Table de Multiplication.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Uſage de la Table.

Cette Table ſert pour trouver le produit de deux nombre multipliés l'un par l'autre.

Comme, par exemple, ſi on veut trouver le produit de 7 multiplié par 9, il faut chercher 7 dans la première colomne qui commence par 1, puis multipliant ce 7 par le 9 de la première ligne, on dira 7 fois 9 font 63, que l'on trouvera à la 9 colomne vis à-vis du 7, & ainſi des autres.

Exemple de Multiplication, où le Multiplicateur eſt d'une ſeule figure.

On veut ſçavoir que coûteront 47 aunes de toile à raiſon de 6 livres l'aune.

Pour faire cette Règle, je pose 47, nombre à multiplier, & sous icelui à main droite j'écris 6 multiplicateur, comme il se voit par la disposition des nombres.

	47 aunes. Nombre à multiplier,
	6 livres. Multiplicateur.
Produit	282 livres.

Explication de cette Règle.

Ayant disposé, comme il se voit, le nombre à multiplier 47, & posé sous icelui 6 multiplicateur, pour trouver le produit, je dis : 6 fois 7 font 42 : je pose 2 sous 6, & retiens 4 dixaines ; après je dis, 6 fois 4 font 24, & 4 que j'ai retenus font 28 : je pose 28 en reculant à main gauche, partant il vient 282 livres au produit, & autant coûteront les 47 aunes à 6 livres l'aune.

Autre Exemple où le multiplicateur est de deux figures.

On veut sçavoir combien valent 456 pièces de vin à raison de 38 livres le muid.

Pour faire cette Règle, je pose le nombre à multiplier 456, & 38 multiplicateur au-dessous comme il se voit.

Muids	456
à	38 livres le muid.
	3648
	1368
Produit	17328 livres.

Ayant ainsi disposé les nombres, je dis 8 fois 6 font 48, je pose 8 & retiens 4 : Ensuite 8 fois 5 font 40, & 4 que j'ai retenus font 44, je pose 4 & retiens 4 : Enfin 8 fois 4 font 32, & 4 que j'ai retenus font 36, je pose 36, comme il se voit par l'opération.

Cela fait, je passe à la seconde figure de multipli-

cateur qui eſt 3, par lequel je mutiplie encore 456 de même ordre : diſant : 3 fois 6 font 18, je poſe 8 ſous le même 3 en reculant d'un degré, & retiens 1 : Enſuite 3 fois 5 font 15, & 1 que j'ai retenu font 16, je poſe 6 & retiens 1 : Enfin 3 fois 4 font 12, & 1 que j'ai retenu font 13, leſquels j'écris ſelon leur ordre.

Les Multiplications étant ainſi faites, j'ai fait Addition des deux produits, & il s'eſt trouvé 17328 livres pour le produit total, & autant coûteront leſdites 456 pièces de vin à la raiſon dite de 38 livres le muid : ainſi des autres.

Et ſi le multiplicateur contient 3 ou plus de figures, il faut obſerver le même ordre qu'à deux figures, c'eſt-à-dire de reculer le produit de chaque figure d'un degré.

Preuve de la Multiplication par 9.

Cette Règle, comme les précédentes, doit ſe prouver par ſon contraire ; mais attendu que je n'ai pas encore expliqué la Diviſion, qui eſt le contraire de la Multiplication, je me ſervirai par ſupplément de la preuve de 9, laquelle ſe fait ainſi.

Remarquez, que c'eſt la preuve de la Multiplication ſuivante que j'explique, où le nombre à multiplier eſt 706, le multiplicateur 57, & le produit 40242.

Il faut faire une croix, puis tirer la preuve de 706, dont le ſurplus de 9, eſt 4, qu'il faut poſer au haut de la croix.

Enſuite il faut tirer la preuve de 57, & écrire le ſurplus de 9, qui eſt 3, au bas de la croix.

Cela fait, il faut multiplier ces deux reſtes l'un par l'autre, ſçavoir 4 par 3 vient 12 ; dont le ſurplus de 9 eſt 3, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix : Enfin il faut tirer la preuve de 40242 qui eſt le produit, & écrire le ſurplus de 9, qui ſera auſſi 3, au bras droit de la même croix ;

d'où l'on conclut que la Règle eſt bien faite, d'autant qu'il faut que le quatrième reſte que l'on trouve ſoit égal au troiſième que l'on a poſé.

Et c'eſt une Règle générale pour la preuve par 9 de toutes les Règles de Multiplications & Diviſions qui ſuivront.

Exemple de la Multiplication pour la pratique de la preuve par 9.

A 57 livres l'arpent de terre, combien 706 arpens?

Opération.

	706 Arpens à multiplier.	
Par	57 livres.	Preuve par 9
	4942	4
	3530	3 X 3
	40242 Produit.	3

On remarquera en paſſant, que quoique la preuve ci-deſſus par 9 ſe trouve bonne, neanmoins il eſt poſſible que la Règle ſoit fauſſe pour les raiſons enſeignées ci-devant, en expliquant la preuve de l'Addition par 9, *page* 13.

Preuve de la Multiplication par la Diviſion. *Voyez la page* 48.

S'il arrive qu'il y ait des zeros au multiplicateur, comme ſi on veut multiplier 567 par 200, on poſera 567, & 200 deſſous, enſorte que le 2 de 200 ſoit ſous le 7, & les deux zeros avancés; parce qu'il n'y a qu'à les poſer ſimplement au produit, ſans multiplier, d'autant que le zero ne multiplie, ni ne diviſe, puis multiplier 567 par 2, comme ci-après.

Opération.

567	Multiplicande.
200	Multiplicateur.
113400	Produit.

Et s'il y a des zeros, tant au nombre à multiplier qu'au multiplicateur, il faut multiplier les figures significatives l'une par l'autre, comme il a été enseigné, puis ajouter au produit tous les zeros, tant du multiplicande que du multiplicateur, & ce qui viendra sera le produit total de la Multiplication; exemple, si on veut multiplier 45700 par 3500, on fera comme il se voit par l'opération ci-dessous.

45700	Multiplicande.
3500	Multiplicateur.
2285	
1371	
159950000	Produit. Ainsi des autres.

Abbréviation pour la Multiplication en nombres entiers.

QUand on voudra multiplier quelque nombre par 10, il faut poser un zero au-devant du nombre proposé, & la Multiplication sera faite.

Comme si on veut sçavoir combien valent 37 aunes à 10 livres l'aune, posez un zero à la suite de 37, il viendra 370 livres pour la valeur requise.

Si on veut multiplier par 100, il faut poser deux zeros à la suite du nombre à multiplier, & la Multiplication sera faite.

Si on veut multiplier par 1000, il faut poser trois zeros à la suite du nombre proposé, &c.

Voyez pour le ſurplus les abbréviations de la Multiplication.

Uſage de la Multiplication.

L'Uſage de la Multiplication eſt de trouver par le prix d'une choſe la valeur de pluſieurs en telle eſpèce que l'on a multiplié: Par exemple, ſi on a multiplié par livres, il viendra des livres au produit; ſi on a multiplié par des ſols, il viendra des ſols; ſi par deniers, il viendra des deniers; ainſi des autres.

Comme ſi on demandoit la valeur de 25 aunes de drap ou ſerge, à raiſon de 9 livres l'aune, on voir qu'en multipliant 25 aunes par 9 livres, il viendra 225 livres au produit pour la valeur deſdites 25 aunes, comme il ſe voit par l'opération ci-deſſous.

	25	aunes.
à	9	livres l'aune.
Produit	225	livres pour la valeur requiſe.

La Multiplication ſert auſſi pour réduire une grande eſpèce, ſoit de monnoie, de poids, de meſure, &c. en autre moindre, pareillement les ans en mois, & les mois en jours, &c. afin de ſavoir combien une quantité de ces grandes eſpèces en contient de moindres, comme les livres les réduire en ſols, les ſols en deniers, les toiſes en pieds, les pieds en pouces, &c. les jours en heures, les heures en minutes.

Pour ce faire, généralement parlant, il faut multiplier la quantité de la grande eſpèce par le nombre ſelon lequel elle contient la moindre; par exemple, ſi je veux réduire des livres en ſols, je multiplie le nombre des livres par 20 ſols valeur de la livre; des ſols en deniers, je multiplie le nombre des ſols par 12 deniers valeur d'un ſol; ainſi des autres. De ces réductions il en ſera parlé amplement ci-après.

Queſtion ſur la Multiplication.

On demande combien 16 ans contiennent de jours; comptant 365 jours pour chaque année, avec la quatrième partie d'un jour d'augmentation ſur chaque année, à cauſe du biſſexte qui arrive de quatre ans en quatre ans.

Multipliés 365 jours par 16 ans, & ajoutez la quatrième partie de 16 au produit, à cauſe des quarts du jours, le produit total ſera 5844.

Opération.

```
     365 jours à multiplier.
par   16 ans.
   ------
   2190
   365
      4 jours ajoutez pour le quart de jour.
   ------
   5844 Produit ou nombre de jours requis.
```

La Multiplication ſert encore en l'arpentage ou meſure des terres, comme auſſi au toiſé.

Exemple.

Étant donné la longueur & la largeur d'une pièce de terre quarrée, ſi on multiplie la longueur par la largeur, on aura la ſuperficie totale, c'eſt-à-dire, que ſi ce ſont des toiſes, la Multiplication donnera au produit de toiſes en ſuperficie; ſi ce ſont des pieds, on aura des pieds.

Exemple.

Une pièce de terre a 48 toiſes de longueur, & 17 toiſes de largeur; multipliant 48 par 17, il viendra 816 toiſes quarrées pour la ſuperficie de la pièce de terre.

Opération.

	48 toiſes de longueur à multiplier ;
par	17 toiſes de largeur.
	336
	48
Produit	826 toiſes quarrées pour la ſuperficie.

Autre Exemple.

Si un mur a 56 toiſes de long, & 3 toiſes de haut ; on demande combien il contient de toiſes quarrées.

Il faut multiplier la longueur 56 par la hauteur 3, & le produit ſera 168, c'eſt-à-dire, 168 toiſes quarrées pour le contenu dudit mur. Faites l'opération comme il a été enſeigné.

Autre Exemple.

On demande la quantité de pavés qu'il faut pour paver une Salle ; connoiſſant le nombre qu'il en faut de long, & le nombre de large : Suppoſé qu'il faille 52 pavés pour la longueur, & 32 pour la largeur, on demande combien il en faut en tout. Il faut multiplier 52 par 32, & il viendra au produit 1664 pour le nombre requis des pavés.

Autre Exemple.

On veut tapiſſer une Salle, qui a ſeize aunes de tour en dedans, & quatre aunes de hauteur, on demande combien il faut d'aunes de tapiſſerie en quarré pour tapiſſer ladite Salle : Il faut multiplier 16 aunes par 4 aunes & il viendra 64, c'eſt-à-dire, 64 aunes de tapiſſerie qu'il faut pour tapiſſer cette Salle.

On peut à l'infini donner des exemples de Multiplication pour en faire voir plus amplement l'uſage & l'utilité ; mais je me contenterai en cet endroit des exemples ci-deſſus, renvoyant pour le ſurplus aux pages ſuivantes, où je propoſerai diverſes queſtions ſur la Multiplication concernant les finances & la marchandiſe.

Avertiſſement pour la Multiplication & Diviſion par livres, ſols & deniers.

Comme la Multiplication par les parties aliquotes, tant de 20 ſols que de 12 deniers, comme auſſi par les parties du marc, de la toiſe, &c. ne ſe peut clairement expliquer ſans l'intelligence de la Diviſion, parce que multiplier un nombre par une partie aliquote de quelque entier, comme par 5 ſols, qui eſt le quart de 20 ſols; c'eſt autant que de diviſer ce même nombre par 4, ou par 6, ſi la partie aliquote eſt un ſixième, ou par telle autre nombre que l'on voudra; ainſi la diviſion des mêmes entiers & de leurs parties ne ſe peut prouver par la Multiplication, ſans aucune connoiſſance réciproque d'icelle en toute ſon étendue, tant en entiers qu'en fractions. C'eſt pourquoi pour trouver un milieu, & faciliter la connoiſſance de tous les deux, je me contenterai ici de ce que je viens de dire touchant la Multiplication en nombres entiers, renvoyant pour le ſurplus aux pages ſuivantes, où je commencerai d'expliquer la Multiplication par les parties aliquotes ſur laquelle je m'étendrai beaucoup, comme étant la Règle la plus néceſſaire & la plus uſitée dans le Commerce, & en quelque façon celle que j'eſtime la plus difficile à entendre entre les communes, pour la diverſité des propoſitions qui ſe peuvent former ſur icelles touchant la finance & la marchandiſe.

Pour la Diviſion en nombres entiers, j'expliquerai ſeulement ci après comment il faut la faire; ſans donner l'explication d'icelle, vous la trouverez amplement pratiquée ſous le titre de Diviſion par livres, ſols & deniers, & autres ſous-eſpèces, appliquée à quantité de queſtions concernant auſſi les finances & la marchandiſe.

DIVISION, IVe REGLE.

AVant que de commencer l'explication de cette Règle, je me ſuis trouvé obligé de vous donner un avertiſſement du deſſein que j'ai pris touchant la méthode de diviſer pour toutes les opérations de Diviſion qui ſe trouveront à faire dans toute l'étendue de mon Arithmétique, je vous dirai même, que comme les Livres ſe trouvent entre les mains de différentes perſonnes, il faudroit qu'ils fuſſent compoſés différemment, particulièrement à l'égard de la Diviſion ; ainſi par cette raiſon de plaire à un chacun, les uns voulant chiffrer ou diviſer à la Françoiſe, les autres à l'Eſpagnole, d'autres à l'Italienne, afin de contenter les curieux, particulièrement ceux qui aiment la diverſité ; après avoir expliqué la Diviſion à la Françoiſe, je vous expliquerai enſuite ſuccintement la Diviſion à l'Eſpagnole, puis après celle à l'Italienne, leſquelles trois manières de diviſer produiſent un même effet. Et pour ſatisfaire davantage votre curioſité, & vous faire voir la différence de ces trois méthodes de diviſer, vous verrez enſuite un exemple de Diviſion en nombres entiers, pratiqué premièrement à la Françoiſe, puis après à l'Eſpagnole, & enſuite à l'Italienne ; d'où vous connoîtrez la différence qu'il y a entre ces trois méthodes, deſquelles vous choiſirez celle qui vous agréera le plus, après les avoir expliquées toutes trois. Et d'autant que je prouve que la Diviſion à l'Eſpagnole eſt la plus facile à pratiquer, comme je l'éprouve ordinairement par l'expérience que j'en fais tous les jours, je m'en ſervirai dans toutes les propoſitions où il ſera beſoin de ſe ſervir de la Diviſion.

Définition de la Diviſion.

Diviſer ou partager, c'eſt ſéparer un nombre en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviſeur.

Ou autrement, diviſer un nombre par un autre, c'eſt chercher combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer.

Cette Règle contient trois nombres de différente dénomination. Le premier deſquels s'appelle dividende, ou nombre à diviſer; le ſecond s'appelle diviſeur; & le troiſième que l'on cherche s'appelle quotient, qui eſt le réſultat de la Règle.

Comme ſi on vouloit diviſer 36 livres à quatre perſonnes, c'eſt ſéparer 36 livres en 4 parties égales, l'une deſquelles eſt 9; & ainſi, 36 ſera appellé nombre à diviſer, 4 le diviſeur, & 9 le quotient, & il ne reſte rien, parce que 9 fois 4 font 36 juſte.

Cette Règle au contraire des trois précédentes ſe commence à main gauche, & finit en continuant à la droite; elle ſe fait ainſi : il faut diſpoſer le nombre à diviſer, & ſous icelui écrire le diviſeur, & former un demi cercle au devant en cette ſorte.

Somme à diviſer 36
—— (9 quotient.
Diviſeur 4

Autre Exemple.

Je veux diviſer 8785 par 5, j'écris 5 diviſeur ſous 8 premier caractere du nombre à diviſer vers la main gauche; mais il faut remarquer que ſi au lieu de 8 il y avoit 4, il eût fallu mettre le diviſeur 5 ſous le 7 ſuivant: ce que l'on obſervera en toute autre Diviſion.

Il faut encore remarquer qu'autant de fois que l'on poſe le diviſeur, ce ſont autant d'opérations de la Diviſion que l'on fait, & partant il y aura autant de figures au quotient.

Première opération.

```
 3
8785
———— ( 1
 5
```

Ayant ainſi diſpoſé les nombres, il faut s'enquérir combien il y a de fois 5 dans 8, on trouve qu'il eſt 1 fois, que l'on écrira au bout de la ſomme à diviſer & au-devant du demi-cercle, puis on multipliera le quotient par le diviſeur, diſant 1 fois 5 eſt 5, ôter du 8 reſte 3, qu'il faut écrire ſur 8.

Pour ſeconde opération, il faut avancer le 5 diviſeur ſous le 7 ſuivant du nombre à diviſer.

Seconde opération.

```
 32
8785
———— ( 17
 55
```

Enſuite on prendra le 3 reſtant pour 30 avec le 7 ſuivant font 37; puis on dira, en 37 combien de fois 5, il s'y trouve 7 fois, que l'on écrira au quotient enſuite de 1 déja poſé; puis multipliant le quotient par le diviſeur, on dira 7 fois 5 font 35, ôtez de 37 reſte 2, que l'on écrira au-deſſus du 7.

On continuera d'avancer le diviſeur ſous chacun des caractères du nombre à diviſer & opérer comme deſſus, ainſi qu'il ſe voit par l'opération entière de la Règle, & il viendra pour quotient 1757 livres, c'eſt-à-dire, que ſi on vouloit partager 8785 livres à 5 perſonnes, chacun auroit pour ſa part 1757 livres.

Opération entière de la Règle.

```
 323
8785
———— ( 1757 quotient.
5555
```

On fera de même quand on voudra diviſer par une ſeule figure, comme par 2 ou par 3, ou par 4, ou par 6, &c.

Il faut remarquer que cette manière de diviſer tout au long par une figure, n'eſt qu'à l'égard de ceux qui commencent d'apprendre la Diviſion; car

pour ceux qui ſont tant ſoit peu verſés dans icelle, & qui la ſçavent, s'ils diviſent quelque nombre par une ſeule figure, comme par 2, ils n'ont qu'à tirer la moitié de ce nombre, & cette moitié ſera le quotient, s'ils diviſent par 3 ils tireront le tiers, par 4 le quart, &c.

Avant que de continuer l'explication de la Diviſion, il eſt néceſſaire de faire quelques obſervations ſur icelle.

1. D'avancer le diviſeur lorſque la première figure du nombre à diviſer ſera moindre que la première figure du diviſeur.

2. D'avancer le diviſeur d'un dégré autant de fois que chaque opération ſera achevée, ſoit qu'il ſoit compoſé de 2, 3, ou plus de figures, & opérer ſelon l'explication ci-devant.

3. Que le quotient de chaque opération ne peut être 10 ni plus, mais ſeulement 9 & au-deſſous; parce que de tous les élémens des nombres, 9 eſt le plus grand.

4. Il faut que le reſte d'une Diviſion, s'il y en a, ſoit toujours moindre que le diviſeur, autrement la Diviſion eſt mal faite, & c'eſt une marque que l'on n'a pas aſſez poſé au quotient; c'eſt pourquoi il faut recommencer la Diviſion.

Autre Exemple de Diviſion, dont le diviſeur eſt compoſé de deux figures.

Quand le diviſeur eſt de deux figures, comme ſi on vouloit diviſer 13824 livres à 32 perſonnes, il faut poſer le diviſeur 32 au-deſſous de 13824 nombre à diviſer, en avançant d'un dégré le diviſeur 32, comme il ſe voit par l'opération.

```
  10
 13824
 ------ (4
 32
```

Les nombres étant ainſi diſpoſés, il faut demander combien de fois le diviſeur 32 eſt contenu dans le nombre ſupérieur 13824; mais parce que la mémoire ſeroit trop ſurchar-

gée, il faut ſeulement demander combien de fois le premier caractère du diviſeur qui eſt 3, eſt contenu dans 13, & voyant qu'il y eſt 4 fois, il faut poſer 4 au quotient, puis multiplier le quotient 4 par le diviſeur 32, diſant : 4 fois 3 font 12, qu'il faut ôter de 13, reſte 1, que l'on écrira ſur le 3 de 13 : enſuite 4 fois 2 font 8, qu'il faut ôter de 8 & reſte 0, que l'on poſera au-deſſus du 8, obſervant de barrer ou trancher les figures, tant du diviſeur que du nombre à diviſer, à meſure qu'elles ſont acquittées.

Pour ſeconde opération, il faut avancer le diviſeur 32 d'un degré, ſçavoir 3 ſous 8, & 2 ſous la figure d'après, comme ci-deſſous.

```
  1
 106
13824
―――――― (43
 322
  3
```

Le diviſeur étant ainſi avancé, on cherchera combien il y a de fois 3 dans 10, on voit qu'il y eſt 3 fois, c'eſt pourquoi il faut poſer 3 au quotient enſuite du 4 déja poſé, puis multiplier le même diviſeur 32 par ce quotient qui eſt 3 comme auparavant, diſant : 3 fois 3 font 9, ôtez de 10 reſte 1, qui vaudra 10, étant joint au 2 ſuivant, & ce ſeront 12, puis dire, 3 fois 2 font 6, qui de 12 ôte 6 reſte 6.

Enfin il faut avancer le diviſeur 32, ſous le nombre 64 reſtant, ſçavoir le 3 ſous le 6, & le 2 ſous le 4, & achever l'opération comme ci-deſſous.

```
  1
 106
13824
―――――― (432
 3222
  33
```

Le diviſeur étant ainſi poſé, comme il ſe voit ci à-côté, on parachevera la Diviſion, diſant comme ci-deſſus : En 6 combien de fois 3, il y eſt 2 fois, on poſera 2 au quotient, puis on dira : 2 fois 3 font 6, ôtez de 6 il ne reſte rien, puis 2 fois 2 font 4, ôtez ce 4 reſte rien, & ainſi le quotient eſt 432 ; on obſervera le même dans les autres Diviſions.

Autre Exemple de Diviſion, dont le Diviſeur eſt compoſé de trois figures.

Et s'il y avoit davantage de figures au diviſeur, il faudroit obſerver le même ordre ; par exemple, s'il étoit queſtion de diviſer 6754 à 357 perſonnes, pour ſçavoir combien il appartient à chacun.

Ayant diſpoſé la ſomme à diviſer ci-deſſus, & poſé le diviſeur au-deſſous, comme il ſe voit ci-après, on dira : en 675 combien de fois 357, ou plutôt, en 6 combien de fois 3 ; on ſçait qu'il y eſt 2 fois naturellement ; mais auparavant que d'écrire le 2 au quotient, il faut raiſonner en ſoi-même, diſant : ſi je multiplie ce 2 par le 3 du diviſeur, il viendra 6 & ne reſtera rien ; de plus, ſi je multiplie le 5 du diviſeur par le même 2 poſé au quotient, il viendra 10, & il n'y a que 7 de reſte au-deſſus ; par conſéquent c'eſt trop de poſer 2, on écrira donc 1 au quotient, comme il ſe voit par l'opération, puis multipliant le quotient par le diviſeur, on dira : une fois 3 eſt 3, ôtez de 6, reſte 3 que l'on poſera ſur le 6 ; puis, une fois 5 eſt 5, ôtez de 7 reſte 2 que l'on écrira au-deſſus de 7 ; pareillement une fois 7 eſt 7, ôtez de 5 qui eſt au-deſſuse 7, cela ne ſe peut, on empruntera une dixaine ſur le 2 de la colomne prochaine à main gauche, laquelle dixaine jointe avec le 5 ce feront 15, puis on dira : qui de 15 ôte 7 reſte 8, que l'on écrira ſur le 5, & parce que l'on a emprunté 1 de 2, ce même 2 eſt réduit à 1, que l'on écrira au-deſſus de 2.

```
  1
 328
6754
――――― (1
 357
```

Enſuite on avancera le diviſeur d'une figure à l'égard du diviſeur premierement poſé, puis on dira : en 3184 combien de fois 357 ; mais d'autant qu'il eſt trop difficile de le dire par jugement à cauſe du grand nombre, pour aider la mémoire & faciliter la

reſte de la Diviſion, s'il y en a, la ſomme viendra égale au nombre à diviſer ſi la Règle eſt bien faite ; ſi elle vient autrement, la Règle eſt fauſſe.

Opération de la preuve de la Diviſion ci-deſſus.

357 diviſeur à multiplier.
par 18 quotient.

2856
357
328 reſte de la Diviſion.

Produit 6754 qui eſt le nombre que l'on a diviſé, & c'eſt la preuve. Ainſi des autres.

Preuve de la Multiplication en nombres entiers par la Diviſion.

Ayant fait la Multiplication ci-deſſous, il faut diviſer le produit d'icelle par le nombre à multiplier, & il viendra au quotient le multiplicateur.

Ou ſi on diviſe le produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, comme il ſe voit par les opérations ſuivantes, tant de Multiplication que de Diviſion.

Exemple de la Multiplication.

On veut multiplier 706 par 57.

Opération.

Nombre à multiplier. 706 49
Multiplicateur. 57 564
*40242
4942 (57 preuve
3530 7066
70
Produit 40242 *

Cette Règle de Multiplication a été opérée page 34 & je l'ai répétée ici pour en faire voir la preuve.

Deuxième

Deuxième Méthode de diviser nommée à l'Espagnole, plus facile que la précédente.

AYant bien entendu l'explication ci-dessus pour l'opération de la Division selon la méthode à la Françoise, il sera bien facile d'entendre comment il faut opérer par cette seconde, laquelle ne differe point de la précédente pour la prévoyance & la position des figures du quotient: Elle se fait ainsi; il faut disposer les figures du diviseur sous le nombre à diviser, comme il a été enseigné, & chercher de même façon combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre à diviser, & poser au quotient pour chaque opération la figure qui exprime la quantité de fois que le diviseur est contenu dans le dividende supérieur, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

Exemple.

On veut diviser 6754 livres à 357 personnes, on demande combien chacun aura pour sa part.

	318
Somme à diviser	6754
	——— (1 quotient.
Diviseur	357

La somme à diviser étant ainsi posée & le diviseur au-dessous, il faut voir combien de fois 3 est contenu en 6, on voit qu'il y est 2 fois naturellement, mais qu'il n'y peut entrer qu'une fois, parce que 2 fois 357 font plus que 675 qui sont dessus: il faut donc poser 1 au quotient.

Le quotient 1 étant ainsi posé, on dira en retrogradant de la droite à la gauche, selon l'ordre de la Muliplication, 1 fois 7 est 7; qui de 5 ôte 7, cela ne se peut; mais qui de 15 ôte 7, il reste 8 que j'écris

ſur le 5, lequel nombre de 15 eſt compoſé d'une dixaine empruntée ſur la colomne prochaine, & du 5; on dira donc je retiens une dixaine.

Enſuite il faut dire 1 fois 5 eſt 5, & une dixaine empruntée font 6, qui de 7 ôte 6 il reſte 1 que j'écris ſur 7.

Enfin je dis 1 fois 3 eſt 3; qui de 6 ôte 3 il reſte 3.

Seconde opération.

La première opération étant ainſi achevée, on écrira le diviſeur 357 à l'ordinaire ſous le nombre à diviſer, en avançant d'un degré, & le 3 du diviſeur ſe rencontrera ſous 1 de 31.

Puis cherchant combien de fois 3 ſont contenus dans 31, on voit qu'ils y ſont 10 fois naturellement; mais qu'ils ne peuvent y entrer que 8 fois, comme il a été examiné ci-devant, il faut donc poſer 8 au quotient.*

```
  32
 3188
 6784
——————— ( 18 quotient, reſte 328.
 3877
   35
```

* enſuite de la figure 1 déjà poſée, puis multipliant 357 par le quotient 8 ſelon l'ordre de la Multiplication, on dira 8 fois 7 font 56, ôtez de 64 compoſés de 4 ſupérieur & de 6 dixaines que l'on emprunte dans ſon eſprit ſur le dégré ſuivant, reſte 8 qu'il faut écrire au deſſus de 4, & on retiendra dans la mémoire les 6 dixaines empruntées pour les rendre & ajouter au produit de la Multiplication ſuivante.

Enſuite on dira 8 fois 5 font 40 & les 6 dixaines retenues font 46, ôtez de 48 compoſés du 8 ſupérieur & de 4 dixaines que l'on emprunte ſur le dégré ſuivant, reſte 2, qu'il faut écrire ſur 8, & retenir les 4 dixaines empruntées.

Enfin on dira 8 fois 3 font 24, & les 4 dixaines retenues font 28, ôtez de 31 qui ſont au-deſſus, reſte 3 que l'on écrira ſur 1 de 31, & portant le reſte

ſera 328, comme par la méthode à la Françoiſe ci-devant, lequel reſte ſera écrit ſur une ligne, & feront $\frac{328}{357}$ ou 328 livres, qui ne ſe peuvent pas diviſer par 357, que l'on réduira en ſols, &c. comme il ſe verra lorſque je traiterai de la Diviſion pat livres, ſols & deniers.

Troiſième Méthode de Diviſion, nommée à l'Italienne.

CEtte troiſième méthode de diviſer ne diffère en rien des deux précédentes, quant à la prévoyance qu'il faut garder pour la poſition du quotient; car quoique le diviſeur ne ſoit pas mis directement ſous le nombre à diviſer comme ci-devant, & qu'il ſoit mis à l'écart en quelque endroit où l'on voudra, comme il ſe voit dans l'exemple ci-deſſous, de 6754 à diviſer par 357, dont j'ai fait ci-devant l'opération en deux façons, il faut néanmoins ſçavoir à chaque opération combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre ſupérieur à diviſer.

Comme dans l'exemple dont je me ſers à préſent, il faut ſçavoir combien il y a de fois 357 dans 675, ayant trouvé qu'il y eſt une fois, il faut poſer 1 au quotient, puis multipliant le diviſeur 357 par cet 1, vient 357 qu'il faut écrire ſous 675 & le ſouſtraire, le reſte eſt 318 que l'on écrit ſous 357.

Pour ſeconde opération, il faut abaiſſer le 4 du nombre à diviſer, & le poſer à la ſuite de 318, il vient 3184, & après ſçavoir combien de fois le diviſeur 357 eſt contenu dans 3184, diſant en 31 combien de fois 3, on trouve qu'il y eſt 8 fois; on poſera donc 8 au quotient; enſuite multipliant 357 par 8, il vient 2856 que l'on écrit au-deſſous de 3184; puis ôtant l'un de l'autre, le reſte eſt 328 qui ne ſe

peuvent divifer, comme il a été prouvé ci-devant; s'il y avoit davantage de figures, on continueroit à divifer de même ordre, abaiffant pour chaque opération une figure du nombre à divifer.

Si l'on faifoit la réduction des livres reftantes en fols, & de fols en deniers, & que l'on en voulût faire la Divifion, on garderoit le même ordre à l'égard de la Divifion.

Preuve de la Divifion de l'autre part.

Pour preuve il faut ajouter le refte 328 avec les figures barrées au-deffus, & viendra la fomme à divifer.

Opération de l'exemple de la Divifion ci-deffus, où il a été propofé de divifer 6754 par 357.

Somme à divifer	6754 (18 quotient,
Divifeur	357
Otez	357 de 6754
Refte	3184
Otez	2856 de 3184
Refte	328 à divifer; ainfi des autres.

Divers exemples de Division, dont l'opération se fera de différentes manières.

Première Exemple.

On veut diviser 898108 par 999.

Première opération à la Françoise.

```
8
198
979
0888
176997
898108
——————— ( 899 & reste 7
99999
999
9
```

Même opération à l'Espagnole.

```
997
898108
——————— ( 899 reste 7
99999
999
9
```

Même opération que les précédentes à l'Italienne.

```
Nombre à diviser  898108 ( 899 quotient
Diviseur 996       9890
                    8998
         Reste         7
```

Autre exemple de Division pratiquée à la Françoise & à l'Espagnole.

On veut diviser 19999100007, par 99999.

Opération à la Françoise.

```
         12
         93
         012
        1829
        9930
        00182
       188299
       999300
       0032882
      18882999
      999918882
      0000299999
     19999100007
     ----------- ( 199993 quotient.
      99999999999
       999999999
        9999999
         9999
          99
```

Opération à l'Espagnole.

```
        29999
     19999100007
     ----------- ( 199993 quotient.
      99999999999
       999999999
        999999
         9999
          99
```

Par les opérations de Division ci-dessus, chacun

peut juger de la briéveté ou facilité, & choiſir pour ſon uſage la méthode qui lui ſera plus facile; pour moi comme j'ai déja dit ci-devant, je me ſervirai toujours de celle que j'appelle à l'Eſpagnole.

Remarques ſur la Diviſion.

Quand on diviſe par un nombre qui a un ou pluſieurs zeros à la fin, il faut poſer celui, ou iceux s'il y en a pluſieurs, ſous les derniers caractères du nombre à diviſer, & faire la Diviſion par les autres caractères ſignificatifs, juſqu'à ce que l'on ait rejoint les zeros, comme en cet exemple.

$$\frac{47688}{4\ \ 00} \text{ (à diviſer par 400.}$$

Et s'il y a des zeros, tant au nombre à diviſer qu'au diviſeur, on retranchera autant de zeros de l'un de l'autre, puis diviſant le reſte de l'un par le reſte de l'autre, on aura même quotient que ſi on avoit diviſé le tout par le tout, comme en l'exemple ſuivant de 45000 à diviſer par 300.

Exemple.

45000 à diviſer par 300.
c'eſt autant que de diviſer 450 par 3 : ainſi des autres.

Abréviation ſur la Diviſion.

Toute Diviſion ſe peut abréger ſelon la nature du diviſeur.

Comme ſi on veut diviſer quelque nombre que ce ſois par 10, il n'y a qu'à retrancher la dernière figure du nombre à diviſer à main droite, & le reſte à main gauche, c'eſt le quotient requis.

Comme ſi on vouloit ſçavoir combien 270 livres valent de piſtoles à 10 livres pièce; il faut diviſer 270 par 10, ce qui ſe fait en retranchant le zero de 270, & reſtera 27 pour le quotient, c'eſt-à-dire, 27 piſtoles.

Si on diviſe par 100, on retranchera les deux dernières figures du nombre à diviſer à main droite,

& les autres feront le quotient, laquelle Divifion par 100 fe pratiquera lorfque je traiterai de la Règle de profit ou perte.

Si on divife par 1000, on retranchera les trois dernières figures du nombre à divifer, & le refte fera le quotient, laquelle Divifion fe pratiquera, lorfque je traiterai des marchandifes qui fe vendent au millier.

Il y a une autre méthode de divifer en abréviation, lorfque le divifeur eft compofé de parties aliquotes, dont il fera parlé ci-après, enfuite de la Divifion par livres, fols & deniers.

Des propriétés de la Divifion.

LA Divifion, au contraire de la Multiplication, fert pour réduire les moindres efpèces en plus grandes, comme pour réduire des deniers en fols, des fols en livres, des livres en écus de 60 fols, des pouces en pieds, des pieds en toifes, &c. lefquelles réductions fe verront en leur lieu.

Si la grandeur ou la fuperficie d'une pièce de terre rectangulaire étoit donnée avec la longueur d'icelle, fi on veut fçavoir la largeur, on la trouvera en divifant la fuperficie donnée par la longueur.

Par exemple, fi un champ de terre avoit 144 toifes ou perches quarrées en fuperficie, & que la longueur fût ainfi 16 toifes ou perches, il faudroit divifer 144 par 16, & le quotient feroit 9, c'eft-à-dire, 9 toifes ou perches pour la largeur de ladite pièce de terre.

De même s'il étoit propofé un nombre d'hommes à mettre en bataillon, & que le nombre de la file fût donné pour avoir le nombre des hommes du front, il faudroit divifer le nombre total de hommes par ceux de la file, & le quotient donneroit le nombre des hommes du front.

Comme s'il y avoit 576 hommes à ranger en bataillon, & que l'on voulût que la file fût de 12 hommes, il faudroit diviser 576 par 12, & le quotient seroit 48 pour le nombre des hommes du front.

Usage de la Division.

LA Division sert pour trouver par le prix de plusieurs choses la valeur d'une.

Comme si on disoit, une pièce de toile de 49 aunes a coûté 196 livres pour tous frais; on demande combien vaut l'aune? Il faut diviser 196 livres par 49 aunes, & il viendra 4 livres pour la valeur de l'aune.

De plus, si par le prix d'une pièce on divise quelque somme, le quotient de la Division donnera le nombre des pièces valant ladite somme, comme il se verra, lorsque je traiterai du bordereau de payement par Division.

La Division sert, outre ce que je viens de dire, pour réduire des petites espèces en plus grandes, selon la table ci-dessous.

TABLE

* qui divise {
* Des deniers par 12 viennent sols, ou par 240 viennent livres.
Des sols par 20 viennent livres.
Des grains par 24 viennent deniers de marc.
Des deniers par 3 viennent gros.
Des gros par 8 viennent onces.
Des onces par 8 viennent marcs.
Ou des onces par 16 viennent ℔ de poids.

* qui divise

- * Ou des onces 15 viennent aussi ℔ de poids.
- Des points par 12 viennnent lignes.
- Des lignes par 12 viennent pouces.
- Des pouces par 12 viennent pieds.
- Des pieds par 6 viennent toises, &c.

L'usage de cette Table est expliqué ensuite de la Division par livres, sols & deniers.

TRAITÉ
DES FRACTIONS.

APRÈS avoir amplement expliqué l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division en nombres entiers, il est nécessaire à présent de donner l'intelligence des quatre mêmes opérations en nombres rompus ou en Fractions, d'autant que par le moyen d'icelles on peut résoudre les plus difficiles questions d'Arithmétique, excepté celles où il faut se servir du grand Art, qui est l'Algèbre : C'est pourquoi je me suis résolu d'en donner un ample Traité, dans lequel je tâcherai de découvrir aux curieux tous les moyens de les comprendre.

Pour donc commencer, je dirai pour définition que ce que l'on appelle Fraction, n'est autre chose qu'une ou plusieurs parties de quelque entier ; comme 5 sols qui est le quart de 20 sols, 15 sols les trois quarts, &c.

Les Fractions sont de deux sortes : Arithmétiques & Vulgaires.

Les Fractions Arithmétiques sont celles qui sont

exprimées par les parties de l'unité, & qu'on peut appliquer à nombrer quelque choſe que ce ſoit: comme les parties d'un ſol, d'une livre, d'une aune, &c.

Les Fractions vulgaires ſont les parties de quelque entier qui eſt dans l'uſage, comme 4 ſols, qui ſont le cinquième de 20 ſols, ou 2 pieds, qui eſt le tiers de la toiſe, ainſi des autres.

La Fraction Arithmétique, qui eſt celle de laquelle j'entens parler dans ce Traité, vient enſuite d'une Diviſion, ou bien elle eſt propoſée ſelon qu'il eſt beſoin dans quelque opération, & s'écrit par deux nombres que l'on écrit l'un ſous l'autre, & une ligne entre deux, comme $\frac{3}{4}$ qui ſignifient trois quarts, deſquels celui de deſſus eſt appellé Numérateur, qui dénote les parties de l'entier, & celui qui eſt deſſous eſt appellé Dénominateur, qui montre en combien de parties l'entier eſt diviſé, comme il ſe voit par la démonſtration qui ſuit.

3 Numérateur.
——— } ou 3 entiers à diviſer par 4.
4 Dénominateur.

De même $\frac{3}{7}$ qui ſignifient trois ſeptièmes parties, telles que le tout eſt diviſé en 7, comme 3 livres, 3 écus, 3 piſtoles à diviſer par 7.

Les Fractions ſe peuvent rencontrer en trois diverſes façons, ou lorſque le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, ou lorſqu'il eſt égal, ou plus petit.

Si le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, la Fraction vaut plus que l'entier, comme $\frac{5}{4}$ qui font plus que l'entier d'un quart.

S'il eſt égal, la fraction vaut juſte l'entier, comme $\frac{4}{4}$.

Enfin ſi le Numérateur eſt plus petit que le Dénominateur, la Fraction vaut moins que l'entier, comme $\frac{3}{4}$; ainſi des autres.

Il faut remarquer que le Dénominateur en fraction

repréſente toujours l'entier, tellement que quand la fraction ſera grande, comme $\frac{77}{8}$ pour ſçavoir combien ce ſont d'entiers, il faut diviſer le Numérateur 77 par le Dénominateur 8, & il viendra 9 au quotient, c'eſt-à-dire 9 entiers : & reſtera 5 à diviſer par 8, c'eſt-à-dire $\frac{5}{8}$, & le tout ſera 9 entiers & $\frac{5}{8}$ parties de telle choſe que l'on voudra diviſer, ſoit d'écus, de livres, de toiſes, de perches, &c. Mais en matières de fractions, & de tant que l'on en voudra, il n'y a que le dernier Dénominateur qui vaille un entier; comme ſi on demande quels ſont les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ d'un écu de 60 ſols, on multipliera les Numérateurs 2, 3 & 5 entr'eux l'un par l'autre, ſçavoir 2 par 3 vient 6, & 6 par 5 vient 30 que l'on poſera pour Numérateur, enſuite l'on multipliera les Dénominateurs 3, 4 & 6 continuement, ſçavoir 3 par 4 viendra 12, & 12 par 6 viendra 72, que l'on poſera pour Dénominateur au-deſſous de 30, & la fraction fera $\frac{30}{72}$ parties d'un écu: Quant à l'évaluation des fractions, j'en parlerai ci-après.

Ayant dit ces choſes de la Fraction arithmétique, il convient de paſſer à l'explication des quatre Regles, d'Addition, de Souſtraction, Multiplication & Diviſion ayant préalablement fait voir quelques réductions; qui ſervent auxdites Regles, leſquelles réductions ſont ſpécifiées ci deſſous.

1. Réduire une grande fraction à une moindre.
2. Réduire des entiers en une fracton de telle dénomination que l'on voudra.
3. Etant donné entiers & fraction, réduire tout en une même fraction.
4. Etant donné une fraction de laquelle le Numérateur ſoit plus grand que le Dénominateur, la réduire en entiers & fraction s'il y échet.
5. Etant donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Première Réduction.

ETant donné une grande fraction, la réduire en une moindre dénomination.

Réduire à moindre dénomination, c'est trouver de plus petits nombres que ceux par lesquels la fraction proposée est exprimée, & qui fassent la même valeur, puisque les nombres qui sont en même raison font les fractions égales, & qu'il est plus facile d'opérer par une petite fraction que par une grande: Par exemple, $\frac{9}{12}$ sont égaux à $\frac{3}{4}$ auxquels il sont réduits, comme vous le verrez ci-après pour la Règle.

Pour opérer en cette réduction, l'une est tâtonneuse à ceux qui ne connoissent pas la puissance des nombres, mais prompte à ceux qui la connoissent: l'autre est par une doctrine certaine & infaillible, je les expliquerai toutes deux.

Exemple.

Soit proposée la fraction $\frac{9}{12}$ à réduire à plus petite dénomination.

Il faut trouver un nombre par lequel on puisse diviser le Numérateur 9, & le Dénominateur 12 en même-tems sans reste.

Pour faire cette réduction, je trouve que 3 peut servir de diviseur à 9 & à 12; car prenant le tiers de 9, vient 3; prenant aussi le tiers de 12, vient 4, que je pose l'un sous l'autre en fraction, & ce sont $\frac{3}{4}$ égaux à $\frac{9}{12}$, ainsi des autres.

Mais si les nombres de la fraction proposée sont si grands, que l'on ne les puisse pas réduire tout d'un coup à la plus petite dénomination requise, comme dans l'exemple ci-dessous; alors on se servira de plusieurs divisions continuées, comme dans l'exemple suivant.

Exemple.

La fraction $\frac{96}{144}$ est proposée à réduire à plus petite dénomination, je regarde par quel nombre je pourrai diviser le numérateur & le dénominateur en même-tems, exactement, sans reste, comme par 2, 3, 4, 6, &c. enfin par quelque nombre que je le puisse faire, pourvu qu'il ne reste rien.

La première division étant faite de deux quotiens, j'en forme une autre fraction; puis je considère si le numérateur & le dénominateur de cette seconde fraction peuvent être encore divisés par un même nombre sans reste : Cette seconde division faite des quotiens, j'en forme encore une autre fraction, & ainsi de suite, jusqu'à ce que j'aie trouvé une fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur ne puissent plus être divisés par un même nombre; car alors ce sera la plus petite dénomination requise.

Construction de la réduction de $\frac{96}{144}$ à plus petits nombres.

Pour la faire, je divise 96 par 4, il vient 24; je divise aussi 144 par 4, il vient 36, c'est-à-dire $\frac{24}{36}$.

Je divise encore 24 par 4, il vient 6, & 36 aussi par 4, il vient 9, & ce sont $\frac{6}{9}$.

Enfin je divise 6 par 3, il vient 2, & 9 aussi par 3, il vient 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$ pour les plus petits nombres faisant une fraction égale à $\frac{96}{144}$, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

$\frac{96}{144}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$.

Preuve de la Réduction d'une grande fraction à une plus petite qui lui soit égale.

Pour preuve qu'une grande fraction est égale à une petite, en laquelle elle est réduite, ou qu'une petite est égale à une grande.

Il faut toujours diviser le numérateur de la grande fraction par le numérateur de la petite, viendra un nombre.

Il faut auſſi diviſer le dénominateur de la grande fraction par le dénominateur de la petite, & viendra le même nombre.

Comme dans l'exemple de $\frac{96}{144}$ que nous avons réduits à $\frac{2}{3}$, ſi on diviſe 96 par 2, viendra 48.

Si on diviſe pareillement 144 par 3, viendra 48 comme deſſus, ce qui dénote l'égalité qu'il y a entre $\frac{96}{144}$ & $\frac{2}{3}$; ainſi des autres, & c'eſt la preuve.

Pour faire mieux connoître la raiſon de la preuve ci-deſſus de la réduction de $\frac{96}{144}$ à $\frac{2}{3}$, je dirai que le même quotient qui ſe trouve en diviſant 96 par 2, & 144 par 3, eſt la même choſe que ſi on vouloit diviſer 96 livres à 144 perſonnes, parce que chacune auroit autant pour ſa part que ſi on vouloit partager 2 livres à trois perſonnes ; ſçavoir 13 ſols 4 den. qui ſont les deux tiers de 20, & partant on doit s'aſſurer que la preuve ci-deſſus eſt générale & infaillible, pour voir s'il y a égalité de valeur entre deux fractions, dont l'une eſt connue, & l'autre ne l'eſt pas, comme il ſe verra dans les Regles d'Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion en fractions ci-après, où il ſera ſouvent néceſſaire de prouver l'égalité des deux fractions.

La réduction de la fraction $\frac{96}{144}$ ci-deſſus ſe peut faire d'une autre façon, ainſi que je l'ai dit ci-devant ; il faut diviſer le dénominateur 144 par le numérateur 96, viendra 1 au quotient, & reſtera 48 : & ſans avoir égard au quotient, il faut diviſer le diviſeur 96 par le reſte qui eſt 48, viendra 2 au quotient, & ne reſte rien ; d'où s'enſuit que 96 & 144 ſe peuvent diviſer chacun par 48 dernier diviſeur : tellement que diviſant 96 par 48, il vient 2 : diviſant auſſi 144 par le même 48, il vient 3 ; puis poſant les deux quotiens 2 & 3 l'un ſur l'autre, vient $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$ comme ci-deſſus.

Avertiſſement ſur la Réduction des Fractions.

Il arrive ſouvent que, quoique les nombres qui

expriment la fraction ſoient très-grands, il eſt néanmoins impoſſible de réduire la fraction à plus petite dénomination, parce que les nombres, quoique grands, ne peuvent pas être diviſés en même-tems par un même diviſeur ſans reſte.

Exemple.

$\frac{13}{48}$ ſont propoſés à réduire à plus petite dénomination, on voit que 48 peuvent ſe diviſer par 2, par 3, par 4, &c. il n'importe, mais 13 ne peuvent ſe diviſer par aucun de ces nombres, ni par 2, ni par 3, ni par 4; enfin ils ne peuvent ſe diviſer par aucun diviſeur, ſans qu'il y ait du reſte; c'eſt pourquoi il faut que la fraction $\frac{13}{48}$ demeure en mêmes termes qu'elle eſt exprimée.

Autre Exemple.

$\frac{25}{144}$ eſt encore une fraction qui ne peut pas ſe réduire à plus petite dénomination; car 25 peuvent être diviſés par 5, mais 144 ne le peuvent pas être; 144 peuvent être diviſés par 4, & 25 ne le peuvent pas être, tellement qu'il faut que la fraction demeure en tels termes qu'elle eſt propoſée.

Preuve.

Et pour prouver qu'une fraction comme $\frac{25}{144}$ ci-deſſus propoſée ne peut ſe réduire à plus petite dénomination.

Diviſez le dénominateur 144 par le numérateur 25, il viendra 5 au quotient, & reſtera 19 à diviſer par 25, c'eſt-à-dire $\frac{19}{25}$.

Enſuite diviſez 25 par 19, il viendra 1 au quotient, & reſtera 6, c'eſt-à-dire $\frac{6}{19}$.

Diviſez encore 19 par 6, il viendra 3, & reſtera 1, qui eſt une marque que la fraction ne peut ſe réduire à plus petits termes.

La raiſon eſt que toute fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur n'ont point de commune meſure, ſinon l'unité, eſt en plus petits termes qu'elle ſe puiſſe exprimer.

Opération de la Diviſion ci-devant.

```
 19          6          1
144         25         19
———(5      ———(1      ———(3
 25         19          6
```

Seconde Réduction.

ETant donné un ou pluſieurs entiers, les réduire en telle dénomination que l'on voudra.

Il faut multiplier l'entier ou les entiers par le dénominateur demandé, & mettre le produit ſur une ligne pour numérateur, & le dénominateur au-deſſous, & la fraction ſera la réponſe.

Exemple.

On veut réduire 3 entiers en une fraction qui ait 6 pour dénominateur; c'eſt comme ſi on diſoit :

On demande combien trois aunes contiennent de ſixièmes ?

Pour faire cette réduction, multipliez les 3 aunes par 6, il viendra 18, qu'il faut écrire ſur une ligne pour numérateur de la fraction, & le 6 au-deſſous pour dénominateur, & l'on aura $\frac{18}{6}$ égaux à 3 entiers, ou 3 aunes.

Pour preuve diviſez le numérateur 18 par le dénominateur 6, il viendra 3 au quotient, c'eſt-à-dire 3 entiers, ou 3 aunes, &c.

Troiſième Réduction.

ETant donné entiers & fraction réduire tout en une même fraction.

Il faut multiplier les entiers par le dénominateur de la fraction, & ajouter au produit le numérateur de la même fraction, la ſomme ſera le numérateur

de la fraction totale, & le dénominateur sera le dénominateur de la fraction proposée.

Exemple.

On veut réduire 5 $\frac{2}{3}$ en même fraction, c'est-à-dire en tiers, puisque le dénominateur de la fraction est 3 ; pour faire cela, je multiplie 5 par 3, vient 15, auxquels ajoutant 2 numérateur des $\frac{2}{3}$ vient 17, qu'il faut écrire pour numérateur de la fraction demandée ; & mettre pour le dénominateur le 3 de la fraction proposée, & on aura $\frac{17}{3}$ égaux à 5 $\frac{2}{3}$.

Pour preuve, divisez le numérateur 17 par le dénominateur 3, il viendra 5 au quotient, c'est-à-dire 5 entiers, & restera 2 à diviser par 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$, & le tout sera 5 $\frac{2}{3}$ comme il est requis.

Quatrième Réduction.

ETant donné un nombre rompu plus grand que l'unité, le réduire en entiers & fractions s'il y échet.

Il faut diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur, & le quotient donnera des entiers ; s'il reste quelque chose, ce sera le numérateur d'une fraction qui aura même dénomination que le dénominateur premier.

Exemple.

La fraction $\frac{55}{12}$ est proposée ; on demande combien ce sont d'entiers : il faut diviser 55 par 12, il viendra 4 au quotient, qui font 4 entiers, & reste 7, lesquels étant écrits sur le dénominateur 12, font $\frac{7}{12}$; tellement que la fraction $\frac{55}{12}$ vaut 4 entiers & $\frac{7}{12}$.

Pour preuve, multipliez les 4 entiers par 12 dénominateur des $\frac{7}{12}$ il viendra 48, auxquels vous ajouterez 7, & ce seront $\frac{55}{12}$ comme il est requis.

Cinquième Réduction.

ETant donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Cette opération de réduction est une des principales pour le maniement des nombres rompus ou fractions ; car deux ou plus de fractions ne se peuvent ajoûter, soustraire ni diviser, si elles ne sont de même dénomination.

Quand il n'y a que deux fractions à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$, si l'on veut avoir le numérateur particulier de chaque fraction, eu égard au dénominateur commun, il faut multiplier en croix le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre réciproquement, & poser les deux produits au-dessus des deux fractions ; puis pour avoir le dénominateur commun, il faut multiplier les deux dénominateurs l'un par l'autre, & le produit sera le dénominateur commun.

Par exemple, si on veut réduire $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ en même dénomination, on les posera, comme il se voit ci-derrière en croix ; cela fait, on multipliera 2 numérateurs de $\frac{2}{3}$ par 4 dénominateur des $\frac{3}{4}$, le produit est 8 que l'on posera au-dessus des $\frac{2}{3}$.

Ensuite on multipliera le 3 numérateur des $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, il viendra 9 que l'on posera au dessus des $\frac{3}{4}$, puis multipliant les deux dénominateurs 3 & 4 entr'eux, le produit est 12, qu'il faut écrire au-dessous des deux fractions pour dénominateur commun, comme il se voit par l'opération.

8 9

$\frac{2}{3}$ X

12

Ayant fait l'opération ci-à-côté, on trouve que les $\frac{2}{3}$ ſont convertis en $\frac{8}{12}$, & les $\frac{3}{4}$ en $\frac{9}{12}$; ainſi des autres.

Pour preuve que $\frac{2}{3}$ ſont égaux à $\frac{8}{12}$, diviſez 8 par 2, viendra 4, & 12 par 3 viendra auſſi 4.

De même pour prouver que $\frac{3}{4}$ ſont égaux à $\frac{9}{12}$, diviſez 9 par 3, viendra 3, diviſez auſſi 12 par 4, viendra 3, comme ci-deſſus.

Ce que deſſus ſoit dit pour toujours, lorſqu'il s'agira de prouver qu'une grande fraction eſt égale à une petite, en laquelle elle eſt réduite par diminution, ou au contraire, qu'une petite eſt égale à une grande, en laquelle elle eſt réduite par augmentation.

Voyez la page 62, où je traite amplement de la preuve de la réduction d'une grande fraction à une petite.

Mais s'il y a trois fractions ou plus à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{5}{6}$, alors il faut trouver dans ſon eſprit un nombre le plus petit que l'on pourra, qui puiſſe être diviſé juſtement ſans reſte par tous les trois dénominateurs, qui ſont 3, 4 & 6, lequel nombre ſervira de dénominateur commun aux trois ſuſdits dénominateurs. On peut ſe figurer pluſieurs nombres propres, comme 12 qui eſt diviſible par 3, par 4 & par 6, comme auſſi 24, qui eſt diviſible par les mêmes 3, 4 & 6; ainſi de 36, ainſi de 48, & de pluſieurs autres; mais parce que 12 eſt le plus petit, & qu'il eſt plus facile & plus court d'opérer par de petits nombres que par de grands, il s'en faut ſervir pour dénominateur commun $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$.

Maintenant pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, quant au commun dénomina-

teur, comme ſi on veut avoir le numérateur de $\frac{2}{3}$, il faut diviſer 12 par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 4, qu'il faut multiplier par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, & le produit ſera 8, c'eſt-à-dire $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

Enſuite diviſant encore le même 12 par 4 dénominateur de $\frac{3}{4}$, viendra 3, qu'il faut multiplier par le numérateur des mêmes $\frac{3}{4}$, & le produit ſera 9, c'eſt-à dire $\frac{9}{12}$ au lieu de $\frac{3}{4}$.

Enfin diviſant 12 par 6 dénominateur de $\frac{5}{6}$, vient 2, qu'il faut multiplier par 5 numérateur des $\frac{5}{6}$, il vient 10, c'eſt-à-dire $\frac{10}{12}$, au lieu des $\frac{5}{6}$; partant au lieu que les fractions ci-deſſus étoient $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$, elles ſont maintenant en même dénomination, & ſe nomment ainſi $\frac{8}{12}\ \frac{9}{12}\ \frac{10}{12}$.

La réduction étant ainſi faite, ſi on les vouloit ajouter, il eſt facile, comme je l'expliquerai ci-après dans l'addition.

Opération.

Fractions à réduire $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$

Dénominateur commun.		Numérateurs.
*	12	
$\frac{2}{3}$ de *	8	$\frac{8}{12}\ \frac{9}{12}\ \frac{10}{12}$
$\frac{3}{4}$	9	
$\frac{5}{6}$	10	

Pour preuve que $\frac{8}{12}$ ci-deſſus ſont égaux à $\frac{2}{3}$, & ainſi des autres. *Voyez la page 62.*

On obſervera le même ordre que deſſus pour trouver un commun dénominateur, quoiqu'il y ait 4, 5, ou plus de fractions à réduire, pourvu que ce ſoient des fractions régulières, comme $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{8}\ \frac{9}{12}$, &c. auxquelles 24, 48, 72, &c. peuvent ſervir de dénominateur commun, parce que ces nombres 24, 48 & 72, ſont diviſibles par 3, par 6, par 4, par 8 & par 12, &c. ainſi des autres.

On gardera le même ordre que deſſus pour trou-

ver les numérateurs particuliers de chacune de ces mêmes fractions.

Mais si les fractions à réduire étoient les unes fractions régulières, & les autres irrègulières, & qu'il fût difficile de leur trouver un commun dénominateur, & que même on ne le pût, alors il faut trouver un nombre, s'il se peut, qui soit divisible par les dénominateurs des fractions régulières, qu'il faut multiplier par chacun des dénominateurs des fractions irrégulières, comme il se voit par l'exemple ci-dessous de $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{12}\ \frac{5}{9}\ \frac{6}{7}$, à réduire en même dénomination.

On voit que le nombre 24 peut se diviser par 3, par 6, par 8 & par 12, dénominateurs des fractions régulières du présent exemple, qui sont $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{12}$; cela fait, il faut multiplier ce nombre 24 par les trois autres dénominateurs des fractions irrégulières qui sont 5, 9, 7, l'une après l'autre, & le dernier produit sera le dénominateur commun de toutes les fractions proposées, comme il se voit par l'opération ci-après.

$\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{12}\ \frac{5}{9}\ \frac{6}{7}$.

		24 à multiplier
	par	5
		120 à multiplier
	par	9
		1080 à multiplier
	pár	7
Dénominateur commun		7560

Ayant trouvé le dénominateur commun, pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction à l'égard de ce dénominateur; comme si on veut avoir le numérateur des $\frac{2}{3}$ ci-dessus proposés, il faut diviser 7560 dénominateur commun par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 2520; qu'il faut multiplier

par 2 numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, il viendra 5040 pour numérateur, & l'on aura $\frac{5040}{7560}$ égaux à la fraction $\frac{2}{3}$: & continuent de suite, on trouvera tous les autres numérateurs de même.

Pour preuve que $\frac{5040}{7560}$ sont égaux à $\frac{2}{3}$; voyez la page ci-devant où j'ai expliqué la même chose, c'est pourquoi je n'en parlerai point ici davantage.

Mais si les fractions sont toutes irrégulières, comme $\frac{5}{7}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{3}{13}$, &c. alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite l'un par l'autre, sçavoir 7 par 9 vient 63, & 63 par 11 vient 693, & 693 par 13, le produit est 9009 pour dénominateur commun.

Et pour avoir les numérateurs particuliers de chaque fraction, il faut procéder comme il vient d'être enseigné ci-devant.

Avertissement sur l'évaluation des Fractions.

AVant que de commencer à traiter de l'Addition, Soustraction, & autres préceptes des fractions, j'ai estimé nécessaire après les réductions, d'enseigner comment il faut évaluer une fraction telle qu'elle soit.

Toute fraction est une ou plusieurs parties d'un entier, de laquelle on demande la valeur en telle espèce que l'on voudra.

Pour faire cela, il faut multiplier le numérateur de cette fraction par autant de parties que vaut l'espèce dont on propose la valeur; puis divisant le produit par le dénominateur de ladite fraction, le quotient donnera la valeur requise de la fraction, & en telle espèce qu'on la demande.

Par exemple, si on veut sçavoir combien valent les $\frac{3}{4}$ de la livre de 20 sols, je multiplie 3 nu-

mérateur des $\frac{3}{5}$ par 20, vient 60, c'eſt-à-dire 60 ſols, que je diviſe par 5 dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$, & vient au quotient 12, qui ſont 12 ſols pour la valeur de ladite fraction $\frac{3}{5}$.

De même ſi on demandoit les $\frac{3}{4}$ d'un écu de 60 ſols, il faut multiplier 3 numérateur des $\frac{3}{4}$ par 60, vient 180, qu'il faut diviſer par 4 dénominateur deſdits $\frac{3}{4}$, & viendra 45. ſols au quotient pour les $\frac{3}{4}$ de 60 ſols; ainſi des autres.

De plus, ſi on veut réduire $\frac{2}{3}$ en ſixième, il faut multiplier 2 numérateur des $\frac{2}{3}$ par 6, vient 12, qu'il faut diviſer par 3 dénominateur de $\frac{2}{3}$, & viendra 4, c'eſt-à-dire $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$.

Mais pour le plus court, quand vous voudrez agrandir une fraction, c'eſt-à-dire, au lieu de $\frac{2}{3}$ avoir des ſixièmes, il faut multiplier le numérateur & le dénominateur de la fraction par un même nombre, c'eſt-à-dire par 2 : tellement que multipliant 2 des $\frac{2}{3}$ par 2 viendra 4, multipliant auſſi 3 dénominateur de mêmes $\frac{2}{3}$ par 2, viendra 6, & ce ſeront $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$ comme deſſus.

On peut à l'infini rehauſſer des fractions telles qu'elles ſoient, en multipliant toujours le numérateur & le dénominateur de la fraction propoſée par quelque nombre qui produiſe le dénominateur que l'on cherche, comme ſi de $\frac{3}{4}$ on vouloit faire des ſeizièmes, on voit que multipliant le 3 de $\frac{3}{4}$ par 4, viendra 12; multipliant auſſi le 4 des $\frac{3}{4}$ par le même 4, viendra 16, & ce ſeront $\frac{12}{16}$ égaux à $\frac{3}{4}$; ainſi des autres.

Il faut encore remarquer que pour prendre les parties de quelque nombre que ce ſoit, il faut multiplier les parties par le nombre donneé, ſoit que le nombre ſoit compſé de fractions ou non, comme pour prendre les $\frac{2}{3}$ de 8 $\frac{2}{5}$, ayant réduit 8 $\frac{2}{5}$ en $\frac{42}{5}$, on multipliera $\frac{42}{5}$ par $\frac{2}{3}$, ſçavoir 42 par 2, & 5 par 3, comme il ſe verra dans la multiplication, viendra

dra $\frac{48}{15}$, lesquels réduits en entiers, en divisant 48 par 15, on trouvera 5, & restera $\frac{3}{15}$ ou $\frac{1}{5}$ le tout sera 5 $\frac{1}{5}$ pour les $\frac{2}{3}$ de 8 & $\frac{2}{5}$.

Tout ce que dessus proposé bien entendu, il sera facile de procéder à l'opération des Règles d'Addition, Soustraction, Multiplication & Division suivantes.

ADDITION PAR FRACTIONS.

Première Règle.

ETant donné deux ou plus de fractions à ajouter, trouver leur somme.

J'ai dit ci-devant que pour ajouter, soustraire, ou diviser en fractions, il faut que les fractions soient en même dénomination, & si elles n'y sont pas, qu'il les y faut réduire par la méthode enseigné ci-devant en la cinquième réduction.

Les Fractions étant de même dénomination, il n'y a qu'à ajouter les numérateurs, & écrire le dénominateur commun au-dessous, la somme qui en viendra sera la somme totale des fractions proposées.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{8}$. J'ajoute tous les numérateurs, 1, 3, 5, 7, la somme est 16 que je pose pour numérateur, & le dénominateur 8 au-dessous, tellement que la somme totale des fractions susdites est $\frac{16}{8}$ ou deux entiers, comme il est enseigné par la quatrième réduction.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{1}{8}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{8}\ \frac{7}{8}$. Numérateur.

La preuve de l'Addition des Fractions se verra ci-après.

1
3 $\frac{16}{8}$ (ou 2 entiers.
5
7
16

Autre Exemple.

On veut ajouter $\frac{2}{3}$ avec $\frac{5}{6}$, il faut considérer que 6 peut être commun dénominateur aux deux fractions proposées ; car au lieu de $\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{4}{6}$ & $\frac{5}{6}$, qui ensemble font $\frac{9}{6}$ ou 1 $\frac{1}{2}$. Mais ordinairement quand il n'y a que deux fractions, on multiplie le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre alternativement, comme en l'exemple ci-dessous des mêmes $\frac{2}{3}$ à ajouter avec $\frac{5}{6}$, on dira 3 fois 5 font 15, 6 fois 2 font 12, & ajoutant 15 avec 12 font 27 ; puis pour avoir un dénominateur commun, on multiplie les deux dénominateurs 3 & 6 l'un par l'autre, vient 18, qu'il faut écrire sous 27, & le tout fait $\frac{27}{18}$ ou 1 $\frac{1}{2}$.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{2}{3}$ X $\frac{5}{6}$ 15 + 12 = 27; $\frac{27}{18}$ (9) (1 $\frac{1}{2}$

Il faut remarquer que par cette matière de multiplier en croix, on réduit & on multiplie tout d'un coup ; mais le plus souvent on a la peine d'abrévier les fractions, car les nombres se trouvent beaucoup plus grands, & par conséquent plus difficiles à manier que si on avoit pris un dénominateur commun le plus petit que l'on auroit pu trouver, comme j'ai mis en la première opération de cet exemple, où j'ai tout d'un coup pris 6 pour commun dénomi-

nateur, au lieu qu'en la ſeconde opération j'ai trouvé 18 pour dénominateur commun.

Et s'il ſe trouve plus de deux fractions à ajouter, comme $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{8}$, il y auroit trop de peine de multiplier en croix, c'eſt pourquoi on cherchera un nombre le plus petit que faire ſe pourra, qui puiſſe être diviſé ſans reſte par tous les dénominateurs deſdites fractions à ajouter, qui ſont 2, 3, 4, 6, 8 : Or je vois que 24 eſt un nombre qui peut être diviſé ſans reſte par tous les ſuſdits dénominateurs 2, 3, 4, 6, 8.

Numérateurs.

Prenant donc la $\frac{1}{2}$ de 24 vient 12   15
les $\frac{2}{3}$ de 24 vient 16*   87
les $\frac{3}{4}$ de 24 vient 18   —($3\frac{5}{8}$
les $\frac{5}{6}$ de 24 vient 20   24
les $\frac{7}{8}$ de 24 vient 21

Somme totale des numérateurs 87. * Et ſi on veut ſçavoir combien ils font d'entiers, diviſez 87 par 24, il viendra 3 entiers & $\frac{5}{8}$ pour la ſomme des fractions propoſée ci-deſſus, comme il ſe voit. *

Preuve de l'Addition des Fractions.

Cette preuve ſe fait en ajoutant ſucceſſivement tous les numérateurs ci-deſſus, excepté un, tel que l'on voudra, & ſouſtrayant cette dernière ſomme trouvée de la dernière ſomme totale, il reſtera le numérateur excepté, autrement les réductions ſeroient mal faites, & par conſéquent la Règle ſeroit fauſſe.

Par exemple, ajoutez tous les numerateurs ci-deſſus, excepté 21, qui ſont au reſte 12, 16, 18, 20, leur ſomme eſt 66, qui étant ſouſtraite de 87, ſomme totale, reſtera 21, qui eſt le numérateur excepté, c'eſt-à-dire $\frac{21}{24}$ égaux à $\frac{7}{8}$ dernière fraction.

Mais ſi les fractions à ajouter ſont irrégulières, & que l'on ne puiſſe commodément trouver un dé-

nominateur commun ; par exemple, si on veut ajouter $\frac{7}{9}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{17}{19}$, on observera pour la réduction en même dénomination ce que j'ai dit ci-devant sur ce sujet, en la cinquième réduction, page 67 ; sçavoir, de multiplier continuement tous les dénominateurs, dont le produit qui est 2907 sera le dénominateur commun ; cela fait, pour avoir le numérateur de chaque fraction, comme de la première qui est $\frac{7}{9}$, on divisera le dénominateur commun trouvé par 9, & le quotient sera multiplié par 7, dont le produit sera 2261 pour numérateur de la fraction $\frac{7}{9}$, & 2907 denominateur commun ; & ainsi la fraction $\frac{2261}{2907}$ sera égale à $\frac{7}{9}$, on gardera le même ordre pour trouver les autres numérateurs, puis les ajoutant tous, comme en l'Addition ci-dessus, on écrira la somme d'iceux, & 2907 dénominateur commun au-dessous ; & le numérateur étant plus grand que le dénominateur, on divisera comme il a été enseigné pour avoir les entiers & les fractions s'il est nécessaire.

Exemple d'Addition en entiers & fractions.

S'il y a entiers & fractions à ajouter, on ajoutera premièrement les fractions, comme il vient d'être enseigné, & les entiers qui en proviendront, s'il y en a, seront joints aux autres entiers pour les ajouter en une somme, qui sera la somme totale des entiers & fractions proposées.

Comme si on vouloit ajouter 7 $\frac{3}{4}$ avec 9 $\frac{5}{6}$, on observera ce que dessus pour l'opération.

Nombres	7 $\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$ X $\frac{5}{6}$	20	14	
à ajouter.	9 $\frac{5}{6}$		18	38	
	1	ajouté 24	———	———	(1 $\frac{14}{24}$ ou 1 $\frac{7}{12}$
	———		38	24	

℞ 17 $\frac{7}{12}$ pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, ôtez 9 $\frac{5}{6}$ de 17 $\frac{7}{12}$, restera 7 $\frac{3}{4}$.

Remarquez, que si on veut ajouter des fractions

de fractions avec d'autres ſimples fractions, il faudra réduire les fractions de fractions en ſimples fractions, puis procéder comme deſſus.

Par exemple, on veut ajouter les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$ avec $\frac{1}{4}$, on ſçait que pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$, il faut multiplier continuement les numérateurs de fractions de fractions; ſçavoir 2, 1 & 5, le produit eſt 10, qu'il faut poſer pour numerateur de fractions: il faut auſſi multiplier continuement les dénominateurs des mêmes fractions de fractions, qui ſont 3, 2 & 6, le produit eſt 36 pour dénominateur, & ce ſont $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ pour la valeur des fractions des fractions ci-deſſus qu'il faut ajouter avec $\frac{1}{4}$, ſelon l'ordre de l'Addition des fractions ci-deſſus, il viendra pour totale $\frac{19}{36}$.

Pour preuve, ôtez $\frac{5}{18}$ de $\frac{19}{36}$, reſtera $\frac{1}{4}$, comme il ſe verra dans la Souſtraction ci-après.

Avertiſſement ſur l'Addition des Fractions.

Il y a une autre méthode d'ajouter des fractions qui ſont régulières, comme ſont les fractions ou parties de l'aune.

Par exemple, ſi on veut ajouter $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ d'aune il faut conſidérer que $\frac{2}{3}$ à l'égard de la livre de 20 ſols valent 13 ſols 4 deniers, on poſera donc 13 ſols 4 deniers au-devant de la fraction $\frac{2}{3}$: on voit auſſi que $\frac{3}{4}$ valent 15 ſols, on poſera donc auſſi 15 ſols au-devant de la fraction $\frac{3}{4}$: ainſi de même au-devant de $\frac{5}{6}$ on poſera 16 ſols 8 deniers, & au-devant de $\frac{7}{8}$ on poſera 17 ſols 6 deniers, comme il ſe voit ci-deſſous; puis ajoutant toutes les parties de la livre, les livres & parties de livres qui en proviendront ſeront converties en aunes & parties d'aunes; ce qui ſera déduit plus amplement ci-après, lorſque j'expliquerai le bordereau d'aunage, où je ferai la démonſtration des parties de l'aune à l'égard de la livre.

Opération de l'Addition d'aunage.

$\frac{2}{3}$	ou 13	ſols 4	deniers.
$\frac{3}{4}$	15		
$\frac{5}{6}$	16	8	deniers.
$\frac{7}{8}$	17	6	deniers.

3 liv. 2 ſols 6 deniers, ou 3 aunes $\frac{1}{8}$.

Queſtions ſur l'Addition des Fractions. Voyez ci-après.

SOUSTRACTION PAR FRACTIONS.

Seconde Règle.

POur ſouſtraire une fraction de l'autre, il faut qu'elles ſoient en même dénomination, ſinon il les y faut réduire.

Si elles ſont en même dénomination, il faut ôter le numérateur de la petite fraction du numérateur de la grande, & écrire le reſte ſur une ligne, & le dénominateur au-deſſous, & c'eſt le reſte.

Par exemple, ſi on vouloit ôter $\frac{3}{8}$ de $\frac{5}{8}$, il faut ôter 3 numérateur de $\frac{3}{8}$ de 5 numérateur des $\frac{5}{8}$, & reſtra 2, c'eſt-à-dire $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Opération.

Dette $\frac{5}{8}$
Paye $\frac{3}{8}$

Reſte $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Pour preuve, ajoutez le reſte avec la paye, ſçavoir $\frac{2}{8}$ avec $\frac{3}{8}$, il viendra $\frac{5}{8}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Mais ſi les deux fractions propoſées à ſouſtraire l'une de l'autre, ſont de diverſe dénomination, il les faut réduire en même dénomination ; cela fait, il faut procéder comme ci-deſſus pour la ſouſtraction d'icelles.

Par exemple, ſi on vouloit ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$; on ſçait par la cinquième réduction des fractions, que $\frac{2}{3}$ valent $\frac{8}{12}$, & $\frac{3}{4}$ valent $\frac{9}{12}$; cela étant, il ne faut qu'ôter 8 de 9, reſte 1, c'eſt-à-dire $\frac{1}{12}$; ainſi des autres.

Opération.

$\frac{2}{3}$ à ôter de $\frac{3}{4}$ Dette $\frac{9}{12}$.
Paye $\frac{8}{12}$.

Reſte 1, c'eſt-à-dire $\frac{1}{12}$.

La preuve ſe fait en ajoutant la paye & le reſte, c'eſt-à-dire $\frac{8}{12}$ avec $\frac{1}{12}$, & vient $\frac{9}{12}$ qui eſt la dette.

Autre Exemple.

Et ſi on vouloit ôter un nombre d'entiers & fractions d'un autre nombre d'entiers & fractions; par exemple, ſi on propoſoit d'ôter 17 $\frac{1}{4}$ de 43 $\frac{5}{6}$, on voit que les deux fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{6}$ ſont de diverſe dénomination; les ayant réduits en même dénomination, on fera la ſouſtraction à l'égard des fractions, comme en l'exemple ci-deſſus, puis à l'égard des entiers, on les ſouſtraira les uns des autres ſelon l'ordre de la ſouſtraction des entiers.

Mais ſi on propoſoit d'ôter 17 $\frac{5}{6}$ de 43 $\frac{1}{4}$, on voit que l'on ne peut ôter la fraction $\frac{5}{6}$ de la fraction $\frac{1}{4}$, alors il faudroit emprunter un entier ſur 43 qui vaudra $\frac{4}{4}$, qui joint avec 1 numérateur de la fraction $\frac{1}{4}$, ce ſeroit $\frac{5}{4}$, puis après faiſant la réduction des deux fractions $\frac{5}{4}$ & $\frac{5}{6}$, on trouvera $\frac{15}{12}$ & $\frac{10}{12}$ que l'on ſouſtraira l'un de l'autre, & le reſte ſera $\frac{5}{12}$, ôtant auſſi 17 entiers de 42 reſtans, le reſte ſera en tout 25 entiers & $\frac{5}{12}$.

Pour preuve, ajoutez 17 $\frac{5}{6}$ avec 25 & $\frac{5}{12}$ ſelon le précepte de l'Addition des fractions, la ſomme ſera 43 $\frac{1}{4}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Si on veut ſouſtraire pluſieurs entiers & fractions

de plufieurs autres entiers & fractions, on ajoûtera premièrement les entiers & fractions dont on veut fouftraire en une fomme que l'on pofera pour dette felon l'ordre de l'Addition.

On ajoutera auffi les entiers & fractions à fouftraire en une fomme qui fera la paye ; cela fait, on ôtera la paye de la dette comme ci-deffus.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions de fractions à ôter de plufieurs fractions de fractions de fractions, trouver le refte.

Par exemple, fi on vouloit ôter $\frac{3}{16}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ de dedans les $\frac{7}{12}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$, alors il faut réduire les fractions de fractions à fouftraire en une fimple fraction, ce qui fe fait en multipliant les numérateurs : fçavoir 3 par 2 vient 6, & 6 par 7 vient 42, qu'il faut écrire fur une ligne; multipliant auffi les dénominateurs, fçavoir 16 par 3 vient 48, & 48 par 8 vient 384, qu'il faut écrire fous la même ligne, & ce feront $\frac{42}{384}$ ou $\frac{7}{64}$; on fera de même des fractions defquelles on veut fouftraire, & il viendra $\frac{35}{96}$, puis ôtant la petite fraction $\frac{7}{64}$ de la grande $\frac{35}{96}$, après les avoir réduites en même dénomination, le refte fera la réponfe.

Autre Exemple.

Etant données des fractions de fractions d'entiers, à ôter de dedans des fractions de fractions d'entiers trouver le refte :

Comme fi on veut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14, de dedans les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50.

Pour ce faire, je prens les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14 vient 7 $\frac{7}{9}$ pour la paye; puis je prens les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50, vient 23 $\frac{7}{16}$ pour la dette ; enfuite j'ôte le moindre nombre 7 $\frac{7}{9}$ du plus grand 23 $\frac{7}{16}$ & le refte eft 15 $\frac{95}{144}$.

Cette opération dépend des précédentes, c'eft ourquoi obfervant ce que j'ai enfeigné ci-devant,

on en viendra aiſément à bout, tant pour la Régle que pour la preuve.

Souſtraction en fractions d'aunage : Voyez cette Régle enſuite du bordereau d'aunage, page 97.

Queſtions ſur la ſouſtraction en fractions : Voyez la page 87.

MULTIPLICATION EN FRACTIONS.

Troiſième Regle.

ETant donné deux fractions à multiplier l'une par l'autre, trouver le produit.

Pour multiplier deux fractions, il n'eſt pas néceſſaire qu'elles ſoient de même dénomination, ni de ſoi, ni par réduction.

Par exemple ſi on veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, il faut ſeulement multiplier les deux numérateurs 2 & 3 l'un par l'autre, le produit eſt 6 que l'on écrira ſur une ligne pour numérateur.

Il faut auſſi multiplier les deux dénominateurs 3 & 4 l'un par l'autre, le produit eſt 12, que l'on poſera ſous la même ligne pour dénominateur, & cette fraction $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ ſera le produit de la multiplication.

Opération.

On veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$. ℞. $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; ainſi des autres.

Autre Exemple.

Etant donné des entiers & fractions à multiplier par entiers & fractions, trouver leur ſomme.

Par exemple, ſi on veut multiplier 5 $\frac{3}{4}$ par 4 $\frac{5}{6}$, alors on réduira les entiers en leurs fractions, comme 5 $\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$, & 4 $\frac{5}{6}$ en $\frac{29}{6}$, comme il a été expliqué par la ſeconde réduction des fractions, page

65. Puis on multipliera les deux fractions comme il vient d'être enſeigné, ſçavoir, les numérateurs 23 & 29 l'un par l'autre, & les dénominateurs 4 & 6 auſſi l'un par l'autre, & écrivant le produit des numérateurs ſur une ligne, & le produit des dénominateurs au-deſſous, viendra $\frac{667}{24}$ pour le produit total de la multiplication propoſée, comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

Opération.

$5\frac{3}{4}$ à multiplier	par $4\frac{5}{9}$	29
		23
$\frac{23}{4}$	$\frac{29}{6}$	
		87
Dénominateurs 4 par 6		58
font 24		
		667 c'eſt-à-dire $\frac{667}{24}$.

L'opération faite, il eſt venu $\frac{667}{24}$ au produit; & pour ſçavoir combien ce ſont d'entiers, il faut diviſer 667 par 24, viendra 27 entiers, & reſtera 19 à diviſer par 24, c'eſt-à-dire $\frac{19}{24}$.

Preuve de la Multiplication.

La preuve de la multiplication en fractions ſe fait comme celle des entiers, ſçavoir en diviſant le produit d'icelle, qui eſt $\frac{667}{24}$ par le nombre à multiplier qui eſt $\frac{23}{4}$, ou par le multiplicateur qui eſt $\frac{29}{9}$, cela eſt indifférent, parce que ſi on diviſe par le nombre à multiplier, qui eſt $\frac{23}{4}$, il viendra au quotient le multiplicateur, qui eſt 4 entiers, & reſtera une fraction égale à $\frac{5}{6}$.

Ou bien ſi on diviſe le même produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, ſçavoir 5, & il reſtera une fraction égale à $\frac{3}{4}$, & c'eſt la preuve.

Mais parce que je n'ai pas encore enſeigné la Diviſion, je diffère auſſi l'opération de cette preuve page 84, où je rapporterai les mêmes nombres

de cette Regle pour en faire la preuve par la Division.

L'application de la multiplication en fractions se verra amplement dans les Questions, page 90 & suivantes.

DIVISION EN FRACTIONS.

Quatrième Regle.

ETant donné deux fractions, diviser l'une par l'autre.

Avant que de procéder à l'opération de la Division des fractions, il faut que les fractions proposées soient en même dénomination, ou d'elles-mêmes, ou par réduction. Supposé que les fractions soient en même dénomination, il faut diviser seulement le numérateur du dividende par le numérateur du diviseur, laissant les dénominateurs inutiles, le quotient donnera le requis.

Premier Exemple.

On veut diviser $\frac{6}{7}$ par $\frac{2}{7}$, il faut considérer que les fractions étant de même dénominations, comme $\frac{6}{7}$ & $\frac{2}{7}$, il faut diviser seulement le numérateur 6 par le numérateur 2 & viendra 3 au quotient c'est-à-dire $\frac{3}{7}$ pour la réponse.

De même si on veut diviser $\frac{2}{7}$ par $\frac{6}{7}$, je divise 2 par 6, vient $\frac{2}{6}$, ou par réduction $\frac{1}{3}$ de septième pour la réponse.

Second Exemple.

On veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, on voit que ces deux fractions sont de différentes dénominations : c'est pourquoi il les faut multiplier en croix, sçavoir 3 numérateur de $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, il vient 9 pour nombre à diviser, puis il faut multiplier 4

dénominateur des $\frac{3}{4}$ par 2 numérateur des $\frac{2}{3}$, il vient 8 pour diviseur, & ce sont $\frac{9}{8}$, & pour sçavoir les entiers, il faut diviser 9 par 8, vient un entier, & reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{8}$.

Tellement que si on veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, le quotient sera 1 $\frac{1}{8}$ de douzième telle chose que l'on voudra diviser, comme il se voit par l'opération.

$\frac{3}{4}$ à diviser par $\frac{2}{3}$.

9 8 — 1

$\frac{3}{4}$ X $\frac{2}{3}$ — $\frac{9}{8}$ (1 $\frac{1}{8}$: ainsi des autres.

Si au contraire on veut diviser 8 par 9, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$, par $\frac{9}{12}$ il viendra $\frac{8}{9}$ parties d'un douzième pour la réponse.

Troisième Exemple pour servir de preuve à la Multiplication, page 82, dont je rapporte les mêmes nombres.

Et s'il se trouve des entiers & fractions à diviser par entiers & fractions, il faut réduire les entiers en leurs fractions, tant du nombre à diviser que du diviseur.

Par exemple, si on veut diviser 27 $\frac{19}{24}$, qui est le produit de la Multiplication marquée ci-dessus par 5 $\frac{3}{4}$ nombre à multiplier de la même Regle, on réduira, premièrement 27 $\frac{19}{24}$ en $\frac{667}{24}$, & 5 $\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$ par la deuxième réduction, page 65, puis divisant 667 numérateur de $\frac{667}{24}$ par 23 numérateur de $\frac{23}{4}$, il viendra 29 pour numérateur; divisant encore le dénominateur 24 de $\frac{667}{24}$ par le dénominateur 4 de $\frac{23}{4}$, il viendra 6 pour dénominateur, & on aura $\frac{29}{6}$ égale à 4 $\frac{5}{6}$.

Voyez l'opération de la Division en la page suivante.

27 $\frac{19}{24}$ à diviser par 5 $\frac{3}{4}$.

Autrement

$\frac{667}{24}$ à diviser par $\frac{23}{4}$.

```
   20
  667
 ─────── (29 numérateur.
  233
   2


   24
   ── (6 dénominateur.
    4
```

$\frac{29}{6}$ égaux a 4 $\frac{5}{6}$ & c'est la preuve.

Autre Exemple.

S'il falloit diviser un entier par une fraction, on supposera cet entier être une fraction, le mettant sur une ligne, & 1 qui représente l'unité au-dessous.

Comme si on vouloit diviser 6 par $\frac{2}{3}$, on poseroit ainsi $\frac{6}{1}$ à diviser par $\frac{2}{3}$; puis multipliant l'entier 6 par 3 dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$, il viendra 18 à diviser par 2 numérateur de $\frac{2}{3}$, & le quotient sera 9 pour la réponse.

Preuve de la Division en fraction.

Comme la Multiplication, tant en entiers qu'en fractions, se doit prouver par la Division, ainsi la Division se prouve par la Multiplication, qui est son contraire.

D'où s'ensuit, que pour faire la preuve de la Division en fractions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviseur, & le produit sera le nombre à diviser, ou autrement si on divise le nombre à diviser par le quotient, le quotient donnera le diviseur.

Par exemple, le quotient des deux Divisions ci-dessus est 4 $\frac{5}{6}$, ou par réduction $\frac{29}{6}$, & les divi-

ſeurs $\frac{23}{4}$, ſi je multiplie $\frac{29}{6}$ par $\frac{23}{4}$, ſelon l'ordre de la Multiplication en fractions, le produit ſera $\frac{667}{24}$ ou par réduction 27 $\frac{19}{24}$, comme il a été propoſé.

Operation.

$\frac{29}{6}$ à multiplier par $\frac{23}{4}$.

1	29	6
189	23	4
667	87	24
(27 $\frac{19}{24}$	58	
244	667	
2		

Ayant fait les opérations ci-deſſus, concernant la preuve de la Diviſion, il eſt venu 27 entiers & $\frac{19}{24}$ de reſte, & c'eſt la preuve.

Pluſieurs Queſtions ſur les quatre opérations d'Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion en Fractions.

JE propoſerai & réſoudrai enſuite les Queſtions ſuivantes, pour faire voir aux amateurs d'Arithmétique l'application des préceptes ci-devant, qu'ils doivent ſoigneuſement entendre, autrement ils travailleront envain pour réſoudre les propoſitions ou queſtions qui leur ſeront faites, où il s'agira de fractions.

Et premièrement ſur la cinquième réduction, ci-devant page 67.

On demande deux nombres tels que les $\frac{3}{4}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix le numérateur de l'une des fractions par le dénominateur de l'autre alternativement, il viendra 21 & 20 pour les deux nombres

requis ; car les $\frac{3}{4}$ de 20 sont 15, & les $\frac{5}{7}$ de 21 sont 15 aussi, comme veut la question.

Autre Exemple.

On demande deux nombres tels que le tiers & le quart de l'un soient égaux à $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ de l'autre.

Ajoutez $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{7}{12}$, ajoutez aussi $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ il viendra $\frac{11}{30}$, puis multipliez en croix comme dessus, sçavoir 30 par 7 il viendra 210, & 12 par 11 il viendra 132, partant 210 & 132 sont les deux nombres requis, lesquels abbréviés seront $\frac{66}{105}$.

Pour preuve, tirez le tiers & le quart (c'est-à-dire les $\frac{7}{12}$ de 66, il viendra $38\frac{1}{2}$; tirez aussi le $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{5}$ (c'est-à-dire $\frac{11}{30}$) de 105, il viendra aussi $38\frac{1}{2}$, qui est l'égalité & la preuve.

Questions sur l'Addition & Soustraction des Fractions.

JE ne ferai point de distinction des Questions de l'Addition d'avec celles de la Soustraction, parce que pour la résolution des demandes elles s'entr'aident l'une à l'autre, & se prouvent l'une par l'autre, comme il se verra par la construction.

Première Question.

On demande un nombre, lequel joint avec $7\frac{1}{2}$ fasse $9\frac{5}{6}$, ôtez $7\frac{1}{2}$ de $9\frac{5}{6}$, il restera $2\frac{1}{3}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ajoutez $2\frac{1}{3}$ avec $7\frac{1}{2}$, la somme sera $9\frac{5}{6}$, comme veut la question.

Application.

Un Maître Tailleur a besoin de 9 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe pour faire quelque ouvrage, & allant chez son Marchand ordinaire, il ne trouve qu'un reste de pareille étoffe, contenant $7\frac{1}{2}$ aunes, on demande com-

bien il faut qu'il en achete chez un autre Marchand pour achever son ouvrage.

Opérez selon la Règle ci-dessus, & vous trouverez 2 $\frac{1}{3}$ aunes pour la réponse.

Seconde Question.

Quel est le nombre lequel joint avec 3 $\frac{1}{4}$ fasse 5, ôtez 3 $\frac{1}{4}$ de 5, le reste sera 1 $\frac{3}{4}$ pour la réponse; pour preuve, ajoutez 3 $\frac{1}{4}$ avec 1 $\frac{3}{4}$, la somme sera 5.

Troisième Question.

Un Matchand a plusieurs restes d'étoffes, sçavoir $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, on demande combien tous ces restes valent d'aunes & parties d'aunes; faites l'opération, & vous trouverez 2 $\frac{3}{4}$ aunes. Pour ce faire, cherchez un commun dénominateur à tous vos dénominateurs particuliers, comme 12, puis pour trouver les numérateurs particuliers au respect du dénominateur commun qui est 12 pour la première fraction $\frac{1}{2}$, tirez la moitié de 12 vient 6, pour $\frac{2}{3}$ vient 8, pour $\frac{3}{4}$ vient 9, & pour $\frac{5}{6}$ vient 10, comme il a été enseigné en la cinquième réduction; cela fait, ajoutez tous les numérateurs 6, 8, 9, 10, la somme est 33, c'est-à-dire $\frac{33}{12}$, ou par réduction 2 aunes $\frac{3}{4}$ pour la réponse.

La preuve se fait comme celle de l'Addition des fractions enseignée ci devant.

Quatrième Question.

Un Seigneur a 3 coupes de bois taillis qu'il veut vendre, desquelles la première contient $\frac{3}{4}$ d'arpens, la deuxième $\frac{5}{6}$ d'arpens, & la troisième $\frac{2}{3}$ d'arpens; on demande combien il y a d'arpens en tout & parties d'arpens.

Il faut ajouter les 3 coupes; sçavoir $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ & $\frac{2}{3}$ selon l'ordre de l'Addition, & viendra 2 arpens & $\frac{1}{4}$ d'arpent; ainsi des autres.

La preuve se fera comme celle de la question ci-dessus.

Cinquième Question.

On demande quel est le nombre duquel ôtant 7 $\frac{1}{2}$, le reste soit 11 $\frac{2}{3}$.

Ajoutez 7 $\frac{1}{2}$ avec 11 $\frac{2}{3}$, la somme sera 19 $\frac{1}{6}$ pour la réponse.

Pour preuve ôtez 7 $\frac{1}{2}$ de 19 $\frac{1}{6}$, le reste sera 11 $\frac{2}{3}$.

Application.

Un Marchand avoit une piece d'étoffe, de laquelle après en avoir ôté 7 aunes $\frac{1}{2}$, il lui en reste 11 aunes $\frac{2}{3}$, on demande combien d'aunes contenoit la piece entiere: Observez pour l'opération ce que dessus, & vous trouverez que ladite piece d'étoffe contenoit 19 aunes & $\frac{1}{6}$.

Sixième Question.

Trouver un nombre, lequel étant ôté de 7 $\frac{1}{2}$, le reste soit 3 $\frac{1}{3}$.

Otez 3 $\frac{1}{3}$ de 7 $\frac{1}{2}$, il restera 4 $\frac{1}{6}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ôtez 4 $\frac{1}{6}$ de 7 $\frac{1}{2}$, le reste sera 3 $\frac{1}{3}$, comme veut la question.

Application.

Un Marchand avoit une piece d'étoffe contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$, de laquelle il a vendu une quantité d'aunes, & il lui en reste 3 $\frac{1}{3}$, on demande combien il en a vendu d'aunes & parties d'aunes.

Pour l'opération, observez ce que dessus, & vous trouverez 4 $\frac{1}{6}$.

Septième Question.

Un Marchand a confié à un Maître Tailleur une piece d'étoffe contenant 14 aunes $\frac{3}{8}$, le Tailleur lui en rapporte 5 aunes $\frac{5}{6}$, on demande combien le Tailleur en a pris pour son compte.

Otez 5 aunes $\frac{5}{6}$ de 14 aunes $\frac{3}{8}$, restera 8 aunes $\frac{11}{24}$ que le Tailleur a employé.

Pour preuve ajoutez $\frac{5}{6}$ avec 8 $\frac{13}{24}$, & la somme sera 14 aunes $\frac{3}{8}$; ainsi des autres.

Question sur la Multiplication & Division en Fractions.

COmme je n'ai pas séparé les Questions de la Soustraction d'avec celles de l'Addition, lesquelles se prouvent l'une par l'autre; ainsi je ne ferai pas de distinction des Questions de la Multiplication d'avec celles de la Division, lesquelles sont aussi opposées l'une à l'autre: on observera seulement l'ordre de leur construction pour les résoudre & prouver.

Première Question.

On demande un nombre tel qu'étant multiplié par $3\frac{4}{5}$, le produit soit $30\frac{1}{4}$.

Divisez $30\frac{1}{4}$ par $3\frac{4}{5}$ selon l'ordre de la Division en fractions, il viendra au quotient $8\frac{61}{68}$ pour le nombre requis.

Application.

Un Marchand sçait que l'aune d'une certaine étoffe coute $3\frac{4}{5}$ livres, il donne à son Facteur $30\frac{1}{4}$ livres pour acheter de cette même étoffe, on demande combien le Facteur doit apporter d'aunes & parties d'aunes pour les susdites $30\frac{1}{4}$ de livres, faisant comme ci-dessus, on trouvera $8\frac{61}{68}$ aunes.

Pour preuve on fera une autre question, qui sera telle.

Si l'aune d'une certaine étoffe coûte $3\frac{4}{5}$ livres, on demande combien en coûteront $8\frac{61}{68}$ aunes au même prix.

Multipliez $3\frac{4}{5}$ par $8\frac{61}{68}$ selon l'ordre de la Multiplication des fractions, il viendra $30\frac{1}{4}$ pour la valeur des $8\frac{61}{68}$ aunes, & c'est la preuve.

Seconde Question.

On demande quel est le nombre lequel étant multiplié par $5\frac{1}{2}$, le produit soit 19.

Application.

On a acheté $5\frac{1}{2}$ aunes d'étoffes qui ont coûté 19 livres, sçavoir que coûte l'aune.

Divisez 19 par $5\frac{1}{2}$, il viendra $3\frac{5}{11}$ livres pour la valeur de l'aune,

Pour preuve, on dira par une autre application :

Si 1 aune d'étoffe coûte $3\frac{5}{11}$ livres, combien coûteront $5\frac{1}{2}$ aunes.

Multipliez $3\frac{5}{11}$ par $5\frac{1}{2}$, il viendra 19 livres pour la valeur de $5\frac{1}{2}$ aunes.

Troisième Question.

La longueur d'une piece de terre contient $7\frac{2}{3}$ perches, ou toises, ou pieds, &c. & la largeur $4\frac{3}{4}$, on demande la superficie.

Multipliez la longueur $7\frac{2}{3}$ par la largeur $4\frac{3}{4}$ selon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit $36\frac{5}{12}$ de telle mesure que l'on voudra pour la superficie.

Pour preuve, il faut faire une autre question, qui est telle :

La superficie d'une piece de terre est $36\frac{5}{12}$ perches, & la longueur $7\frac{2}{3}$, on demande la largeur, il viendra $4\frac{3}{4}$ pour la largeur.

Quatrième Question.

On demande un nombre, lequel étant multiplié par les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ de 7, le produit soit $50\frac{1}{2}$, R. $17\frac{11}{35}$.

Application.

C'est comme qui diroit : le côté d'un Parallelogramme rectangle est les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7 pieds, on demande quel sera l'autre côté dudit rectangle, afin que la superficie soit $50\frac{1}{2}$.

Réduisez les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ en $\frac{5}{12}$ par la méthode enseignée ci-devant, puis prenez les $\frac{5}{12}$ de 7, il viendra $\frac{35}{12}$ pour diviseur ; cela fait ; divisez $50\frac{1}{2}$ par les mêmes $\frac{35}{12}$, il viendra $17\frac{11}{35}$ pour le côté du rectangle que l'on cherche.

Pour preuve, faites une autre question contraire; un des côtés d'un Parallelogramme reſtangle eſt les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7, ou par réduction $\frac{35}{12}$, & l'autre côté 17 $\frac{11}{35}$, on demande quelle eſt la ſuperficie dudit Parallelogramme; multipliez $\frac{35}{12}$ par 17 $\frac{11}{35}$ ſelon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit 50 $\frac{1}{2}$ pour la ſuperficie requiſe.

Cinquième Queſtion.

On demande un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ le reſte ſoit 24; ſuppoſé que 1 ſoit le nombre que vous cherchez, ſi vous en ôtez le quart, il reſtera $\frac{3}{4}$, & il devoit reſter 24 : Dites donc par Règle de trois :

Si $\frac{3}{4}$ viennent de $\frac{4}{4}$, d'où viendront 24, ℞. 32.

Pour preuve, ôtez le quart de 32, le reſte ſera 24, comme veut la queſtion.

Sixième Queſtion.

Trouver un nombre duquel les $\frac{3}{4}$ ſoient 12.

C'eſt comme qui diroit $\frac{3}{4}$ d'aune d'une étoffe coûtent 12 livres, combien l'aune.

Diviſez 12 par $\frac{3}{4}$, il viendra 16 livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, prenez les $\frac{3}{4}$ de 16, il viendra 12, comme il eſt requis.

Septième Queſtion.

Trouver un nombre duquel 2 ſoient les $\frac{7}{11}$; ℞. 3 $\frac{1}{7}$.

Application.

$\frac{7}{11}$ d'aune ont coûté 2 livres, combien l'aune.

Diviſez 2 par $\frac{7}{11}$, il viendra 3 $\frac{1}{7}$ pour la valeur de l'aune.

Pour preuve multipliez $\frac{7}{11}$ par 3 $\frac{1}{7}$, il viendra 2.

Huitième Queſtion.

Trouver un nombre lequel étant diviſé par 17, le quotient ſoit 17 $\frac{2}{3}$, ℞. 300 $\frac{1}{3}$.

Application.

Quelle ſomme faut-il avoir à diſtribuer à 17

Soldats, afin que chacun ait 17 $\frac{2}{3}$ livres pour ſa part.

Multiplier 17 par 17 $\frac{2}{3}$, il viendra 300 $\frac{1}{3}$ livres.

Pour preuve, diviſez 300 $\frac{1}{3}$ par 17, il viendra 17 $\frac{2}{3}$, comme il eſt requis.

Neuvième Queſtion.

Trouver un nombre, lequel étant diviſé par 5 $\frac{2}{3}$, le quotient ſoit 31 $\frac{1}{2}$, ℞. 178 $\frac{1}{2}$.

Application.

Le côté d'un rectangle eſt 5 $\frac{2}{3}$, on demande quelle doit être l'aire ou ſuperficie, afin que l'autre côté ſoit 31 $\frac{1}{2}$.

Multipliez 5 $\frac{2}{3}$ par 31 $\frac{1}{2}$, & le produit ſera 178 $\frac{1}{2}$.

Pour preuve, diviſez 178 $\frac{1}{2}$ par 5 $\frac{2}{3}$, il viendra 31 $\frac{1}{2}$ au quotient.

Dixième Queſtion.

Trouver un nombre, lequel joint à la ſixième partie, faſſe 27.

Tirez le ſixième de 6, il vient 1; puis ajoutez 6 & 1, la ſomme eſt 7, & devoit être 27: Dites par la Règle de trois, ſi 7 vient de 6, d'où viendront 27, ℞. 23 $\frac{1}{7}$.

Pour preuve, tirez le ſixième de 23 $\frac{1}{7}$, il viendra 3 & $\frac{6}{7}$, leſquels deux nombre ajoutez enſemble, la ſomme ſera 27, comme veut la queſtion.

Onzième Queſtion.

Par quel nombre faut-il diviſer $\frac{1}{6}$, afin d'avoir 4 $\frac{2}{3}$ au quotient.

Application.

Une ligne a $\frac{1}{6}$ de toiſe de long, on demande avec quelle partie de toiſe on meſurera ladite ligne, afin que telle partie la meſure 4 fois $\frac{2}{3}$.

Diviſez $\frac{1}{6}$ par 4 $\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$ partie de toiſe, & c'eſt avec cette longueur que l'on meſurera $\frac{1}{6}$ de toiſe.

Pour preuve, diviſez $\frac{1}{6}$ par $\frac{1}{28}$, il viendra 4 $\frac{2}{3}$, comme il eſt requis.

Avertissement sur la Division.

Si l'on divise quelque nombre par un diviseur, il vient un quotient requis ; & si ledit nombre à diviser est divisé par le quotient, il viendra le diviseur.

Comme si je divise $\frac{1}{6}$ par $4\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$.

Pour preuve, $\frac{1}{6}$ est divisé par $\frac{1}{28}$, il viendra $4\frac{4}{6}$, & c'est la preuve.

Et pour seconde preuve, si on multiplie un quotient comme $4\frac{2}{3}$ par un diviseur, comme $\frac{1}{28}$, il viendra le même dividente $\frac{1}{6}$.

$$\frac{1}{6} \times \frac{14}{3}, \text{ R}. \frac{3}{84} \text{ ou } \frac{1}{28}$$

Douzième Question.

On demande par quel nombre il faut diviser $3\frac{2}{3}$ pour avoir $8\frac{1}{4}$ au quotient.

Divisez $3\frac{2}{3}$ par $8\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{44}{99}$ pour le nombre requis. Pour preuve, divisez $3\frac{2}{3}$ par $\frac{44}{99}$, il viendra $8\frac{1}{4}$, comme veut la question.

Je pourrois composer ici une plus grande quantité de questions subtiles sur les fractions ; mais comme j'ai dessein de donner un Questionaire à la fin de mon Arithmétique pour les curieux, je me reserverai de les proposer alors.

Quoique les préceptes d'Arithmétique soient amplement expliqués, & que celui qui les aura bien entendus, pourroit résoudre toutes questions proposées, moyennant qu'il sçache appliquer lesdits préceptes aux sens de la question, néanmoins j'expliquerai ensuite du Bordereau d'aunage, la manière de multiplier par les fractions vulgaires, sçavoir par livres, sols & deniers.

Exemple d'Addition avec entiers & fractions.

Un Marchand a acheté ſix pieces d'étoffe comme ci deſſous, on demande combien il y a d'aunes en tout & parties d'aunes.

32 aunes	$\frac{1}{2}$	ou	10 ſols.	
27	$\frac{2}{3}$	ou	13	4 deniers.
33	$\frac{3}{4}$	ou	15	
42	$\frac{5}{6}$	ou	16	8
12	$\frac{1}{6}$	ou	3	4
17	$\frac{1}{4}$	ou	5	
166	$\frac{1}{6}$	3 liv.	3 ſols	4 deniers.

Exemple de Souſtraction par entiers & fractions.

Il faut obſerver la même choſe pour la Souſtraction d'aunage que pour l'Addition; par exemple, ſi on vouloit ſouſtraire 24 aunes $\frac{3}{4}$ de 36 aunes $\frac{7}{8}$, après avoir diſpoſé la Règle comme ci-après, ſçavoir 36 aunes $\frac{7}{8}$ & 24 aunes $\frac{3}{4}$ au deſſous.

Dette	36 aunes	$\frac{7}{8}$
Paye	24	$\frac{3}{4}$
Reſte	12 aunes	$\frac{1}{8}$

Ayant fait la ſouſtraction, on voit qu'il reſte 12 aunes $\frac{1}{8}$; ainſi des autres.

Multiplication par livres, ſols & deniers.

COmme il y a quantité de méthodes de multiplier par livres, ſols & deniers, j'en expliquerai pluſieurs, deſquelles les deux premières ſont les plus faciles à entendre, mais bien longues pour l'opération.

Pour mettre en pratique la première méthode, il faut entendre qu'il y a autant de multiplication,

à faire, qu'il y a d'espèces différentes au multiplicateur.

Pour la pratique de la seconde méthode, il y a quantité de réductions à faire, comme il se verra par l'explication & opération suivante.

Première Méthode de multiplier par livres, sols & deniers.

Exemple.

A 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes : il faut premièrement multiplier les 35 aunes par 23 livres, selon l'ordre de la multiplication simple, laissant les deux produits comme ils sont posés, sans les ajouter.

Il faut encore multiplier les mêmes 35 aunes par les 15 sols, laissant aussi les produits qui sont des sols, sans les ajouter.

Enfin on multipliera encore les susdites 35 aunes par les 9 deniers, & le produit sera 315 deniers, qui seront divisés par 12, & il viendra 26 sols 3 deniers au quotient, lesquels 26 sols 3 deniers seront ajoutés aux produits des 15 sols ; & ajoutant tous les sols, la somme qui sera 551 sols 3 deniers, sera la valeur de 35 aunes à 15 sols 9 deniers l'aune.

Ensuite on réduira les 551 sols 3 deniers en livres selon la manière de réduire, des sols en livres, enseignée ci-après page 141, il viendra 27 livres 11 sols 3 deniers, que l'on joindra aux produits des 23 livres : & faisant addition du tout, la somme totale sera 832 livres 11 sols 3 deniers, pour la valeur de 35 aunes à 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune, proposées ci-dessus, comme il se voit par l'opération.

35 aunes	35 aunes	35 aunes
à 23 livres	à 15 sols	à 9 den.
105	175	315 den.
70	35	
27 l. 11 s. 3 d.	26 sols 3 d.	73
		315
Prod. 832 l. 11 s. 3 d.	551 s. 3 d.	(26 s. 3 d.
		122
	27 l. 11 s. (3 d.	1 ainsi des autres.

Seconde méthode de multiplier par livres, sols & deniers.

A 23 livres 15 sols 9 den. l'aune de drap, combien 35 aunes. Pour résoudre cette question par cette méthode, il faut réduire les 23 livres 15 sols en sols, il viendra 475 sols, ensuite il faut réduire les 475 sols en deniers, & y ajouter les 9 deniers du multiplicateur, il viendra 5709 deniers.

Cela fait, multipliez les 35 aunes proposées par les 5709 den. il viendra 199815 deniers.

Enfin il faut diviser 199815 deniers par 12, il viendra 16651 sols 3 deniers.

Il faut réduire ensuite les 16651 sols 3 deniers en livres, ce qui se fera en séparant la dernière figure à main droite, & prenant la moitié des autres à gauche, il viendra 832 livres 11 sols 3 deniers pour la valeur desdites 35 aunes à 23 liv. 15 sols 9 den. l'aune, comme par la méthode ci-dessus, ainsi des autres, ou bien diviser les 199815 deniers par 240.

On peut par ces deux précédentes méthodes faire toutes sortes de multiplications par livres, sols & deniers; mais comme c'est un trop long chemin,

j'enseignerai ci-après à multiplier par livres, sols & deniers plus brièvement, & je proposerai ensuite plusieurs exemples de Multiplication par livres, sols & deniers, dont l'opération se fera par les parties aliquotes.

Troisième Méthode de multiplier par livres, sols & deniers, selon l'ordre des parties aliquotes de 20 sols.

Définition des parties aliquotes.

PArties aliquotes sont les parties de quelque nombre entier, qui sont plusieurs fois précisément contenues en ce nombre, *ou* les parties des nombres qui se divisent en parties égales sans reste ou fraction.

Les parties aliquotes les plus usitées sont contenues dans la Table suivante.

10 sols,		c'est la moitié de 20 sols.
5		Le quart.
4		Le cinquième.
2		Le dixième.
1		Le vingtième.
6 sols	8 deniers.	Le tiers.
3	4	Le sixième.
2	6	Le huitième.
1	8	Le douzième.
1	4	Le quinzième.
1	3	Le seizième.
	10	Le vingt-quatrième.
	5	Le quarante-huitième.

Ce que l'on appelle multiplier par les parties aliquotes, n'est autre chose que de diviser un nombre par 4, ou par 5, ou par 6, &c. & cette division se fait en tirant le quatrième, le cinquième, le sixième du nombre proposé, &c.

Si donc on veut multiplier par quelqu'une des parties aliquotes contenues en la Table, pour faire des livres ſimples, ou des livres & des ſols, ou des livres, des ſols & deniers, s'il y échet, ſelon la rencontre de la partie aliquote, on tirera du nombre à multiplier la partie aliquote qui ſe rencontre vis-à-vis la Table; comme vis-à-vis de 10 ſols il y a la moitié, parce que 10 ſols ſont la moitié de 20 ſols, qui valent une livre, vis-à-vis de 5 ſols il y a un quart; vis-à-vis de 6 ſols 8 deniers, il y a un tiers, &c.

Et afin de faire mieux comprendre la Table ci-deſſus, je donnerai un exemple pour l'explication de chaque partie aliquote; mais auparavant j'ai jugé à propos de faire précéder un avertiſſement général pour toutes les parties aliquotes, tant par ſols ſimples, & par ſols & deniers enſemble, que par deniers purs.

On ſçaura donc qu'ayant tiré quelque partie aliquote que ce ſoit d'un nombre propoſé à multiplier, autant d'unités qui reſteront à la fin du nombre à multiplier, ce ſera autant de fois la valeur de la partie aliquote, par laquelle on multiplie.

Comme tirant la moitié du nombre à multiplier à raiſon de 10 ſols, s'il reſte 1 à la fin, après avoir tiré cette moitié, cette unité vaudra 10 ſols, que l'on écrira enſuite des livres.

De plus, ayant tiré le quart du nombre à multiplier à raiſon de 5 ſols; s'il reſte 1, 2 ou 3 unités à la fin, ce ſeront autant de fois 5 ſols qu'il faut écrire au rang des ſols, comme s'il reſte deux unités, ce ſeront deux quarts qui valent 10 ſols.

De même ayant tiré le tiers du nombre à multiplier à raiſon de 6 ſols 8 deniers, s'il reſte à la fin une ou deux unités, ce ſeront autant de fois 6 ſols 8 deniers que l'on écrira de même enſuite du produit des livres; ainſi des autres.

Exemple à 10 ſols.

A 10 ſols l'aune de toile, on demande la valeur de 749 aunes.

Prenez la moitié de 749, il viendra 374 livres 10 ſols.

Opération.

749 aunes
à 10 ſols

---

374 livres 10 ſols.

Dans l'opération ci-deſſus, il eſt reſté une moitié qui vaut 10 ſols.

La raiſon eſt que ſi chaque aune valoit une livre, alors les 749 aunes vaudroient 749 livres; mais puiſque l'aune ne vaut que 10 ſols, qui eſt la moitié de la livre, les 749 aunes ne valent que la moitié de 749 livres, c'eſt-à-dire 374 livres 10 ſols.

Cette raiſon eſt générale pour toutes les parties aliquotes.

Exemple à 5 ſols.

A 5 ſols la pinte de vin, on demande la valeur de 735 pintes.

Prenez le quart de 735, il viendra 183 livres 15 ſols; ce qui ſe fait en diſant: Le quart de 7 eſt 1, & reſte 3, qui font 30, avec les 3 ſuivans font 33, puis le quart de 33 eſt 8, reſte 1 qui vaut 10, & 5 font 15, & le quart de 15 eſt 3, & reſte 3, c'eſt-à-dire 3 quarts qui valent 15 ſols.

Opération.

735 pintes de vin à
5 ſols.

Produit 183 livres 15 pour la valeur requiſe.

Exemple à 4 ſols.

A 4 ſols l'aune de ruban, on demande combien valent 749 aunes.

Tirez le cinquième de 749 de même façon que vous avez agi en tirant le quart ci-dessus pour 5 sols, il viendra 149 livres 16 sols.

Opération.

749 aunes
à 4 sols.

Produit 149 livres. 16 sols.

Il faut remarquer qu'ayant tiré le cinquième, il est resté 4 unités, c'est-à-dire 4 cinquièmes qui valent 16 sols.

Exemple à 2 sols.

Il faut remarquer que quand on agit pour 2 sols, qui est le dixième de 20 sols, il n'y a qu'à séparer la dernière figure à main droite du nombre proposé, & écrire les autres figures à main gauche pour autant de livres, en avançant d'un degré, puis doublant la figure retranchée, ce sont autant de sols, comme il se voit par l'opération suivant.

A 2 sols l'aune de ruban, combien 244 aunes.

Opération.

244 aunes
à 2 sols.

℞. 24 livres 8 sols pour la valeur requise.

Exemple à 1 sol.

Pour un sol qui est le vingtième de 20 sols, il faut aussi séparer la dernière figure à main droite, comme à 2 sols; mais au lieu qu'à 2 sols on écrit les figures à main gauche toutes entières, à 1 sol il n'en faut prendre que la moitié, dont il vient aussi des livres, & le reste, c'est autant de sols qu'il faut écrire au rang des sols, comme il se voit en l'exemple ci-dessous, où en prenant la moitié de 95, il vient 47 livres, & reste une dixaine, avec le 7 retranché font 17 sols.

A un sol l'aune, combien 957 aunes.

Opération.

957 aunes
à 1 sol.

R. 47 livres 17 sols.

C'est la même chose que si on vouloit réduire 957 sols en livres, observant le même ordre, il viendroit 47 livres 17 sols, comme il se verra dans les réductions par la division ci-après, page 141.

Exemple à 6 sols 8 deniers.

A 6 sols 8 deniers la pinte de vin, combien 487 pintes: Prenez le tiers de 487, il viendra 162 liv. 6 sols 8 deniers.

Opération.

487 pintes
à 6 s. 8 deniers.

Produit 162 liv. 6 s. 8 d. pour la valeur requise.

Exemple à 3 sols 4 deniers.

A 3 sols 4 deniers la botte de foin, combien 788 bottes; tirez le sixième de 788, il viendra 131 liv. 6 sols 8 deniers.

Opération.

788 bottes
à 3 sols 4 deniers.

Produit 131 liv. 6 s. 8 d. pour la valeur requise.

Exemple à 2 sols 6 deniers.

A 2 sols 6 deniers l'aune de ruban, combien 986 aunes; tirez le huitième de 986, il viendra 123 livres 5 sols.

Operation.

986 aunes
à 2 sols 6 deniers.

Produit 123 liv. 5 sols.

Il y a encore quelques parties aliquotes de la livre, comme 1 sols 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, plus 1 sols 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$, plus 1 sol 3 deniers, qui est $\frac{1}{16}$, plus 10 deniers, qui est $\frac{1}{24}$, plus 5 deniers, qui est $\frac{1}{48}$, mais comme ces fractions sont trop grandes, quoique moindre en valeur, on fera l'opération par les sols séparément, puis par les deniers purs.

Comme si on veut multiplier par 1 sols 8 deniers qui est $\frac{1}{12}$, on fera premièrement pour 1 sol, & après pour les 8 deniers on aura recours à la page 107, où j'expliquerai la Multiplication par les deniers purs. Ce n'est pas que ceux qui sçauront bien leur Table de Multiplication par cœur, ne puissent tirer le douzième tout d'un coup, tout de même que le sixième ou le huitième, & l'opération sera bien plus courte.

Pour les parties qu'on appelle quinzième, seizième, vingt-quatrième, &c. Ceux qui seront curieux de voir la Table des abbréviations par la division, verront que l'on peut tirer le quinzième plus brièvement que ci-dessus, savoir en prenant le cinquième du nombre proposé à multiplier, puis le tiers de ce cinquième, parce que 3 fois 5 font 15, observant de barrer le premier quotient ou produit, parce qu'il ne sert que pour découvrir le produit que l'on cherche; ainsi des autres.

Exemple à 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$.

A 1 sol 8 deniers la ℔ de pruneaux, combien 5224 ℔.

Opération.

	5224 ℔	de pruneaux
à		1 ſol 8 deniers.
$\frac{1}{4}$	1306	
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ℞.	435 ℔	6 ſols 8 deniers.

Exemple à 1 ſol 4 deniers, qui eſt $\frac{1}{15}$.

A 1 ſol 4 den. la ℔ de plomb, combien 9567 ℔ : tirez le cinquième de 9567 ℔, il viendra 1913 liv. 8 ſols; enſuite tirez le tiers de 1913 liv. 8 ſols, il viendra 637 liv. 16 ſols pour la valeur de 9567 ℔ à 1 ſol 4 deniers la ℔.

Opération.

	9567 ℔	de plomb
à		1 ſol 4 den. la ℔.
$\frac{1}{5}$	1913 liv.	8 ſols.
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ ℞	637 liv.	16 ſols; ainſi des autres.

Des parties aliquantes.

Les parties aliquantes ſont celles qui ſont compoſées de pluſieurs parties aliquotes, comme 19 ſols qui ſont compoſés de 10, de 5 & de 4.

Si donc on veut multiplier par les mêmes 19 ſols, on agira premièrement pour 10 ſols, en prenant la moitié du nombre propoſé.

Puis pour 5 ſols, en prenant le quart.

Puis pour 4 ſols en tirant le cinquième, & ajoutant ces trois produits, la ſomme ſera le produit total de la Multiplication, comme il ſe voit par l'exemple ci-deſſous.

A 19 ſols l'aune de toile, combien 789 aunes.

Opération.

	789 aunes	
à		19 sols l'aune.

Pour 10 sols	394 livres	10 sols.
Pour 5 sols	197	5
Pour 4 sols	157	16

℟. 749 livres 11 sols pour la valeur requise.

De même si on veut multiplier par 16 sols 8 deniers, on voit que 16 sols 8 deniers sont composés de deux parties aliquotes, sçavoir de 10 sols, qui est la moitié de la livre, & de 6 sols 8 deniers qui est le tiers, c'est pourquoi il faut tirer la moitié du nombre à multiplier, puis après le tiers, & ajoutant les deux produits, la somme sera le produit total de la Multiplication : comme i se voit par l'exemple suivant.

A 16 sols 8 deniers la ℔ de cire blanche, combien valent 897 ℔ ; tirez la moitié & le tiers de 897, & le produit sera 747 livres 10 sols pour la réponse.

Opération.

	897 ℔	
à		16 sols 8 deniers.

Pour 10 sols	448 livres	10 sols.
Pour 6 s. 8 d.	299	

℟. 747 livres 10 sols; ainsi des autres.

Manière de multiplier par lès deniers purs, pour avoir livres, ſols & deniers au produit.

LA manière de multiplier par les deniers purs; afin de faire venir au produit des livres, ſols & deniers en même-tems par les parties aliquotes de 24 deniers & de 12 deniers, a été juſqu'à préſent ſi obſcurément expliquée, que pluſieurs ont mieux aimé prendre le grand chemin, que de ſe donner la peine d'examiner à fond pourquoi & comment les parties aliquotes de 24 deniers produiſent des livres, & celles de 12 deniers produiſent des ſols & deniers; ce que je trouve néanmoins aſſez facile à concevoir, pourvu que l'on conſidère les deniers par leſquels on multiplie en deux façons, ſçavoir à l'égard de 24 deniers, & à l'égard de 12 deniers.

Par exemple, ſi on diſoit: Quelqu'un doit 240 citrons, à raiſon de deux ſols la piece, on demande combien il faut pour les payer. ℞. 24 livres, parce que ſelon la regle de deux ſols, il n'y a qu'à retrancher le zero de 240, & le reſte à main gauche eſt 24, c'eſt-à-dire 24 livres qu'il faut écrire au rang des livres; mais ſi on diſoit: Quelqu'un doit 240 oranges à ſix deniers la piece, combien faut-il pour les payer.

Il faut raiſonner ainſi: Puiſque pour les 2 ſols ci-deſſus ayant retranché le zero de 240, il eſt reſté 24 livres, il faut auſſi retrancher le même zero à6 deniers, qui eſt la quatrième partie de 2 ſols; & au lieu que l'on écrit 24 livres pour la valeur de 2 ſols, il ne doit venir que 6 livres qui eſt le quart de 24 livres pour les ſix deniers, comme il ſe voit par les deux opérations ſuivantes à 2 ſols & à 6 deniers.

Opérations.

240	cittrons	240	oranges.
à	2 sols.	à	6 deniers.
℞.	24 livres.	℞.	6 livres.

Mais si on demandoit combien il faut payer pour 248 oranges, à raison de 6 deniers la pièce, il faut séparer le 8 de 248, comme j'ai retranché le zero à 240, puis prendre le quart des deux autres figures qui sont 24, il viendra 6 livres. Et d'autant que le 8 retranché représente 8 oranges à 6 deniers piece, il en faut prendre la moitié, qui est 4 sols, parce que 6 deniers sont la moitié de 1 sol.

Opération.

248 oranges.
à 6 denièrs.

6 livres 4 sols.

Ainsi des autres parties de 2 sols & de 1 sols, comme il se verra ci-après.

D'où suit la Règle générale, qui est que

Quand on multiplie par quelque nombre de deniers que ce soit pour avoir des livres, des sols & des dêniers en même-tems, il faut toujours retrancher la dernière figure du nombre proposé à multiplier à main droite, comme à 2 sols, & observer ce qui suit selon l'ordre de la Table des parties aliquotes de 24 deniers, & de 12 deniers.

Tables des parties aliquotes de 24 deniers pour avoir des livres, & de 12 deniers pour avoir des sols & deniers.

6	Den. à l'égard de 24 den.	c'est un quart.
	& de 12 den.	une moitié.
4	Den. à l'égard de 24 den.	un sixième.
	& de 12 den.	un tiers.

3	Den. à l'égard de 24 den. c'est	un huitième.
	& de 12 den.	un quart.
2	Den. à l'égard de 24 den.	un douzième.
	& de 12 den.	un sixième.
1	Den. Voyez ci-après.	
8	Den. à l'égard de 24 den.	un tiers.
	& de 12 den.	deux tiers.

Explication de la Table ci-dessus.

Pour multiplier par 6 deniers il faut retrancher la dernière figure à main droite du nombre à multiplier, puis prenant le quart des autres à gauche, il viendra des livres, que l'on posera en avançant d'un dègré, comme à 2 sols; prenant ensuite la moitié du reste à droite, tant des dixaines restantes, s'il y en a, que de la figure retranchée, cette moitié donnera des sols & deniers, s'il y en échet.

Exemple.

A 6 deniers la pomme, combien 957 pommes.

Opération.

957 pommes
à 6 den.

℞. 23 livres 18 sols 6 deniers pour la valeur des 957 pommes.

Il faut observer le même ordre à quelque nombre de deniers que ce soit.

Pour 4 deniers il faut tirer le sixiéme de ce qui est retranché à main gauche, & le tiers de ce qui reste.

Exemple.

A 4 deniers la poire, combien 788 poires.
à 4 den.

℞. 13 liv. 2 s. 8 den.

Pour 3 deniers il faut tirer le huitième des figures retranchées à main gauche, & le quart du reste.

Exemple.

A 3 den. piece, combien 987
à 3 den.

℞. 12 liv. 6 sols 9 den.

Pour 2 deniers il faut tirer le 12ᵉ des figures retranchées à main gauche, & le 6ᵉ. du reste.

Exemple.

2 den. piece, combien 4597
à 2 den.

℞. 38 liv. 6 sols 2 den.

Pour 8 deniers, il faut tirer le tiers des figures retranchées à main gauche, & doublant le reste à main droite, il en faut encore prendre le tiers.

Exemple.

A 8 den. l'aune, combien 6568 aunes
à 8 den.

℞. 218 liv. 18 s. 8 den.

Pour 1 denier, il faut agir comme pour 4 deniers, & du produit en tirer le quart, barrant le produit des 4 deniers.

Exemple.

A 1 denier la piece, combien 8737
à 1 den.

~~145~~ ~~12~~
℞. 36 8 sols.

Et si le nombre des deniers par lesquels on multiplie est composé de plusieurs parties aliquotes, comme 9 deniers qui sont composés de 6 deniers & de 3 deniers, on agira premièrement pour 6, puis pour 3, selon l'ordre ci-dessus, & on ajoutera les deux produits, comme il se voit dans l'exemple suivant.

Exemple.

A 9 deniers l'aune de ruban, combien 789 aunes

	à 9 d.
Pour 6 den.	19 l. 14 ſ. 6 d.
Pour 3 den.	9 17 3
℞.	29 l. 11 ſ. 9 d.

Avertiſſement ſur la Multiplication des deniers purs, pour avoir livres, ſols & deniers au produit.

Comme il y en a pluſieurs qui ont de la peine à comprendre la manière de faire venir des livres, ſols & deniers au produit, en multipliant par les deniers purs, & agiſſant ſur le pied de 24 deniers pour faire venir des livres, & ſur le pied de 12 deniers pour faire venir des ſols & deniers, s'il y échet, comme il vient d'être expliqué : alors pour s'exempter de cette difficulté, qu'ils ſuppoſent un ſol, dont ils tireront la valeur d'un nombre propoſé, obſervant la Règle expliquée pour 1 ſol ci-devant, & ayant la valeur d'un ſol, d'icelle ils en tireront la valeur des deniers, comme s'il y a 4 deniers, on voit que 4 deniers ſont le tiers d'un ſol, par conſéquent tirant le tiers du produit d'un ſol, on aura la valeur des 4 deniers, ainſi des autres parties du ſol, ſoit aliquotes ou aliquantes, obſervant de barrer le produit du ſol, comme n'étant qu'une fauſſe ligne : Et ſi dans l'opération on peut trouver un ſol ſans en ſuppoſer un, ce ſera encore mieux.

Ayant expliqué comment il faut multiplier par ſols ſimples, & par ſols & deniers ſéparément, il ſera aiſé de multiplier par livres, ſols & deniers conjointement, comme il ſe voit par l'exemple ſuivant, que j'ai déja expliqué page 96 & que je répéte ici pour faire voir la briéveté qui ſe trouve par les parties aliquotes, au lieu de ſe ſervir des deux autres méthodes expliquées aux pages 96 & 97.

Exemple.

A 23 liv. 15 sols 9 den. l'aune de drap, combien valent 35 aunes.

Opération.

	35 aunes		
à	23 liv. 15 sols 9 den.		
	105		
	70		
Pour 10 sols	17	10	
Pour 5 sols	8	15	
Pour 6 den.		17	6 den.
Pour 3 den.		8	9

* Preuve par 9

	8	
6	X	6
	3	

R. 832 liv. 11 sols 3 deniers pour la valeur requise ; ainsi de toutes les autres multiplications.

** Preuve de l'Exemple de Multiplication.*

Comme j'ai prouvé l'Addition & Soustraction des livres, sols & deniers par la preuve de 9, ainsi j'expliquerai la même preuve par 9 sur le sujet de la Multiplication ci-dessus, qui servira de modèle à toutes les autres Multiplications, dont le multiplicateur sera composé de livres, sols & deniers.

Elle se fait ainsi : Je tire la preuve de 35 aunes, il vient 8, que je pose au haut de la croix.

Ensuite je passe au multiplicateur 23 liv. 15 sols 9 deniers, disant : 2 & 3 font 5, que je double à cause que ce sont des livres, font 10, dont la preuve est 1, que je joint aux 15 sols, disant : 1 & 1 font 2, & 5 font 7, que je triple à cause que ce sont des sols, font 21, dont la preuve est 3, que je passe aux 9 den. il vient toujours 3, que j'écris aux bas de la croix.

En troisième lieu je multiplie le 8 posé au haut de la croix par le 3 posé au bas, il vient 24, dont la preuve est 6, que j'écris au bras gauche de la même.

Enfin je tire la preuve du produit, qui est 832 liv. 11 sols 3 deniers : disant : 8 & 3 font 11, dont la preuve est 2 & 2 font 4, que je double font 8, que je joints aux 11 sols, disant : 8 & 1 font 9, & cet 1 que je triple font 3, que je joints aux 3 den. font 6, que je pose au bras vuide de la croix, & c'est la preuve, d'autant que les deux dernières preuves sont 6, & partant égales ; s'il étoit arrivé autrement, la Règle auroit été fausse.

Preuve de la même multiplication ci-dessus par la Division. Voyez ci-après page 142.

Il faut remarquer que si au produit d'une multiplication il n'y a point de sols ni de deniers, & qu'il y en ait au multiplicateur, il faudra observer le même ordre au produit qu'au multiplicateur, sçavoir de doubler les livres du produit, & passant par dessus le zero des sols, tripler le surplus de 9 provenu des livres.

Par exemple, si on demande combien valent 24 aunes d'étoffe, à raison de 6 livres 6 sols 8 deniers, faisant l'opération, il viendra au produit 152 livres comme ci-dessous.

		Preuve par 9
	24 aunes	6
à	6 liv. 6 sols 8 den.	3 X 3
	144	8
	8	
R.	152 liv. pour la valeur requise.	

Pour preuve, il faut tirer la preuve du nombre à multiplier 24 aunes, il viendra 6, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Il faut aussi tirer la preuve du multiplicateur, 6 liv. 6 sols 8 den. en doublant aux livres, & triplant aux sols, comme il a été enseigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la même croix.

Puis multipliant ces deux preuves 6 & 8 l'une par

l'autre, il vient 48, dont la preuve est 3, qu'il faut poser au bras gauche de la même croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui est 152 livres, il vient 8, qu'il faut doubler à cause des 6 livres du multiplicateur, il vient 16, dont la preuve est 7 qu'il faut tripler à cause des 6 sols du même multiplicateur, il vient 21, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire au bras droit de la même croix, & c'est la preuve.

Cette Règle de Multiplication se peut prouver par la Division comme la précédente.

Questions sur la Multiplication en fractions d'aunage.

Quelqu'un doit 24 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe, à raison de 6 liv. 6 sols 8 den. l'aune, on demande combien vaut le tout.

Pour opérer en cette Règle, il faut premièrement multiplier les 24 aunes par 6 liv. 6 sols 8 deniers, comme il a été enseigné, & comme il vient d'être pratiqué tout fraîchement dans le dernier exemple.

Si donc on prend pour $\frac{3}{6}$ la moitié de 6 liv. 6 sols 8 den. il viendra 3 liv. 3 sols 4 den. & si pour les $\frac{2}{6}$ restans on prend le tiers de 6 liv. 6 sols 8 deniers, il viendra 2 liv. 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$.

Cela fait, ajoutant le tout ensemble, la somme de l'addition donnera le produit requis pour la valeur des susdites 24 aunes $\frac{5}{6}$ au prix proposé, comme il se voit par l'opération qui suit.

Opération.

			Preuve par 9.
	24 $\frac{5}{6}$ aunes		
à	6 liv. 6 ſ. 8 den.		
Pour les 6 liv.	144 liv.		5
Pour les 6 ſ. 8 d.	8		4 X 4
Pour les $\frac{3}{6}$	3	3 ſ. 4 d.	8
Pour les $\frac{2}{6}$	2	2 2 d. $\frac{2}{3}$	

℞. 157 liv. 5 ſ. 6 d. $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ pour la valeur requiſe.

Preuve par 9 de la Multiplication ci-deſſus.

Pour faire la preuve par 9 d'une Multiplication en fraction d'aunage, comme celle ci-deſſus, & toutes autres ſemblables, il faut préalablement réduire les fractions qui viennent au produit en même dénomination que la fraction du nombre à multiplier, c'eſt-à-dire, que s'il y a des ſixièmes au nombre à multiplier, il faut réduire la fraction du produit, s'il y en a, en ſixième auſſi, comme il ſe voit ci-deſſus, où la fraction du produit étoit $\frac{2}{3}$, que j'ai réduits en $\frac{4}{6}$ à cauſe des $\frac{5}{6}$ du nombre à multiplier.

Cela fait, il faut tirer la preuve de 24 aunes $\frac{5}{6}$, diſant : 2 & 4 font 6, qu'il faut multiplier par 6 dénominateur des $\frac{5}{6}$, le produit eſt 36, auxquels joignant les 5 des $\frac{5}{6}$, le tout fait 41, dont la preuve eſt 5, qu'il faut poſer au haut de la croix.

Enſuite, tirant la preuve du multiplicateur 6 liv. 6 ſols 8 den. en doublant aux livres, & triplant aux ſols, comme il a été enſeigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la croix.

Puis multipliant ces deux preuves 5 & 8 l'une par l'autre, il viendra 40, dont la preuve eſt 4, que l'on écrira au côté gauche de la croix.

Enfin, tirant la preuve du produit, qui eſt 157 livres 5 ſols 6 deniers de même ordre que celle du

multiplicateur, en doublant & triplant, il viendra zero, qu'il faut multiplier par le dénominateur des $\frac{4}{6}$ disant : 6 fois zero, ce n'est rien, reste 4 numérateur des $\frac{4}{6}$, qu'il faut écrire au bras droit de la croix, & c'est la preuve.

Preuve de la Multiplication ci-dessus par la division. Voyez la page 142.

Mais si d'aventure il ne se rencontroit point de fractions au produit d'une Multiplication en fractions d'aunage, après avoir tiré la preuve du nombre à multiplier, comme aussi du multiplicateur, & multiplié ces deux preuves l'une par l'autre, & posé ces trois restes aux trois côtés de la croix, il faut tirer la preuve des livres, sols & deniers du produit, comme il vient d'être expliqué, & multiplier la preuve des deniers du même produit, par le dénominateur de la fraction du même nombre à multiplier, comme il se voit dans l'exemple de multiplication ci-dessous, où la preuve des deniers du produit est 1, qu'il faut multiplier par 6, marqué au produit en fraction, comme ci $\frac{0}{6}$, il vient 6, & c'est la preuve comme il est requis; ainsi des autres.

Exemple.

A 8 livres 15 sols l'aune de drap, combien 53 $\frac{3}{6}$ aunes.

Opération.

	53 aunes $\frac{1}{6}$			
à	8 livres 15 sols			
	424 livres.			
Pour 10 f.	26	10 sols		
Pour 5	13	5		
Pour $\frac{1}{6}$	4	7	6 d.	
Pour $\frac{2}{6}$	2	18	4	

Preuve par 9

	8	
6	X	6
	3	

℞ 471 livres 0 sols 10 den. pour la valeur requise. *Voyez ci-après page* 142.

Avertissement pour la preuve des Multiplications en fractions d'aunage ci-dessus.

APrès avoir fait voir dans les Multiplications ci-dessus toutes les circonstances à observer pour la preuve de 9, j'expliquerai la maniere générale de prouver toutes les mêmes Règles par leur contraire, savoir par la Division.

Ce qui se fait en divisant le produit des deux nombres qui ont été multipliés par l'un d'iceux, & le quotient de la Division donnera l'autre.

Comme dans l'exemple ci-devant, si on divise le produit, qui est 471 livres 0 sols 10 deniers par 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier, le quotient donnera 8 livres 15 sols pour le multiplicateur.

Ou si on divise le même produit 471 livres 0 sols 10 deniers par le multiplicateur, qui est 8 liv. 15 sols, le quotient donnera 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier comme il est proposé; & ainsi c'est à celui qui chiffre de chercher de la facilité dans l'opération, parce qu'il est quelquefois plus facile en de certains nombres de diviser le produit d'une Multiplication par le nombre à multiplier pour trouver le multiplicateur, que de diviser le même produit par le multiplicateur pour avoir le nombre à multiplier, comme il se verra dans quelques opérations de Division ci-après, qui serviront de preuve aux Multiplications ci-dessus.

Ayant expliqué ci-devant tous les préceptes nécessaires pour multiplier, tant en nombres entiers que par les parties aliquotes de 20 sols & de 12 deniers, il sera facile de résoudre toutes sortes de questions sur la Multiplication, selon qu'elles seront proposées ci-après.

Usage de la Multiplication.

L'usage de la Multiplication est de réduire une grande espèce, soit de monnoie, de poids, de mesure, &c. en moindres espèces.

Réduction des livres en sols.

Pour réduire des livres en sols, il faut multiplier le nombre des livres par 20 sols, & le produit donnera des sols.

Ou bien il faut doubler le nombre des livres, puis les ajouter; & posant un zero au-devant de la somme, ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 78 livres valent de sols.

Opération.

	78 liv.	autrement	78 liv.
par	20 sols		78
℞.	1560 sols.	℞.	1560

Réduction des sols en deniers.

Pour réduire des sols en deniers, il faut multiplier le nombre des sols par 12 deniers valeur d'un sol, & le produit donnera des deniers.

Exemple.

On demande combien 789 sols valent de deniers.

Opération.

	789 sols à multiplier
par	12 deniers.
	1578
	789
℞.	9468 deniers.

De même si on veut réduire des ℔ de poids de 16 ou 15 onces en onces, il faut multiplier le nombre des ℔ par 16 ou par 15, & le produit donnera des onces.

Pour réduire des marcs en onces, il faut multiplier les marcs par 8 onces.

Des toiſes en pieds, il faut multiplier par 6.

Des perches en pieds, il faut multiplier par 18, ou par 20 ou par 22, ou par quelqu'autre nombre de pieds que la perche contiendra.

Des pieds en pouces, il faut multiplier par 12, &c. ainſi des autres.

Abbréviation de Multiplication par les parties aliquotes de 10, *de* 100, *&* *de* 1000.

J'Ai enſeigné ci-devant page 35, que pour multiplier par 10, il ne faut qu'ajouter un zero au nombre à multiplier, par 100 il faut ajouter 2, & par 1000 il en faut ajouter 3, & la Multiplication eſt faite.

Or, puiſque pour multiplier par 10, on ajoute un zero, ſi on veut multiplier par une partie aliquote de 10, comme par 3 liv. 6 ſols 8 den. qui eſt $\frac{1}{3}$, ou par 2 liv. 10 ſols qui eſt $\frac{1}{4}$, &c. il faut ajouter un zero au nombre à multiplier, qui eſt autant que de multiplier par 10; puis du nombre à multiplier augmenté d'un zero, tirer ou le tiers ou le quart, &c. & ce tiers ou ce quart, &c. ſera le produit de la Multiplication.

Par exemple, ſi on veut ſavoir combien valent 65 aunes d'étoffes à 3 livres 6 ſols 8 deniers l'aune, je regarde que 3 livres 6 ſols 8 deniers eſt $\frac{1}{3}$ de 10 livres, c'eſt pourquoi j'ajoute un zero à 65, & il vient 650, qui eſt autant que ſi j'avois multiplié 65 par 10; mais puiſque 3 liv. 6 ſols 8 deniers ne font que le tiers de 10 livres, je tire le tiers de 650, il vient 216 livres 13 ſols 4 deniers pour la valeur deſdites 65 aunes à la raiſon ſuſdite, comme il ſe voit par l'opération ci-après enſuite de la Table des parties aliquotes de 10 liv.

Si on veut multiplier par parties aliquotes de 100, on ajoutera deux zeros au nombre à multiplier, & du nombre total on en tirera ou la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. selon la partie aliquote.

De même, si on veut multiplier par les parties aliquotes de 1000, on ajoutera trois zeros, & on opérera de la même façon, selon la partie aliquote qui se présentera.

On remarquera que pour faire l'opération de pareilles multiplications, après avoir posé le nombre à multiplier, on séparera de la valeur d'un point le nombre à multiplier d'avec le zero, ou plusieurs, s'il y en a ajoutés à ce même nombre, comme il se voit par l'opération ci-dessous & les suivantes.

Et afin que l'on connoisse les parties aliquotes de 10 liv. de 100 liv. & de 1000 liv. je donnerai les Tables suivantes, après chacune desquelles je formerai une question convenable à icelles pour en faire voir l'usage.

Table des parties aliquotes de 10 *livres.*

	10 livres.	
$\frac{1}{2}$	5 liv.	
$\frac{1}{3}$	3	6 sols 8 den.
$\frac{1}{4}$	2	10
$\frac{1}{5}$	2	
$\frac{1}{6}$	1	13 sols 4 den.
$\frac{1}{8}$	1	5
$\frac{1}{12}$	0	16 8

A 3 livres 6 sols 8 deniers l'aune, combien 65 aunes.

Posez un zero après 65, il viendra 650; puis tirez le tiers, il viendra 216 livres 13 sols 4 deniers pour la valeur des 65 aunes à 3 liv. 6 sols 8 deniers l'aune.

Opération.

aunes 650

℞. 216 liv. 13 sols 4 deniers.

Table des parties aliquotes de 100 *livres.*

100 livres.		
$\frac{1}{2}$	50 liv.	
$\frac{1}{3}$	33	6 s. 8 d.
$\frac{1}{4}$	25	
$\frac{1}{5}$	20	
$\frac{1}{6}$	16	13 s. 4 d.
$\frac{1}{8}$	12	10
$\frac{1}{10}$	10	
$\frac{1}{12}$	8	6 8
$\frac{1}{16}$	6	6 5

Question.

A 16 livres 13 sols 4 d. l'aune de drap de Hollande, combien 23 aunes.

Posez deux zero après 23, il viendra 2300 dont vous tirerez le sixième.

Opération.

23 00

℞. 383 liv. 6 s. 8 den.

Ayant fait l'opération de la question ci-dessus; il est venu 383 liv. 6 sols 8 deniers pour la valeur des 23 aunes à 16 livres 13 sols 4 deniers l'aune; ainsi des autres.

Table des parties aliquotes de 1000 *livres.*

1000 livres.			
$\frac{1}{2}$	500	liv.	
$\frac{1}{3}$	333	6 s.	8 d.
$\frac{1}{4}$	250		
$\frac{1}{5}$	200		
$\frac{1}{6}$	166	13	4
$\frac{1}{8}$	125		
$\frac{1}{10}$	100		
$\frac{1}{12}$	83	6	8
$\frac{1}{16}$	62	10	

Question.

A 83 l. 6 s. 8 d. le muid de vin, combien 57.

Posez trois zeros après 57, il viendra 57000, dont vous tirerez le douzième.

Opération.

57 000

℞. 4750

Ayant fait l'opération comme il se voit ci-dessus, il est venu au produit 4750 livres pour la valeur des 57 muids de vin, à raison de 83 liv. 6 sols 8 deniers.

Il

Il faut observer le même ordre pour les autres parties aliquotes de 10, de 100, ou de 1000 livres.

Manière de multiplier par des sols sans parties aliquotes.

QUand on voudra multiplier par un nombre de sols qui seront en nombre pair, comme si on veut savoir combien valent 98 aunes de toile à 14 sols l'aune, on écrira 98 aunes, & 14 sols au dessous un peu plus loin à main droite, puis prenant la moitié de 14 sols, qui est 7, que l'on gardera dans la mémoire, on multipliera les 98 aunes par ce 7, disant : sept fois 8 font 56, & doublant le 6, il vient 12, c'est-à-dire 12 sols, que je pose au rang des sols, & retient les 5 dixaines.

Ensuite je multiplie le 9 de 98 par le même 7, il vient 63, & 5 que j'ai retenus font 68, c'est-à-dire 68 livres.

Opération.

98 aunes
à 14 sols.

---

68 livres 12 sols pour la valeur requise.

On observera le même ordre pour les autres nombres pairs.

Comme par	6 sols de multiplier	3
par	8 multiplier par	4
par	12 multiplier par	6
par	16 multiplier par	8
par	18 multiplier par	9

Mais si le nombre des sols par lesquels on veut multiplier est impair, comme 13, on agira premièrement pour 12, comme ci-dessus.

Puis pour 1 sol, comme il a été enseigné ci-de-

vant page 101, & on ajoutera les deux produits.

Abbréviation pour la Multiplication par les parties aliquotes, lesquelles étant prises en sens contraire, peuvent servir aussi pour la Division, selon la Table ci-après pages 151 & 152.

QUand le nombre à multiplier sera composé de plusieurs parties aliquotes, il faut multiplier premièrement le multiplicateur par une des parties aliquotes, puis le produit par l'autre, barrant ce premier produit, & le dernier produit sera le produit total de la Multiplication.

Quand je dis, multiplier par les parties aliquotes, j'entends que si le nombre est 3, on multiplie le multiplicateur par 3; si le nombre à multiplier est 4, on multiplie le multiplicateur par 4, &c.

Exemple.

Comme si on demande la valeur de 4 aunes d'étoffe à 15 livres 12 sols 6 deniers l'aune, multipliant 15 livres 12 sols 6 deniers par 4, la multiplication se feroit tout d'un coup en une seule ligne, & il viendra 62 livres 10 sols au produit; ainsi des autres nombres depuis 2 jusqu'à 9.

Opération.

	4 aunes
à	15 livres 12 sols 6 deniers.
R̸.	62 livres 10 sols 0

Construction de la Multiplication ci-dessus.

J'ai premièrement multiplié les 6 deniers du multiplicateur par les 4 aunes, vient 24 deniers, qui valent deux sols que je retiens.

Ensuite j'ai multiplié les 12 sols du multiplicateur par les mêmes 4 aunes, il vient 48 sols, & 2 retenus font 50 sols, qui valent 2 livres 10 sols, je pose 10 sols, & retiens 2 livres.

Enfin j'ai multiplié les 15 livres par les mêmes 4 aunes, il vient 60 livres, & 2 retenues font 62 livres, & le tout fait 62 livres 10 sols pour la valeur requise.

Voilà la manière de multiplier tout d'un coup, lorsqu'il n'y a qu'une figure au nombre à multiplier.

Mais si d'aventure le nombre à multiplier est composé des parties aliquotes, comme seroit le nombre 24, il faut considerer les parties aliquotes dont il est composé : on voit que 24 sont produits de 6 multipliés par 4, tellement que si on veut multiplier un multiplicateur tel qu'il soit par 24, on multipliera premièrement le multiplicateur par 6, il viendra un produit, lequel sera multiplié par 4, barrant ce premier produit, & le dernier nombre donnera le produit requis.

Exemple.

On demande la valeur des 24 onces de galon d'argent à 5 livres 19 sols 6 deniers l'once.

Il faut multiplier 5 livres 19 sols 6 deniers par 6, il viendra 35 livres 17 sols.

Ensuite il faut multiplier 35 livres 17 sols par 4, il viendra 143 livres 8 sols pour la valeur requise.

Opération.

24 onces.
à 5 livres 19 sols 6 deniers.

35 17 0

℟. 143 livres 8 sols pour la valeur des 24 onces de galon d'argent à 5 liv. 19 sols 6 den. l'once.

Il y a quantité de nombres propres pour abbré-

vier de cette même façon, que vous trouverez dans la Table des abbréviations pour la Division ci-après, où je prouverai la Multiplication par la Division, & réciproquement la Division par la Multiplication, selon l'ordre des abbréviations.

Après avoir amplement traité de la Multiplication dans toutes ces circonstances, pour ce qui regarde les préceptes nécessaires à son opération, il s'agit maintenant d'en faire voir l'application, & pour cet effet je proposerai ci-après plusieurs questions concernant les Finances & la Marchandise.

Plusieurs questions sur la Multiplication.

Avertissement.

LEs principes de Multiplication ont été amplement enseignés, tant par les Règles générales que par les parties aliquotes de 20 sols & abbréviation : c'est pourquoi après avoir proposé quelques questions, je me contenterai de faire l'opération des Règles, sans particulariser davantage sur leur explication.

Question première.

Quelqu'un a acheté 25 muids de vin, à raison de 58 liv. 15 sols le muid pour tous frais ; on demande combien vaut le tout.

Opération.

25 muids
58 liv. 15 sols la pièce.

200 liv.
125
12 liv. 10
6 5

℞. 1468 liv. 15 s. pour la valeur de 25 muids.

Question seconde.

On demande combien valent 56 cordes de bois, à raison de 9 liv. 12 sols la corde.

Opération.

56 cordes de bois
à 9 liv. 12 sols.

504
28
5 12

℞. 537 liv. 12 sols pour la valeur de 50 cordes.

Question troisième.

La pinte de vin vaut 5 sols 4 deniers, on demande combien vaut le muid.

Multipliez 280 pintes valeur d'un muid, par 5 sols 4 den. & vous trouverez 74 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur du muid.

Opération.

280 pintes
5 sols 4 den.

70
4 13 sols 4 den.

74 13 sols 4 den.

Question quatrième.

On demande combien valent 35 ſetiers de bled, à raiſon de 12 livres 15 ſols le ſeptier.

Multipliez 35 par 12 livres 15 ſols, il viendra 446 livres 5 ſols.

Opération.

	35 ſeptiers	
à	12 liv. 15 ſols.	
	70	
	35	
	17	10 ſols.
	8	15
℞.	446 liv.	5 ſols pour la valeur requiſe.

Question cinquième.

La douzaine d'une certaine marchandiſe coûte 24 livres, on demande combien la groſſe qui eſt 12 douzaines.

Multipliez 12 douzaines par 24 livres, il viendra 283 livres.

Opération.

	12 douzaines
à	24 livres.
	48
	24
R.	288 livres pour la valeur requiſe.

Question ſixième.

Un Marchand Papetier a acheté un ballot de Papier contenant 88 rames, à raiſon de 4 liv. 12 ſols la rame, on demande combien il faut payer pour le tout.

Multipliez 88 par 4 livres 12 ſols, il viendra 404 ivres 16 ſols.

Opération.

	88 rames
à	4 liv. 12 sols.
	352
	44
	8 liv. 16 sols.

℞. 404 liv. 16 sols pour la valeur requise des 88 rames à 4 livres 12 sols.

Question septième, ou
Règle de dépense par la Multiplication, pour sçavoir à tant par jour combien par an.

Quelqu'un paie 48 sols par jour pour sa pension, on demande combien il doit payer pour la dépense de toute l'année, qui contient 365 jours.

Multipliez 365 jours par 48 sols, il viendra au produit 876 livres pour la dépense de l'année entière.

Opération.

	365 jours à multiplier
par	2 livres 8 sols.
	730
	73
	73
℞.	876 livres.

Et si on vouloit sçavoir la dépense de 58 jours au même prix, il faut multiplier de même 58 par 2 liv. 8 sols, il viendra 139 liv. 4 sols pour le requis; & ainsi d'un autre nombre de jours à un autre prix par jour.

Question huitième, ou *rachat de rente.*

Quelqu'un paye 66 livres 13 sols 4 den. de rente par an, on demande, s'il en vouloit faire le rachat, combien il faudroit qu'il payât pour le fonds

principal de ladite rente, le rachat se faisant au denier 18.

Pour le sçavoir, il faut multiplier 18 par 66 liv. 13 sols 4 deniers, & il viendra 1200 liv. au produit, qui est le principal ou le fonds requis pour faire le remboursement de la rente ci-dessus.

Opération.

18
66 liv. 13 sols 4 den.

108 liv.
108
9
3

℟. 1200 liv. qu'il faut de principal.

Ainsi des autres, à quelque denier que se fasse le rachat, comme si le rachat se fait au denier 16, il faut multiplier la rente par 16, &c.

La preuve de cette question se fera par la Division, lorsque j'expliquerai la constitution de rente ci-après, *pages* 145 & 146.

Question neuvième.

Quelqu'un loue une maison 350 liv. par an; & cette maison étant à vendre, un Particulier la veut acheter sur le pied de ce qu'elle est louée, & à raison du denier 18, c'est-à-dire, qu'il entend que son argent lui profite autant en achetant cette maison, que s'il le mettoit en rente au denier 18; on demande le prix de cette maison.

Multipliez 350 livres par 18, & le produit sera 6300 livres, qu'il faut payer pour le prix de ladite maison.

Opération.

```
  350
   18
 ----
 2800
 350
 ----
```

℟. 6300 liv. qui fera le prix de la Maison.

Question dixième, ou
Règle pour tirer le sol pour liv. ou 8 den. ou 6 den. ou 4 den. &c. ou quelque den. que ce soit.

Quelqu'un a acheté une Maison de 29600 livres, de laquelle il doit les lods & ventes à raison de 1 sol 8 deniers pour livre, on demande ce qu'il doit payer pour lesdits lods & ventes.

Multipliez 29600 livres par 1 sol 8 deniers, ce qui se fait en tirant le douzième de 29600, il viendra 2466 liv. 13 sols 4 den.

Opération.

29600 liv.
à 1 sol 8 den. pour livre.

℟. 2466 liv. 13 sols 4 den. qui sont dûs au Seigneur.

Question onzième.

On demande le contrôle de la somme de 29600 liv. à raison de 10 den. pour livre.

Multipliez 29600 liv. par 10 deniers selon l'ordre des parties aliquotes de 24 & de 12 deniers, il viendra 1233 liv. 6 sols 8 den.

Opération.

	29600 liv.	
	à	10 den.
Pour 6 deniers	740	
Pour 4 deniers	493 liv. 6 sols 8 den.	

℞ 1233 liv. 6 sols 8 deniers qu'il faut payer pour le contrôle de la susdite somme de 29600 livres.

Question douzième, ou Remise au-dedans.

Le Roi faisant remise de 1 sol 3 den. pour livre sur la somme de 50000 liv. dont il faut faire le recouvrement, on demande la remise, & ce que l'on doit payer de net.

Cette Règle n'est qu'une multiplication par les parties aliquotes comme les précédentes : c'est pourquoi il n'y a qu'à multiplier les 50000 livres par 1 sol 3 deniers.

Pour l'opération, vous agirez comme pour 2 sols 6 deniers, en tirant le huitième, puis du produit vous en tirerez la moitié, cette moitié sera le produit de 1 sol 3 deniers, autrement vous pouvez agir pour 1 sol, puis pour 3 deniers séparément, & ajoutez les deux produits.

Opération.

	50000 livres	
	à	1 sol 3 den.
	6250	
℞.	3125 livres pour la remise.	

Et pour trouver ce qu'il faut payer de net au Roi, faites une soustraction, ôtant 3125 liv. de 50000 liv. & le reste sera 4675 liv. à payer de net.

Principal	50000
Remise	3125
Reste	46875

Enfin on se servira pour telles Règles des mêmes loix ou préceptes que j'ai enseignés dans l'explication des parties aliquotes, soit de sols simples ou deniers simples, soit de sols & deniers conjointement, soit que l'on dise à 2 den. à 3 den. à 4 den. &c. ou à 1 sol, à 2 sols, à 1 sol 3 den. à 1 sol 8 den. &c. pour livre de profit ou de perte.

Avertissement.

COmme l'ame de toutes les affaires du monde est l'argent comptant, & qu'il importe fort de sçavoir bien payer, ou recevoir une somme de deniers, c'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'enseigner la façon de dresser toutes sortes de Bordereaux, soit en matière de finances ou de marchandise, & tirant la valeur de chaque espece, soit d'or ou d'argent, ou marchandise, en rapporter la valeur totale.

Ce qui est très-nécessaire, particulièrement à Messieurs les Commis des Finances, comme aussi aux Banquiers & Marchands, lesquels ont à payer tous les jours, & à recevoir aussi plusieurs sommes notables.

De la manière de dresser un Bordereau de payement.

Pour faire quelque Bordereau de payement que ce soit, il est nécessaire de connoître les especes d'or & d'argent selon le cours ordinaire.

Tout Bordereau de payement se fait, ou par la Multiplication, ou par la Division, je les expliquerai tous deux.

Bordereau de payement par Multiplication.

Le Bordereau de payement par la Multiplication n'eſt autre choſe que ce qui explique la valeur de plufieurs eſpeces différentes, ſelon l'eſpece demandée.

En voici un exemple : Si quelqu'un vouloit faire un payement de 7951 livres, & que pour y ſatisfaire, il eût dans ſa caiſſe les eſpeces ſuivantes ; ſçavoir :

640 pièces de 5 l. 14 ſ.
275 pièces de 11 l.
426 pièces de 3 l.

On demande la valeur deſdites eſpeces en livres tournois, afin de l'expliquer par un Bordereau.

Pour faire cette Règle, il faut évaluer le nombre deſdites pieces par le prix de chacune, l'une après l'autre.

Ce qui ſe fait, en multipliant ſéparément le nombre de chaque eſpece par ſa valeur, ſelon l'ordre de la Multiplication, il viendra à chaque produit la valeur requiſe, comme il ſe voit par les opérations ci-après.

Première Opération.	*2 Opération.*	*3 Opération.*
640 pièces	275 pièces	426 pièces
à 5 liv. 14 ſ.	à 11 livres	à 3 livres.
3200	275	R. 1278 livres.
320	275	
128	R. 3025 livres.	
R. 3648 liv.		

Après avoir ainſi calculé à part, & trouvé au produit de chaque Multiplication la valeur de chaque eſpece différente, il faut dreſſer le Bordereau comme ci-après, & faire addition des produits, & la ſomme totale ſera la valeur entière des eſpeces propoſées.

Addition des produits.

640 pièces de 5 l. 14 s.	valent 3648 livres.
275 pièces de 11 l.	valent 3025 livres.
426 pièces de 3 l.	valent 1278 livres.
Somme totale	7951 livres.

Ayant fait Addition des produits, j'ai trouvé pour somme totale 7951 livres, qui est la valeur du nombre des pieces mentionnées dans le bordereau de payement.

Pour prouver que les Multiplications ci-dessus sont bonnes, ayez recours à la page 142, où j'expliquerai la preuve de la Multiplication par la Division; & pour preuve l'Addition des produits, voyez la preuve de l'Addition ci-devant, *page* 15.

Autre Bordereau d'aunage.

Il n'y a point de différence de l'évaluation des pièces d'or ou d'argent à l'évaluation des aunes ou de drap ou de toile, &c. comme aussi des ℔ de poids, ou de telle autre marchandise que l'on voudra, parce que pour prouver la valeur d'un nombre de quelque espece, soit d'or ou d'argent, ou de marchandise, il faut toujours multiplier la quantité des pièces ou aunes par la valeur d'une.

Par exemple, si un Marchand avoit acheté les trois pièces d'étoffes ci-dessous, & qu'il voulût sçavoir combien il devroit payer pour le tout, on disposera lesdites trois pièces d'étoffe comme il se voit.

36 aunes de drap à 13 liv. 12 sols l'aune.
48 aunes de serge à 3 liv. 18
55 aunes de ratine à 4 liv. 15 sols 6 den.

Il faut trouver la valeur de chaque pièce d'étoffe l'une après l'autre, en multipliant séparément chaque nombre d'aunes par la valeur de l'aune, comme il a été enseigné, il viendra à chaque produit la valeur de chaque pièce d'étoffe, comme il se voit par les opérations suivantes.

1 Opération.	*2 Opération.*	*3 Opération.*
36 aunes	48 aunes	55 aunes
à 13 l. 12 ſ.	à 3 l. 18 ſ.	à 4 l. 15 ſ. 6. d.
108 l.	144 l.	220 l.
36	24	27 10 ſ.
18	9 12	13 15
3 12	9 12	1 7 ſ. 6 d.
℞. 489 l. 12 ſ.	℞. 187 l. 4 ſ.	℞. 262 l. 12 ſ. 6 d.

Ayant ainſi fait toutes les Multiplications, on fera addition des produits, & la ſomme totale de l'addition ſera la valeur des trois pièces d'étoffes, comme il ſe voit ci-après.

Addition des produits ci-deſſus.

489 liv.	12 ſols.	
187	4	
262	12	6 den.

Somme totale 939 liv. 8 ſols 6 den. pour la valeur des trois pièces d'étoffes ſuſdites.

Bordereau de payement par Diviſion.

Voyez ci-après *page* 150.

Ceux qui auront bien conſidéré tout ce que j'ai expliqué ci-deſſus touchant la Multiplication, n'auront pas de peine à réſoudre toutes les queſtions propoſées, où il ſera beſoin de ſe ſervir de la Multiplication pour les réſoudre, c'eſt pourquoi je n'en traiterai pas davantage, & paſſerai à la Diviſion par livres, ſols & deniers.

Division par livres, sols & deniers.

QUelques-uns se formaliseront peut-être de l'ordre que j'ai gardé jusqu'ici, en ce que j'ai expliqué la Multiplication & Division par livres, sols & deniers séparément de la Multiplication & Division en nombres entiers ; mais si on considere que dans les Multiplications & Divisions des sous-espèces, comme de l'aune, de la toise, comme aussi du marc & de leurs parties, &c. il arrive souvent qu'il faut mettre en pratique les nombres rompus ; on verra que j'ai dû entremêler le Traité des Fractions Arithmétiques, & l'expliquer ensuite des quatre opérations d'Addition, Sonstraction, Mutiplication & Division en entiers, sans lesquelles on ne peut parvenir à la connoissance des mêmes quatre opérations en Fractions; outre que la vraie preuve d'une Multiplication par livres, sols & deniers, soit d'aunes ou toises entieres, même en fractions, ne se peut faire que par la Division, comme je le ferai voir ci-après dans les questions suivantes sur la Division, qui serviront de preuve aux Multiplications précédentes cotées chacune en son endroit.

Pour l'opération de la Division des livres, sols & deniers, il n'y a rien à observer outre ce qui a été expliqué pour la Division des entiers ci-devant, sinon que si on divise les livres, & qu'à la fin de la Division il en reste quelque nombre, ce reste est compté pour autant de livres qu'il faut réduire en sols, en les multipliant par 20, & les sols qui en proviendront, seront divisés par le même diviseur des livres, s'il se peut. Et si après la Division des sols il reste quelque nombre de sols qui ne se puisse diviser, on les réduira en deniers, en les multipliant

par 12, & les deniers qui en proviendront, seront divisés de même par le diviseur commun des livres & des sols; & s'il reste encore quelque nombre de deniers, il les faut rapporter à la preuve, après les avoir réduits en livres, sols & deniers, s'il y échet; ou bien s'il est besoin de procéder encore à une subdivision, on réduira ces deniers restans en oboles pour être divisés de même que les livres, sols & deniers.

Pour l'intelligence de ce qui est dit ci-dessus, je ferai la question suivante.

Il y a 9548 livres à partager également entre 365 personnes, on demande combien chacun aura pour sa part.

Divisez 9548 livres par 365, il viendra au quotient des Divisions 26 livres 3 sols 2 deniers pour la part de chacun, & il restera 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers par-dessus le tout que l'on rapportera à la preuve.

Opération.

225	5	5
9548 ———— (26 l.	1160 ———— (3 s.	780 ———— (2 den.
3655	365	365
36		
		preuve par 9
58 l.	65 s.	5
20 s.	12 d.	3 X 3
1160 s.	780 d.	5

Ayant fait les Divisions, il est venu 26 liv. 3 sols 2 den. pour la part de chacun, & il reste 50 deniers qu'il faut rapporter à la preuve.

Preuve de la Division ci-dessus, par 9.

Comme j'ai prouvé par la preuve de 9 les règles ci-devant d'Addition, Soustraction & Mulriplica-

tion par livres, sols & deniers, je me trouve obligé de prouver la Division par livres, sols & deniers par la même preuve de 9.

Elle se fait ainsi : Il faut faire une croix en quelque part, puis tirer la preuve du diviseur 365, il vient 5, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve du quotient 26 liv. 3 sols 2 deniers, en doublant aux livres & triplant aux sols, comme il a été enseigné ci-devant page 14, il viendra aussi 5 que l'on posera au bas de la croix.

Ensuite il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, sçavoir 5 par 5, il viendra 25, dont la preuve est 7, auxquels j'ajoute les 5 des 50 deniers restés, il vient 12, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire à côté de la croix.

Enfin il faut tirer la preuve du nombre à diviser 9548, il vient 8, que je double à cause qu'il y a livres & sols au quotient, il vient 16, dont la preuve est 7, que je triple à cause qu'il y a aussi deniers au quotient, il vient 21, dont la preuve est 3, comme il est requis.

Et si au nombre à diviser il y avoit livres, sols & deniers, il faudroit observer le même ordre de doubler aux livres, & tripler aux sols pour en tirer la preuve.

Preuve de la même Division ci-dessus par Multiplication.

J'ai enseigné ci-devant que la Division se prouve par la Multiplication, & qu'il faut toujours multiplier le quotient par le diviseur pour trouver le nombre à diviser, en ajoutant au produit le reste de la Division, s'il y en a.

La raison est générale pour toutes les Divisions, soit que la Division soit de nombres entiers seulement, ou de livres, sols & deniers.

Tellement que si on veut prouver la Division ci-

deſſus, ou le nombre à diviſer eſt 9548 livres, le diviſeur 365 perſonnes, & le quotient 26 liv. 3 ſols 2 deniers avec 50 deniers de reſte.

Il faut multiplier 365 diviſeur par 26 liv. 3 ſols 2 deniers, & ajoutant 50 deniers reſtans qui valent 4 ſols 2 deniers, le produit donnera le nombre à diviſer, qui eſt 9548 livres.

Opération.

	365	à multiplier.	
par	26 livres	3 ſols	2 deniers.
	2190		
	730		
	36	10 ſols.	
	18	5	
	3	0	10 den.
		4	2 reſte.
Produit	9548	0 ſols.	0

qui eſt la preuve.

Les deux preuves de la Diviſion ci-deſſus par 9 & par Multiplication, ſerviront de modèle pour prouver toutes les autres Diviſions où il s'agira de livres, ſols & deniers. C'eſt pourquoi dans les opérations ſuivantes, je ne parlerai point de la preuve.

Il y a encore une autre preuve de la Diviſion, laquelle ſe fait par la Diviſion même ; ſçavoir en diviſant le nombre à diviſer par le quotient, il viendra le diviſeur.

Il faut obſerver, ſi au quotient il y a livres, ſols & deniers, comme en l'exemple ci-deſſus, de réduire le nombre à diviſer, & le quotient auſſi tout en deniers, puis diviſant les deniers de l'un par les deniers de l'autre, il viendra juſte le diviſeur, & s'il eſt reſté quelque nombre de deniers à diviſer dans la première Diviſion, le même nombre de deniers doit reſter dans cette ſeconde, & c'eſt la preuve.

Avertiſſement ſur la réduction des livres en ſols, & des ſols en deniers reſtans d'une Diviſion.

Il faut remarquer que pour réduire des livres reſtantes d'une Diviſion en ſols, il faut poſer un zero en quelque part pour le zero de 20, parce que la livre vaut 20 ſols & multiplier les livres reſtantes par le 2 du même 20, dont le produit ſera mis avant le zero, lequel produit ſera tout prêt pour être diviſé par le même diviſeur des livres, ſans avoir la peine de tranſporter leſdites livres pour les réduire.

Enſuite ſi on veut réduire les ſols reſtans d'une Diviſion en deniers, on multipliera chaque caractère des ſols reſtés par 12 deniers tout d'un coup, comme ſi le nombre 12 n'étoit qu'un ſimple caractère, attendu, par exemple, que la Multiplication de 12 par 5 n'eſt pas plus difficile à faire que de multiplier 7 par 8, ou par quelqu'autre figure, puiſqu'il n'y a qu'à regarder la Table de Multiplication, *page* 31, & l'apprendre par cœur, & qu'elle eſt auſſi-bien dreſſée pour 12 multipliés par 5, 6, ou 7, &c. comme pour 9 multipliez par 6, 7, ou 8, &c.

Ce que j'ai obſervé dans toutes les opérations de Diviſions ſuivantes contenues dans mon Arithmétique, à la réſerve de la première Diviſion ci-deſſus, où j'ai fait les opérations de réductions tout au long, pour ſervir de modèle à ceux qui ne ſeroient pas encore aſſez ſtilés à cette réduction abbrégée.

Il faut encore remarquer qu'après avoir fait la Diviſion des deniers, s'il en reſte, il faut les réduire en ſols, en les diviſant par 12, ou en tirant le douzième qui eſt la même choſe, dont il viendra des ſols & deniers, s'il y échet, puis après on réduira ces ſols en livres, s'il ſe peut; & ce reſte de deniers étant ainſi réduit en livres, ſols & deniers,

ou en ſols & deniers ſeulement, doit être rapporté au produit de la Multiplication qui ſe fait pour prouver la Diviſion, comme à la Diviſion ci-deſſus, il eſt reſté 50 deniers, qui valent 4 ſols 2 deniers, que j'ai rapportés pour parfaire la preuve, autrement elle ſe fût trouvée fauſſe.

Note. S'il y a au nombre propoſé à diviſer livres, ſols & deniers, on diviſera premièrement les livres, puis réduiſant les livres reſtantes en ſols, s'il y en a, on joindra aux ſols de cette réduction les ſols de la ſomme à diviſer, puis on fera la Diviſion.

De même, s'il reſte des ſols à la Diviſion des ſols, on les réduira en deniers, auxquels on ajoutera les deniers de la ſomme à diviſer, puis on fera la Diviſion : ce que l'on obſervera en toutes Diviſions où le nombre à diviſer ſera compoſé de livres, ſols & deniers.

Réduction par diviſion.

La réduction par Diviſion ſert pour réduire les petites eſpèces en grandes.

Réduction de deniers en ſols.

Pour réduire les deniers en ſols, il faut diviſer le nombre des deniers par 12, & le quotient donnera des ſols, & le reſte ſera des deniers.

Exemple.

On demande combien 9567 den. valent de ſols.

Opération.

```
1183
9567
———— (797 ſols, & reſte 3 deniers.
1222
 11
```

Réduction des ſols en livres.

Pour réduire des ſols en livres, il faut diviſer le nombre des ſols par 20, & le quotient donnera des livres.

Ou autrement pour le plus court, il faut séparer la dernière figure des sols à main droite, & prendre la moitié des autres, & cette moitié donnera des livres, & le reste ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 797 sols valent de livres.

Opération.

797 sols.

39 livres 17 sols.

Plusieurs autres réductions.

Pour réduire des pouces en pieds, il faut diviser le nombre des pouces par 12, & le quotient donnera des pieds, & s'il en reste, ce seront des pouces.

Pour réduire des pieds en toises, il faut diviser le nombre des pieds par 6, & le quotient donnera des toises,

Pour réduire des onces en ℔ de poids de 16 onces, il faut diviser les onces par 16, & le quotient donnera des ℔, & si ce sont des onces à réduire en ℔ de 15 onces, on divisera les onces par 15, & le quotient donnera des ℔.

Pour réduire des gros en onces, il faut diviser les gros par 8; & des onces en marcs, il faut diviser les onces par 8.

Réduction des pieds en perches.

La réduction des pieds en perches se fait diversement : Sçavoir.

Si c'est en perches de 18 pieds, il faut diviser par 18.
Si c'est en perches de 20 pieds, il faut diviser par 20.
Si c'est en perches de 22 pieds, il faut diviser par 22.
Si c'est en perches de 24 pieds, il faut diviser par 24.
Si c'est de 25, par 25.
ou par quelqu'autre nombre que ce soit de pieds, desquels la perche se divise.

Plusieurs Questions sur la Division, desquelles les cinq premières serviront de preuve aux Multiplications ci-devant page 110, 117, 115, 125 & 124.

Première Question.

QUelqu'un a acheté 35 aunes d'étoffe qui lui ont coûté 832 liv. 11 sols 3 den. on demande combien vaut l'aune; il faut diviser 832 livres 11 sols 3 deniers par 35.

Opération.

```
                    2
127                286
832                551             318
---- ( 23 liv.    ----- ( 15 sols  ----- ( 9 den.
355                355              35
 3                  3
```

Ayant fait la Division, il est venu 23 liv. 15 sols 9 deniers pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant page 111, dont cette Division est la preuve.

Seconde Question.

24 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 157 livres 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ on demande combien vaut l'aune.

Divisez 157 liv. 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ par 24 aunes $\frac{5}{6}$, & le quotient de la Division sera 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Pour faire cette Règle réduisez 157 liv. 5 s. 6 d. $\frac{4}{6}$ en sixième de deniers; il viendra 226480 sixièmes.

Réduisez aussi 24 aunes $\frac{5}{6}$ en sixièmes, il viendra 149 sixièmes; puis divisant 226480 par 149, il vien-

dra au quotient 1520 deniers, qui par réduction valent 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant page 114, dont la question ci-dessus est la preuve.

Troisième Question.

53 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 471 liv. o sols 10 deniers, on demande combien vaut l'aune.

Réduisez comme ci-dessus 471 liv. o sols 10 deniers en sixièmes de deniers, il viendra 678300 pour nombre à diviser.

Réduisez aussi 53 $\frac{5}{6}$ en sixièmes, il viendra 323 pour diviseur; puis divisant 678300 par 323, il viendra 2100 deniers, qui valent 8 livres 15 sols pour la valeur de l'aune, & c'est la preuve de la Multiplication ci-devant page 115, & ainsi des autres.

Quatrième Question.

Un Particulier achete 25 muids de vin, qui lui ont coûté pour toute dépense 1468 livres 15 sols; on demande la valeur de chaque muid en particulier.

Divisez 1468 liv. 15 sols par 25, comme il a été enseigné, il viendra 58 livres 15 sols pour la valeur du muid.

Opération.

```
 21               12
1468             378
---- ( 58 liv.   ---- ( 15 sols.
 255             255
  2                2
```

℞. 58 liv. 15 sols pour la valeur de chaque muid, comme il a été proposé dans la premère question de Multiplication ci-devant page 124, dont c'est ici la preuve.

Cinquième Question.

Quelqu'un a acheté un muid de vin pour sa provision, qui lui coûte 74 livres 13 sols 4 deniers,

on demande à combien lui revient la pinte à raison de 280 pintes au muid.

Pour faire cette Règle, réduisez 74 livres en sols & ajoutez les 13 sols, il viendra 1493 sols, que vous diviserez par 280 : & faisant la Division comme il a été enseigné, il viendra au quotient des Divisions 5 sols 4 den. pour la valeur de la pinte, & c'est la preuve de la troisième question sur la Multiplication, pag. 125.

Opération.

74 liv. 13 sols 4 deniers.
20
――――
1493 sols

1493 / 280 (5 sols   1120 / 280 (4 den.

Ayant fait la Division, il est venu 5 sols 4 den. pour la valeur de la pinte de vin.

Sixième Question.

Quelqu'un a fait venir 56 cordes de bois, qui lui ont coûté 537 liv. 12 sols pour toute dépense, on demande à combien lui revient la corde.

Divisez 537 livres 12 sols par 56, selon l'ordre de la Division, & le quotient donnera 9 livres 12 sols pour la valeur de chaque corde.

Opération.

3
537 / 56 (9 liv.

11
672 / 566 (12 sols.
5

R. 9 liv. 12 sols pour la valeur de chaque corde, comme il a été proposé page 125.

Septième Question, ou

Règle de dépense par Division, pour sçavoir à tant par an, combien c'est par jour.

Quelqu'un paye 876 livres de pension par an, on demande combien c'est par jour.

Divisez 876 livres par 365 jours valeur de l'année, &

& le quotient de la Division donnera 2 livres 8 sols pour la dépense de chaque jour, comme il a été proposé à la Multiplication ci-devant, page 127.

Opération.

14 876		2920	
———	(2 liv.	———	(8 sols.
365		365	

℞. 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque jour,

C'est comme qui diroit : quelqu'un tient une maison à loüage, de laquelle il paye 876 livres par an, on demande combien c'est par jour. ℞. 2 liv. 8 sols.

Remarque. Et si quelqu'un avoit dépensé 225 liv. en un voyage de 60 jours, sçavoir combien il auroit dépensé chaque jour.

Divisez 225 par 60, & le contient de la Division donnera 3 livres 15 sols pour chaque jour.

Huitième Question, ou *Constitution de Rente.*

Quoique plusieurs confondent le mot de constitution de rente avec celui d'intérêt, disant que constituer de l'argent en rente, c'est la même chose que de donner de l'argent à intérêt, néanmoins il y a bien de la différence pour l'opération, & même pour la pratique ; car quand on dit, donner de l'argent en rente au denier 16, c'est que de 16 livres que l'on donne à rente, on en tire une livre de profit au bout d'un an, de 18 livres on en tire une livre, de 20 livres une livre, &c. laquelle constitution se fait à un denier plus haut ou plus bas, selon les lieux, comme à Paris les constitutions les plus avantageuses pour les constituans se font au denier 18, qui est le denier de l'Ordonnance, d'autres au denier 20 qui rapportent moins de profit, dont la raison est toute évidente, puisque si de 18 livres on en retire une livre de profit au bout d'un an, & que de 20 liv. l'on n'en retire aussi qu'une liv.

on tire autant de profit de 18 liv. que de 20 livres; partant, si quelqu'un donne son argent au denier 20, il perd l'intérêt de deux livres.

Quant à l'autre manière de tirer l'intérêt d'une somme, c'est qu'en quelques Pays, comme en Province & autres endroits, on tire l'intérêt à raison de tant pour 100 par an, ce que j'expliquerai lorsque je traiterai de la Règle d'intérêt.

Question sur la Constitution de Rente.

Quelqu'un veut mettre 1200 livres en rente au denier 18, on demande combien il recevra d'intérêt par an.

Divisez 1200 livres par 18, & le quotient de la Division donnera 66 liv. 13 sols 4 deniers pour l'intérêt d'un an, comme il se voit par l'opération.

```
  1
 122         66
1200        240          72
---- (66 liv. ---- (13 s.  ---- (4 den.
 188        188          18
  1           1
```

Pour preuve, voyez le rachat de rente ci-devant page 127.

Et s'il étoit question de trouver l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$, à la raison ci-dessus de 66 liv. 13 s. 4 den. par an.

Multipliez 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ par 66 liv. 13 s. 4 den. le produit donnera l'intérêt que l'on demande, comme il se voit par l'opération.

Opération.

	3 ans	9 mois $\frac{1}{2}$ à multiplier		
par	66 liv.	13 s.	4 den.	
	200 liv.	0 s.	0 d.	pour 3 ans tout d'un coup
	33	6	8	pour 6 mois.
	16	13	4	pour 3 mois.
	2	15	6 $\frac{2}{3}$	pour $\frac{1}{2}$ mois.

Pr. 252 liv. 15 s. 6 d. $\frac{2}{3}$ pour l'intérêt des 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$.

Comme j'ai divisé ci-devant par 18, parce que la constitution de rente se faisoit au den. 18; ainsi lorsque la constitution se fera au den. 14, au den. 16, au den. 20, &c. on divisera la somme proposée à mettre à rente par 14, ou par 16, ou par 20, ou par tel autre denier auquel se fera la constitution.

Neuvième Question.

Un Maître Chapelier a fait un mêlange de plusieurs différentes étoffes, pesant en tout 98 onces, qui lui coûtent 158 liv. on demande à combien lui revient l'once de ce mêlange, afin de sçavoir à combien lui revient chaque chapeau selon la quantité d'onces qu'il voudra y mettre.

Divisez 158 livres par 98 onces, il viendra au quotient de la Division 32 sols 2 deniers $\frac{46}{49}$ pour la valeur de l'once.

Dixième Question.

Un Maître Menuisier va à un Chantier pour acheter un cent de planches, & compose avec le Marchand à 36 livres le cent, à condition de prendre les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long, & l'autre tiers à 8 pieds, on demande à combien reviendra le pied.

Pour résoudre cette question, il faut concevoir que les $\frac{2}{3}$ de 100 font 66 $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ qu'il faut multiplier par 6 pieds, & il viendra 400 pieds pour les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long. G ij

Ensuite on sçait que le $\frac{1}{3}$ de 100 est 33 $\frac{1}{3}$ qu'il faut multiplier par 8 pieds, & il viendra 266 pieds & $\frac{2}{3}$ de pieds, tellement qu'ajoutant ces deux sommes de pieds, on verra que les 100 planches contiennent 666 pieds $\frac{2}{3}$; maintenant pour sçavoir combien vaut le pied, il faut diviser 36 livres par 666 $\frac{2}{3}$.

Mais d'autant que 36 livres ne se peuvent pas diviser par 666 $\frac{2}{3}$, il faut réduire 666 $\frac{2}{3}$ en tiers, il viendra 2000 tiers; il faut aussi réduire 36 liv. en tiers, il viendra 108, c'est-à-dire, 108 tiers de livres à diviser par 2000 : & d'autant que 108 tiers ne se peuvent diviser par 2000 tiers, qui est autant que de dire 108 l. à diviser par 2000 livres, on en fera la réduction, & la division ensuite, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

666 $\frac{2}{3}$ pieds à réduire en tiers, 36 à réduire en tiers.

———	par	3
2000 diviseur		———
		108 l. à réduire
2160	par	20 en sols.
——— (1 sol		———
2000		2160 sols à diviser.

Reste 160 sols à réduire en deniers, qui valent 1920 den. qui ne se peuvent diviser 2000.

Ayant fait la division ci-dessus, il est venu un sol au quotient, & reste $\frac{1920}{2000}$ pour la valeur d'un pied, au lieu de laquelle fraction, comme elle approche fort de l'entier, on comptera 1 sol 1 den. pour la valeur de chaque pied, & partant les planches de 6 pieds vaudront 6 sols 6 deniers pièce, & celles de 8 pieds vaudront 8 sols 8 den.

Pour preuve, si on multiplie les 66 planches $\frac{2}{3}$ par 6 sols 6 den. & les 33 planches $\frac{1}{3}$ par 8 sols 8 den. & que l'on ajoute les deux produits, il viendra 36 l. 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$, lesquels 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$ sont à déduire sur le tout; ce qui n'est pas considérable.

Onzième Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas pesant 14 ℔, tenant 52 aunes $\frac{1}{2}$, & lui coûte 17 livres 15 sols la ℔, on demande à combien lui revient l'aune,

Pour résoudre cette question & les autres semblables, il faut premièrement trouver la valeur de 14 ℔, en les multipliant par 17 livres 15 sols, valeur de la ℔, il viendra au produit 248 livres 10 sols pour la valeur totale, que l'on divisera par les 52 aunes $\frac{1}{2}$, & le quotient de la Division donnera 4 l. 14 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Mais avant que de faire la Division, il faut réduire les 248 livres 10 sols en demi-livres, il viendra 497 à diviser par 52 $\frac{1}{2}$ réduites aussi en demi, il viendra 105 pour diviseur, comme il se voit par l'opération entière de la Règle.

	14 ℔ à multiplier	52 $\frac{1}{2}$
par	17 l. 15 sols	105
	98 liv.	
	14	
	7	
	3 10 sols.	
Prod.	248 l. 10 sols à réduire en demi.	
par	2	
Prod.	497 l. à diviser par 105.	

$$\frac{\overset{7}{497}}{105}\ (4\text{ l.}\quad \frac{\overset{7}{\overset{49}{1540}}}{\underset{10}{1055}}\ 14\text{ f.}\quad \frac{840}{105}\ (8\text{ d.}$$

L'opération entière de la Règle étant achevée, il

eſt venu 4 l. 14 ſols 8 d. pour la valeur de l'aune; ainſi des autres.

Bordereau de payement par Diviſion.

CE Bordereau ſert pour trouver combien il faut donner de pièces de quelques eſpèces que ce ſoit pour faire tel payement que l'on voudra.

Par exemple, ſi on veut ſçavoir combien il faut donner de pièces de 7 livres pour payer 956 livres.

Diviſez 956 par 7, il viendra 136 au quotient, c'eſt-à-dire 136 pièces de 7 livres pour faire ledit payement, il reſte 4 livres qu'il faudra pour le ſupplément qu'il faut payer outre les 136 pièces de 7 livres, comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

* 244
956
——— (136 pièces à multiplier par
777 7 l. pour la preuve

952
4 reſte de la Diviſion.

Produit 956 l.

Pour preuve, il faut toujours multiplier le nombre des pièces par la valeur de la pièce, & ajouter le reſte de la Diviſion, s'il y en a, pour le ſupplément, & le produit donnera la ſomme propoſée à payer, comme il ſe voit ci-deſſus.

Pour diviſer plus briévement, en tirant le ſeptième de 956 l. il fut venu 136 pièces, & 4 l. de reſte, comme par la Diviſion ci-deſſus.

Queſtion ſur le même Bordereau.

On demande combien il faut donner d'écus d'or de 5 l. 14 ſols pièce, pour payer 2500 l.

Reduisez 2500 livres en sols, il viendra 50000 sols.

Réduisez aussi 5 livres 14 sols en sols, il viendra 114 sols.

Puis divisez les 50000 sols par 114, le quotient de la Division donnera 438 pièces pour faire le payement requis, en ajoutant 68 sols restans de la Division, comme il se verra ci-dessous par la preuve.

Opération.

	96	
2500 livres	4488	
20 sols	50000	
50000	11444	(438 pièces & 68 sols pour le supplément.
	111	
	1	

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant à 5 livres 14 sols la pièce, on demande combien valent 438 écus d'or.

Multipliez 438 par 5 livres 14 sols, il viendra trois produits, auxquels ajoutant les 68 sols de supplément, la somme sera 2500 livres, comme veut le question ci-dessus.

	438 écus d'or à multiplier	
par	5 l. 14 sols.	
	2190	
	219	
	87	12
	3	8

Prod. 2500 livres, qui est la somme proposée & la preuve.

Autre Question sur le même Bordereau.

On veut payer 500 livres en pièces de 19 sols 6 deniers, on demande combien il en faut.

Réduisez 500 livres en deniers, il viendra 120000 deniers.

Réduisez aussi 19 sols 6 deniers, il viendra 234 deniers.

Puis divisant 120000 deniers par 234 deniers, le quotient de la Division donnera 512 pièces, il restera 192 deniers à diviser, qui valent 16 sols, qu'il faut fournir de plus pour le supplément.

Pour l'opération de la Division, je la laisse à faire, me contentant d'en donner la réponse.

Pour preuve, si vous multipliez les 512 pièces par 19 sols 6 deniers, selon l'ordre de la Multiplication, & que vous ajoutiez les 16 sols de supplément. vous trouverez justement les 500 livres, comme il a été proposé.

Autre Question sur le même Bordereau.

C'est la même chose que si on disoit : Quelqu'un veut employer 500 livres en marchandise, & on la veut vendre 19 sols 6 deniers l'aune, on demande combien il aura d'aunes pour 500 livres. ℟. 512 aunes, il restera 192 deniers qui sont de plus, qui valent 16 sols.

Pour l'opération, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le Bordereau de payement.

Autre Question, ou
Echange d'une espèce à une autre.

Quelqu'un a 540 écus d'or de 5 liv. 14 sols pièce, on demande, s'il les vouloit convertir en louis d'or de 11 livres, combien il auroit de louis d'or.

Pour le sçavoir, il faut voir combien les 540 écus d'or à 5 livres 14 sols la pièce valent de livres ; ce qui se fait en multipliant les 540 écus d'or par 5 livres 14 sols selon l'ordre de la Multiplication, & il viendra 3078 liv.

Cela fait, divisez les 3078 livres par 11 valeur du louis d'or, il viendra 279 louis d'or, & restera 9 livres par-dessus le tout.

Tellement que l'on aura 279 louis d'or & 9 liv. de plus pour les 540 écus d'or.

Faites l'opération, & vous trouverez même réponse.

Abbréviation pour la Division par les parties aliquotes, qui en sens contraire peuvent aussi servir ponr la Multiplication, comme il a été enseigné page 122.

QUand on divisera par un nombre qui sera composé de deux parties aliquotes, la Division se fera en divisant premièrement le nombre à diviser par une des parties aliquotes, puis on divisera le quotient par l'autre partie, & ce dernier quotient sera le quotient de la Division.

Quand je dis, diviser par les parties aliquotes, j'entens que si on divise par 3, on prenne la troisième partie du nombre à diviser, par 4 la quatrième partie, &c.

Comme si l'on veut diviser un nombre par 24, il faut considérer les parties aliquotes dont le diviseur 24 est composé; sçavoir de 6 multiplié par 4; par exemple, si on veut diviser 7596 livres par 24, on tirera le sixième de 7596 livres, il viendra 1266 liv. au quotient, & de 1266 livres si on en tire le quart, il viendra 316 livres 10 sols pour la part de chacun, observant de barrer les figures du premier quotient, comme il se voit par l'opération suivante.

7596 livres à diviser par 24.

$\frac{1}{6}$ 1266 livres premier quotient.
$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ 316 livres 10 sols pour la vingt-quatrième partie de 7596 livres.

Et afin de faciliter la connoissance des nombres qui sont propres pour l'abbréviation, tant de la Multiplication, comme je l'ai expliqué ci-devant, que de la Division, je donnerai la Table suivante.

D'où il suit que, si on veut diviser par une seule figure, comme par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, on tirera du nombre à diviser, sçavoir :

T A B L E

Pour	2	La moitié.
	3	Le tiers.
	4	Le quart.
	5	Le cinquième.
	6	Le sixième.
	7	Le septième.
	8	Le huitième.
	9	Le neuvieme.

Et si on veut diviser par un nombre qui soit composé de parties aliquotes, on observera l'ordre de la Table ci-après.

Table à diviser.

Par	12	il faut tirer du nombre à diviser.	Le tiers du quart.
	14		Le septième de la moitié.
	15		Le tiers du cinquième.
	16		Le quart du quart.
	18		Le tiers dù sixième.
	20		La moitié du dixième.
	21		Le septième du tiers.
	24		Le quart du sixième.

	25		Le cinquième du cinquième.
	27		Le neuvième du tiers
	28		Le septième du quart.
	30		Le tiers du dixième.
	32		Le quart du huitième.
	35		Le septième du cinquième.
	36		Le sixième du sixième.
	40		Le quart du dixième.
	42		Le septième du sixième.
	45		Le neuvième du cinquième.
	48	il faut tirer	Le sixième du huitième.
Par	49	du nombre	Le septième du septième.
	50	à diviser.	Le cinquième du dixième.
	54		Le neuvième du sixième.
	56		Le septième du huitième.
	60		Le sixième du dixième.
	63		Le septième du neuvième.
	64		Le huitième du huitième.
	70		Le septième du dixième.
	72		Le neuvième du huitième.
	80		Le huitième du dixième.
	81		Le neuvième du neuvième.
	90		Le neuvième du dixième.
	100		Le dixième du dixième.

On fera le contraire pour la Multiplication, comme il se verra dans l'exemple de Division ci après, dont l'opération se fera par abbréviation ; ensuite de quoi je ferai la preuve par la Multiplication ; & par abbréviation aussi.

Question sur la Division.

42 aunes de drap de Hollande ont coûté 755 livres 2 sols 6 deniers, on demande à combien revient l'aune.

Il faut diviser 755 liv. 2 sols 6 den. par 42.

Pour faire cette Règle on voit dans la Table ci-devant que 42 sont faits de 7 multipliés par 6 : tel-

lement que si on tire la sixième partie de 755 liv. 2 sols 6 den. on trouvera 125 liv. 17 sols 1 den. & si de 125 liv. 17 sols 1 den. on en tire le septième, il viendra 17 liv. 19 sols 7 den. pour la valeur de l'aune, barrant les figures du premier quotient.

Il faut remarquer avant que de faire l'opération, que quand on tire le sixième de 755 liv. 2 sols 6 den. qu'il faut réduire les livres restantes en sols, pour les joindre aux 2 sols, ce qui se fait en comptant autant de livres restantes pour deux dixaines, puis tirer le sixième des sols, & s'il reste des sols, les convertir en deniers, pour les joindre aux deniers, s'il y en a, puis en tirer le sixième; ainsi des autres, comme il se voit dans l'opération suivante, où tirant le sixième de 755 liv. 2 sols 6 den. il viendra 125 liv. & restera 5 liv. qui valent 10 dixaines, avec les 2 sols font 102 sols, dont on tirera le sixième, pour avoir 17 sols; puis tirant le sixième de 6 den. il viendra 1 den. & le tout sera 125 liv. 17 sols 1 d. pour le premier quotient, dont on tirera le septième en même raison que ci-devant, & le véritable quotient sera 17 l. 19 sols 7 den. pour la valeur requise de l'aune.

On observera le même ordre pour les autres nombres où il sera question d'abbrévier.

Opération.

	755 liv. 2 sols 6 den. à diviser par 42.
$\frac{1}{6}$	125 liv. 17 sols 1 den.
$\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{6}$	17 liv. 19 sols 7 den. valeur de l'aune.

Preuve de la Division précédente par la Multiplication.

Pour preuve que l'aune de drap de Hollande vaut 17 liv. 19 sols 7 deniers comme ci-dessus, il faut faire la question qui suit.

L'aune de drap d'Hollande vaut 17 livres 19 sols 7 deniers, on demande la valeur de 42 aunes au même prix.

Comme j'ai diviſé ci-devanr 755 l. 2 ſols 6 den. par 6 pour avoir 125 l. 17 ſols 1 den. & auſſi 125 l. 17 ſols 1 den. par 7 pour avoir 17 l. 19 ſols 7 den. Si au contraire je multiplie 17 l. 19 ſols 7 deniers par 7, il viendra 125 liv. 17 ſols 1 den. & ſi je multiplie 125 l. 17 ſols 1 denier par 6, il viendra au produit les mêmes 755 liv. 2 ſols 6 deniers comme il a été propoſé dans la Diviſion ci-deſſus, dont c'eſt ici la preuve.

Opération.

	42 aunes
à	17 liv. 19 ſols 7 den. l'aune.
	~~125~~ ~~17~~ ~~1~~

Produit 755 liv. 2 ſols 6 den. pour la valeur de 42 aunes.

RÈGLE DE TROIS,

ou de Proportion.

Avertiſſement ſur la Règle de Trois.

COmme les quatre préceptes d'Addition, de Souſtraction, Multiplication & Diviſion, tant en entiers qu'en fractions, ſont des inſtrumens dont il faut ſe ſervir pour opérer dans la Regle de Trois, ainſi les Règles de Trois doivent ſervir pour réſoudre quantité de Règles; ſçavoir:

Les Règles d'intérêt, de change, comme auſſi de gain ou perte pour 100; les Regles d'eſcompte; les Regles de Compagnie, &c. comme il ſe verra ci-après chacun en ſon lieu; c'eſt pourqnoi il eſt néceſſaire de bien entendre toutes les Règles de Trois tant en entiers qu'en fractions, pour s'en ſervir ſelon

la diverſité des proportions ; car tantôt il faut ſe ſervir de la Règle de Trois ſimple directe en nombres entiers.

Tantôt de la même Règle de Trois ſimple en fractions.

Tantôt de la Règle de Trois double ou composée de cinq termes en nombres entiers.

Tantôt de la même Règle double en entiers & fractions, ou en fractions ſeulement.

Tantôt de la Règle de Trois inverſe en entiers.

Tantôt de la même Règle inverſe en fractions.

On ſe ſert auſſi de la Règle conjointe, ou de compoſition de raiſons, laquelle ſe verra en ſon lieu.

Définition de la Règle de Trois.

La Règle de Trois eſt appellée ainſi, parce qu'au moyen de trois nombres propoſés que nous connoiſſons, nous en trouvons un quatrieme inconnu que nous cherchons.

Cette Règle eſt auſſi appellée Règle de Proportion, d'autant qu'il y a même raiſon du quatrième nombre au troiſième, que du deuxième au premier ; c'eſt-à-dire, que ſi le premier eſt double du ſecond, le troiſième ſera auſſi double du quatrième ; ſi triple, triple, ſi quadruple, quadruple, &c. De même ſi le premier n'eſt que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du ſecond, le troiſième ne ſera que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du quatrième (remarquez que c'eſt par ce raiſonnement que l'on abbrege les Règles de Trois).

Pour la diſpoſition de cette Règle, il faut placer les trois nombres propoſés, de telle manière que le premier & troiſième ſoient de même nom, c'eſt-à dire, que s'il y a des aunes au premier terme, il faut qu'il y ait des aunes au troiſième ; & réciproquement, s'il y a des livres au deuxième terme,

il doit venir des livres au quatrième que l'on cherche, comme si on disoit :

Si 24 aunes d'étoffe coûtent 36 livres, on demande combien coûteront 48 aunes au même prix.

Les termes étant disposés comme ci-dessous, il faut multiplier le troisième terme par le deuxième, sçavoir 48 par 36, ou au contraire le deuxième par le troisième, qui est la même chose, & divisant le produit de la Multiplication, qui sera 1728 par le premier terme qui est 24, le quotient de la Division donnera 72 livres par le quatrième terme proportionel inconnu que l'on cherche, qui est la valeur de 48 aunes; ainsi des autres.

Opération.

Si 24 aunes 36 l. combien 48 aunes, R. 72 l.

```
                        36
    4               ------
  1728                 288
 ------ (72 livres     144
   244              ------
   2                  1728
```

Question sur la Règle de Trois, avec l'explication de la preuve ensuite.

On a acepté 45 aunes d'étoffe qui ont coûté 135 livres, on demande combien on aura d'aunes pour 225 livres à la même raison.

Vous voyez, selon cette disposition, que le premier nombre & le trosième ne sont pas de même nom; c'est pourquoi il faut ainsi former la Règle de Trois, disant :

Si pour 135 livres j'ai eu 45 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 225 l.

La Règle étant ainsi disposée, multipliez comme il vient d'être dit, le troisième terme 225 par le deuxième 45, il viendra au produit 10125, qu'il faut diviser par le premier nombre 135, & le quo-

tient donnera 75, c'est-à-dire 75 aunes que l'on aura pour les 225 l.

Opération.

Si 135 livres 45 aunes, combien 225 livres. R. 75 aunes.

```
     67                         45
   10125                      ------
   -----  ( 75 aunes           1125
    1355                        900
     13                       ------
                               10125 Prod.
```

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Règle, & généralement de toutes les autres, on fera une seconde Règle de Trois contraire à la précédente, en feignant d'ignorer combien on aura d'aunes de drap pour 135 livres, disant :

Si pour 225 livres j'ai eu 75 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 135 l.

Ayant disposé la Règle de Trois comme ci-dessus, multipliez le troisième terme par le deuxième, sçavoir 135 par 75, comme il a été enseigné, il viendra 10125 au produit qu'il faut diviser par 225 premier terme, & le quotient donnera 45 aunes pour 135 l. comme il a été proposé.

Opération.

Si 225 livres 75 aunes, combien 135 livres. R. 45 aunes

```
     1                          75
   10125                      ------
   -----  (45 aunes             675
   22555                       945
    22                        ------
                               10125
```

La même Règle de Trois se peut encore prouver ainsi, disant :

Si 45 aunes coûtent 135 l. combien 75. R. 225 liv.

Elle ſe peut encore prouver ainſi :

Si 75 aunes coûtent 225 liv. combien 45 aunes. ℞. 135 liv. comme ci-devant.

Il eſt certain, par cette démonſtration, qu'une Règle de Trois ſe prouve en autant de façons qu'elle a de termes.

Avertiſſement ſur la preuve de la Règle de Trois.

Comme dans la Règle de Trois il arrive aſſez ſouvent que faiſant la Diviſion du produit par le premier terme, il reſte quelques livres ou autres eſpeces à diviſer, dont il faut faire la réduction en moindres eſpeces, pour en faire encore la Diviſion, après avoir multiplié le troiſième terme par le deuxième, ou au contraire je trouve à propos, avant que de paſſer à la Diviſion qu'il convient de faire enſuite de prouver cette Multiplication, ce qui ſe fait en diviſant le produit d'icelle par l'un des deux nombres, & viendra l'autre, c'eſt-à-dire, que ſi on diviſe le produit par le troiſième terme de la Règle de Trois, le quotient donnera le deuxième, ou ſi on diviſe par le deuxième, le quotient donnera le troiſième, & c'eſt la preuve.

La raiſon pourquoi il eſt à propos de prouver la Multiplication, c'eſt que ſi elle étoit fauſſe, & que l'on divisât le produit d'icelle par le premier terme ſelon le précepte de la Règle de Trois, la Diviſion & toutes les autres opérations que l'on feroit, ſeroient fauſſes ; au lieu que la multiplication étant prouvée, ſi on fait la Diviſion enſuite pour trouver le quatrième terme de la Règle de Trois, on eſt ſeulement obligé de prouver la Diviſion tout ſimplement, en multipliant le quotient d'icelle de telle eſpece qu'il eſt par le diviſeur, pour trouver le produit ou le nombre qui a été diviſé, en ajoutant le reſte de la Diviſion, s'il y en a, comme il ſe verra dans la Règle de Trois ſuivante, dont je ferai l'opération toute entière avec la preuve au pied.

Autre Question sur la Règle de Trois ; avec la preuve.

77 aunes de marchandise ont coûté 356 liv. on demande combien coûteront 98 aunes au même prix.

Opération.

Si 77 aunes 356 liv. 98 aunes.

```
     98
   ----
   2848
  3204
  -----
  34888 Produit.
```

Preuve de la multiplication.

```
    5
   54
  34888
  ----- (356
   9888
    99
```

```
  1
  037              63          63
 34338            140         786
 ----- (453 liv. ----- (1 sol. ----- (9 den.
 7777              77          77
  77
```

Ayant fait la Division ci-dessus, il est venu 453 livres 1 sols 9 deniers pour la valeur des 98 aunes, & reste 63 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve,

Preuve de la Règle de Trois ci-dessus.

D'autant que la Multiplication ci-devant a été prouvée, il n'y a qu'à prouver la division du produit qui est 34888 par le premier terme qui est 77, sçavoir en multipliant le quotient 453 liv. 1 sol 9 deniers par le diviseur 77, il viendra au produit de la Multiplication le nombre à diviser, qui est 34888 livres, en ajoutant les 63 deniers restés de la Division des deniers.

Opération de la preuve.

Diviſeur	77 à multiplier par	
Le quotient	453 liv. 1 ſol 9 den.	
	3171	
	3171	
	3 liv. 17 ſols	
	1 18 6 den.	
	19 3 den.	
	5 3 den.	reſte de la Diviſion.
Produit	34888 liv. 0 0 deniers.	

Ayant fait la Multiplication, ſon produit eſt venu égal au nombre à diviſer, & c'eſt la preuve.

On pourroit prouver la même Règle d'une autre façon, ſçavoir par une autre Règle de Trois, comme il a été enſeigné, diſant :

Si 98 aunes coûtent 453 livres 1 ſol 9 deniers, combien couteront 77 aunes.

La Règle étant ainſi diſpoſée, ſi on multiplie 77 troiſième terme, par 453 liv. 1 ſol 9 den. deuxième terme, & que l'on ajoute le reſte de la Diviſion des deniers, qui eſt 63 den. il viendra au produit 34888 que l'on diviſera par 98 pour avoir 356 liv. pour la valeur des 77 aunes, comme veut la queſtion, & c'eſt la preuve.

Ces deux manières ſont générales pour la preuve des Règles de Trois ſimples, directes ou inverſes.

Abréviation pour la Règle de Trois.

J'Ai dit ci-devant que le premier nombre d'une Règle de Trois eſt pareille partie du deuxième que le troiſième l'eſt du quatrième, ainſi il ſe trou-

vera plusieurs Règles de Trois, où l'on pourra abrévier l'opération, comme dans cet exemple.

Si 7 aunes de drap coûtent 63 liv. combien coûteront 49 aunes; je considère que l'on peut prendre pareille partie du premier nombre 7, que du deuxième 63; car si du premier nombre 7 j'en prens la septième partie, il viendra 1; si je prens la septième partie du second terme qui est 63, il viendra 9; par cette manière la Règle de Trois sera réduite à plus petits nombres, comme il se voit.

Opération.

Si 7 aunes coûtent 63 liv. combien 49 aunes.

Ou par abréviation.

Si une aune coûte 9 livres, combien 49 aunes. ℞. 441 livres.

On voit que le premier terme qui est 1, ne divise point, par conséquent il n'y a qu'à multiplier les deux derniers nombres, sçavoir 9 par 49, il viendra 441 pour la valeur requise des 49 aunes, comme veut la question.

Autre Question.

16 aunes de toiles ont coûté 12 livres, combien coûteront 20 aunes.

Vous voyez en cet exemple que le premier terme ne se peut abrévier jusqu'à l'unité, cela n'empêche pas d'abrévier le premier & le second, en prenant le quart de 16 & le quart aussi de 12, puis dire :

Si 4 aunes coûtent 3 livres, combien 20 aunes. ℞. 15 livres.

Ou bien d'abrévier le premier & le troisième, prenant le quart de 16 & le quart de 20, il viendra 4 & 5, puis dire :

Si 4 coûtent 12, combien 5; & faisant la Règle par l'une & l'autre méthode; il viendra le même quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit ci dessous.

Si 16 aunes coûtent	12 l. combien	20 aunes.	℞. 15 l.
Si 4	3	20	℞. 15 l.
Si 4	12	5	℞. 15 l.

Ainſi des autres.

Autre Queſtion.

Quelqu'un a fait un voyage où il a demeuré 24 jours, pendant lequel temps il a dépenſé 56 livres, & le même doit retourner aux champs, où il ſera obligé de demeurer 36 jours, on demande combien il doit porter d'argent pour faire ſa dépenſe à proportion de 56 livres qu'il a dépenſé en ſon premier voyage où il a demeuré 24 jours.

Dites par Règle de Trois.

Si en 24 jours on a dépenſé 56 livres, combien doit-on dépenſer en 36 jours.

Faiſant la Règle ſelon le précepte, on trouvera 84 livres pour la dépenſe de 36 jours.

Autre Queſtion.

Un Particulier a baillé 32 livres de fil à un Tiſſerand, dont il lui a rendu 42 aunes de toile, on demande combien le même Tiſſerand doit rendre d'aunes de toile pour 48 livres de pareil fil que le même Marchand lui a baillées : Pour faire cette Règle, il faut dire par Règle de Trois, comme ci-devant.

Si 32 livres de fil ont rendu 42 aunes de toile, combien en rendront d'aunes 48 livres de pareil fil ; & faiſant l'opération de la Règle comme dit eſt, on trouvera 63 aunes ; & c'eſt la réponſe : Ainſi des autres.

Obſervation ſur la Règle de Trois.

1. Quant à la Règle de trois, dont le premier terme eſt 1, il n'y a qu'à multiplier le troiſième par le deuxième, ou le contraire, & le produit de la Multiplication donnera le quatrième terme que l'on cherche.

Comme si on disoit : Une douzaine de paires de gants coûtent 9 liv. combien coûteront 12 douzaines, dites:

Si une douzaine coûte 9 liv. combien 12 douzaines, multipliez 12 par 9, & le produit sera 108 liv. pour la valeur requise des 12 douzaines.

2. Quand le deuxième terme est 1, il faut seulement diviser le troisième par le premier, & le quotient de la Division donnera le quatrième.

Par exemple, 6 aunes de ruban coûtent 1 l. combien coûteront 100 aunes au même prix, dites:

Si 6 aunes coûtent 1 l. combien 100 aunes; divisez 100 par 6, il viendra 16 l. 13 sols 4 den. pour la valeur de 100 aunes.

3. Quand le troisième terme est 1, il faut aussi seulement diviser le deuxième par le premier, & le quotient sera le quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit par la question suivante.

100 aunes de ruban ont coûté 16 liv. 13 sols 4 d. combien vaut l'aune; divisez 16 l. 13 sols 4 deniers par 100, & le quotient donnera 3 sols 4 d. pour le quotient, ou la valeur de l'aune que l'on cherche, observant, pour faire la Division de faire les réductions nécessaires, comme les livres en sols, & les sols en deniers.

Quelques Questions sur la Règle de Trois.

Autrement

Règle des Marchands.

Question touchant la Multiplication de la ℔ *de poids de 16 onces & de ses parties.*

Si une ℔ de Canelle coûte 4 liv. 15 sols, combien 9 ℔ 5 onces 4 gros.

Il faut multiplier 4 liv. 15 sols par 9 ℔, tout d'un coup, il viendra 42 livres 15 sols; puis de 5 onces on en prendra 4, qui sont le quart de 16 onces, & par conséquent on prendra le quart de 4 livres 15 sols, il viendra 1 liv. 3 sols 9 deniers que l'on posera au-dessous de 42 liv. 15 sols.

Puis pour une once on prendra le quart de la valeur des 4 onces; il viendra 5 sols 11 den. $\frac{1}{4}$.

Enfin pour les 4 gros on prendra la moitié de la valeur d'une once, il viendra 2 sols 11 deniers $\frac{5}{8}$, & ajoutant tous les produits en une somme, il viendra 44 livres 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$, comme il se voit par l'opération.

	9 ℔	5 onces 4 gros.		
à	4 liv.	15 sols la ℔ de 16 onces.		
	42 liv.	15 sols		
	1	3	9 d.	
		5	11	$\frac{1}{4}$
		2	11	$\frac{5}{8}$
Prod.	44 liv.	7 sols	7 d.	$\frac{7}{8}$ valeur de

9 ℔ 5 onces 4 gros.

Ayant fait la multiplication, il est venu 44 livres 7 sols 7 den. $\frac{7}{8}$ pour le quatrième terme de la Règle de Trois ci-dessus.

Preuve par la Division.

Pour preuve, il faut faire une autre question disant :

Si 9 ℔ 5 onces 4 gros de Canelle ont coûté 44 l. 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$: on demande combien vaut une ℔.

Pour l'opération, on voit que le troisième terme est 1, par conséquent il n'y a qu'à diviser le second par le premier, & le quotient donnera 4 liv. 15 sols pour la valeur de la ℔ de Canelle.

Pour faire cette Règle, réduisez les 44 liv. 7 sols

7 den. $\frac{7}{8}$ en huitièmes parties de deniers, il viendra 85215 huitièmes.

Réduisez aussi 240 deniers, valeur de la livre en huitième, il viendra 1920, que l'on écrira au dessous, & on aura $\frac{85215}{1920}$ pour nombre à diviser.

Pour avoir le diviseur, il faut réduire les 9 ℔ 5 onces 4 gros en gros, il viendra 1196 gros, sous lesquels on écrira la valeur de la ℔ réduite en 128 gros, & on aura $\frac{1196}{128}$ de gros pour diviseur.

Puis divisant la fraction $\frac{85215}{1920}$ par $\frac{1196}{128}$ selon l'ordre de la division des fractions, il viendra au quotient 4 liv. 15 sols pour la valeur de la ℔, & c'est la preuve.

Autre preuve de la même Multiplication.

Quelqu'un veut employer 44 livres 7 sols 7 den. $\frac{7}{8}$ en Canelle, & la ℔ vaut 4 liv. 15 sols, on demande combien on en aura de ℔ & parties pour ladite somme.

Pour faire cette Règle, réduisez 44 liv. 7 s. 7 d. $\frac{7}{8}$ en huitièmes de den. il viendra 85215 huitièmes.

Réduisez aussi les 4 livres 15 sols en huitième de deniers, il viendra 1920; puis divisant 85215 par 1920, il viendra aux quotiens des divisions 9 ℔ 5 onces 4 gros, comme il a été proposé; observant, en faisant la première division, de réduire les ℔ restantes en onces, puis les onces en gros, &c. pour en faire les divisions.

Ces deux preuves sont générales pour toutes sortes de Multiplications.

Autre Question touchant la Multiplication de la ℔ de 15 onces pour le poids de la soie.

Si une botte de soie vaut 22 livres 10 sols, on demande combien valent 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Multipliez les 15 bottes par 22 livres 10 sols, comme à l'ordinaire.

Cela fait, prenez pour 5 onces le tiers de 22 l. 10 sols valeur de la botte; il viendra 7 livres 10 sols.

Ensuite

Ensuite pour l'once restante, prenez le cinquième du produit de 5 onces.

Puis pour 4 gros, prenez la moitié du produit de l'once, & pour l'autre gros prenez le quart du produit des 4 gros; enfin pour ½ gros, prenez la moitié du gros, & ajoutant tous les produits particuliers en une somme, il viendra 347 livres 10 sols 7 den. ½ pour la valeur totale des 15 bottes & parties, comme il se voit par l'opération.

	15 ℔	6 onces	5 gros ½ à	
multiplier par	22 ℔	10 sols.		
	30 liv.			
	307	10 sols.		
Pour 5 onces	7	10		
Pour 1 once	1	10		
Pour 4 gros		15		
Pour 1 gros		3	9	
Pour ½ gros		1	10	½
	347 liv.	10	7 den.	½ ; ainsi

des autres.

Autre Question pour servir de preuve à la Multiplication ci-dessus.

Si 15 ℔ 6 onces 5 gros ½ de soie ont coûté 347 l. 10 sols 7 den. ½, on demande combien vaut la botte ou la ℔.

Il faut réduire 347 livres 10 sols 7 den. ½ en demi den. il viendra * 166815, sous lesquels il faut écrire 480 demi den. valeur de la livre de 20 sols, & ce seront * $\frac{166815}{480}$ pour nombre à diviser.

Il faut aussi réduire les 15 bottes 6 onces 5 gros ½ en demi gros, il viendra 3707, sous lesquels il faut écrire 240 demi-gros, valeur de la ℔ réduite en demi-gros, il viendra † $\frac{3707}{240}$ pour diviseur.

Divisant donc le nombre à diviser * par le diviseur † selon l'ordre de la division des fractions, le quo-

tient donnera 22 livres 10 ſols pour la valeur de la botte, & c'eſt la preuve.

Autre Queſtion ſur la Multiplication du marc, onces, gros, &c.

Si le marc d'argent coûte 28 livres 10 ſols, on demande la valeur de 16 marcs 7 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Comme cette queſtion ne diffère point de la précédente, parce que les parties du marc, qui ſont des onces & des gros, &c. auſſi bien que les parties de la ℔ de poids, je n'en donnerai point la conſtruction, renvoyant à l'explication ci-devant, tant pour la Règle que pour la preuve.

Autre Queſtion ſur la Multiplication de la toiſe, pieds, pouces, &c.

Si la toiſe de Maçonnerie vaut 7 livres 15 ſols; on demande la valeur de 8 toiſes 4 pieds 7 pouces.

Multipliez les 7 livres 15 ſols par les 8 toiſes, tout d'un coup, il viendra 62 livres.

Cela fait, pour 3 pieds, prenez la moitié de 7 liv. 15 ſols, valeur de la toiſe.

Pour 1 pied, prenez le tiers de la valeur des 3 pieds.

Pour 6 pouces, prenez la moitié de la valeur d'un pied.

Pour un pouce, prenez le ſixième du produit de la valeur des 6 pouces, & ajoutant tous les produits particuliers, le produit total ſera 67 livres 18 ſols 4 deniers $\frac{5}{6}$ pour la valeur de 8 toiſes 4 pieds 7 pouces ci-deſſus.

Opération.

	8 toises 4 pieds 7 pouces à		
multiplier par	7 liv. 15 sols.		
Pour 8 toises	62 liv.		
Pour 3 pieds	3	17 sols	6 deniers.
Pour 1 pied	1	5	10
Pour 6 pouces	0	12	11
Pour 1 pouce	0	2	1
Produit	67 liv.	18 sols	4 den. $\frac{5}{6}$

Preuve de la Multiplication ci-dessus, par une autre Question.

Si 8 toises 4 pieds 7 pouces de maçonnerie, ont coûté 67 liv. 18 sols 4 den. $\frac{5}{6}$, on demande combien vaut la toise.

Il faut diviser le produit par le nombre à multiplier, & le quotient donnera le multiplicateur.

Pour faire cette Règle, réduisez les 67 liv. 18 sols 4 den. $\frac{5}{6}$ en sixièmes, réduisez aussi la livre de 20 sols en sixième de deniers, il viendra † $\frac{97805}{1440}$ pour nombre à diviser.

Ensuite pour trouver un diviseur, réduisez les 8 toises 4 pieds 7 pouces en pouces; réduisez aussi la toise en pouces, il viendra * $\frac{631}{72}$ pour le diviseur: Cela fait, divisez le grand nombre † par le petit *, le quotient de la division donnera 7 liv. 15 sols pour la valeur de la toise, comme il vient d'être proposé, & c'est la preuve.

Quelques Questions touchant les Marchandises qui se vendent, ou achetent à la pièce, au 100, ou au quintal, au millier, &c.

I. *Question, à tant la* ℔, *combien le cent.*

A Trois sols 4 deniers la botte de foin, combien cent bottes; tirez le sixième de 100, il viendra 16 livres 13 sols 4 deniers pour la valeur de 100 bottes.

II. *Question, à tant le* 100, *combien la botte.*

A 16 livres 13 sols 4 deniers le 100 de bottes de foin, combien une botte.

Divisez 16 livres 13 sols 4 deniers par 100, il viendra 3 sols 4 deniers pour la valeur de chaque botte, & c'est la preuve de la question précédente.

III. *Question, à tant le cent, combien plusieurs* ℔.

A 16 livres 16 sols 8 deniers le 100, combien 450 ℔.

Dites par Règle de Trois:

Si 100 ℔ valent 16 livres 16 sols 8 deniers, combien 450.

Multipliez & divisez selon le précepte de la Règle de Trois, il viendra 75 livres 15 sols pour la réponse à la question.

Autre Question sur le même sujet.

On paye 6 liv. à un Voiturier pour 100 ℔ pesant, on demande combien il lui faut payer pour la voiture d'une balle de poil de Chameau, ou autre Marchandise audit prix, pésant 350 ℔, dites,

Si 100 ℔ coûtent 6 liv. de voiture: combien 350 ℔; faites la Règle de Trois, & vous trouverez 21 livres pour la réponse.

IV. *Question, à tant la ℔, combien la charge qui est 300 pesant.*

A 1 sol 8 den. pésant, combien 300.

Tirez le douzième de 300, il viendra 25 livres pour la réponse.

Autre Question sur le même sujet.

Une charge de 300 ℔ coûte 21 livres, combien 750 ℔.

Dites par la Règle de Trois :

Si pour 300 on paye 21 livres, combien pour 750 ℔.

Faites la Règle, il viendra 52 livres 10 sols.

Autre Question, à tant la ℔, combien le millier.

La ℔ de pruneaux vaut 1 sol 3 deniers, combien 1000 ℔.

Multipliez 1000 par 1 sol 3 den. il viendra 62 l. 10 sols pour la valeur du millier.

Autre question, à tant le millier, combien la pièce.

A 62 livres 10 sols le millier de cotterets, combien la pièce, dites : Si 1000 cotterets valent 62 l. 10 sols, combien vaut un cotteret ; faites la Regle de Trois, c'est-à-dire, divisez 62 livres 10 sols par 1000, il viendra 1 sol 3 deniers pour la valeur de chaque cotteret.

Autres Questions, ou Règles de gain, ou perte pour 100.

UN Marchand vend à un Particulier pour 300 l. de toile d'Hollande, au prix coûtant, on demande combien il faut augmenter pour le profit du Vendeur à raison de $7\frac{1}{2}$ pour 100.

Il faut dire :

Si sur 100 livres on prend $7\frac{1}{2}$ de profit, combien sur 300 livres.

Faites la Règle de Trois, il viendra 22 l. 10 f. qu'il faudra ajouter à 300 l. & la somme sera 322 l. 10 sols qu'il faudra payer.

Et si on veut sçavoir tout d'un coup le principal & le produit, dites :

Si 100 viennent à 107 $\frac{1}{2}$, à combien 300 livres, faisant la Règle, il viendra 322 livres 10 sols comme ci-dessus.

Autre Exemple, ou Règle d'Escompte.

Un Marchand a vendu à un autre pour 300 l. de marchandise, à payer au bout de six mois, sçavoir combien il faut payer argent comptant, rabattant 6 pour 100 pour l'escompte, dites par Règle de Trois.

Si 100 viennent de 94, d'où viendront 300; R. 282 livres.

Autre exemple.

Un Marchand a acheté des toiles d'Hollande à Paris, qui lui reviennent, étant à Lyon, tant pour l'achat, voitures, qu'autres frais, à 5 l. 10 sols l'aune, sçavoir combien il doit vendre l'aune pour gagner 10 pour 100, dites;

Si 100 livres viennent à 110 livres, à combien viendront 5 livres 10 sols: faites l'opération, il viendra 6 liv. 1 sol pour la valeur de l'aune rendue à Lyon.

Et si au lieu de la vendre à profit, le Marchand étoit contraint de la vendre à 10 pour 100 de perte, sçavoir à combien reviendroit l'aune, il faut dire :

Si 100 livres sont réduites à 90 livres, à combien seront réduites 5 livres 10 sols; faites la Règle de Trois, & vous trouverez 4 livres 19 sols au quotient pour la valeur de l'aune.

Quelques Questions sur les Règles du payement.

COmme les Marchands ne payent pas toujours comptant les marchandises qu'ils achetent, & que le plus souvent ils emploient diverses conditions quant au payement, j'ai bien voulu proposer quelques exemples de ce qui se pratique assez ordinairement entr'eux.

Premier Exemple.

Un Marchand doit pour Marchandise, ou autre chose, la somme de 6587 liv. qu'il s'oblige de payer en quatre payemens, sçavoir le quart comptant, le huitième à 3 mois, le tiers à 6 mois, & le reste au bout de l'an; on demande combien il doit payer à chaque terme.

Pour l'opération, tirez le quart, le huitième & le tiers de la somme totale, qui est 6587 livres, il viendra 4665 livres 15 sols 10 deniers; puis il faut soustraire 4665 liv. 15 sols 10 den. de 6587 livres, le reste sera 1921 livres 4 sols 2 den. qu'il faut payer au bout de l'an.

Opération.

	6587		
$\frac{1}{4}$	1646	15 s.	
$\frac{1}{8}$	823	7	6
$\frac{1}{3}$	2195	13	4
Somme	4665 l.	15 s.	10 den.

6587 liv.	
4665	15 s. 10 d.
1921	4 s. 2 d.

à payer au bout de l'an

Second Exemple.

Un Marchand a acheté pour 3650 livres de marchandise à payer la moitié à 4 mois, & le reste de 3 mois en 3 mois après par la moitié: Or deux jours après il s'accorde avec le Vendeur de payer toute

la partie en un feul payement; on demande en quel temps les trois payemens fe doivent faire.

℞. En 6 mois $\frac{1}{4}$, comme il fe voit ci-deffous par l'opération.

	mois.		
$\frac{1}{2}$	4	2	
$\frac{1}{4}$	7	1	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$	10	2	$\frac{1}{2}$
	℞.	6	$\frac{1}{4}$ mois.

Troisième Exemple.

Un Marchand doit 3600 livres pour marchandife à payer, fçavoir 600 livres comptant, 800 livres dans 3 mois, 1200 livres à 8 mois, & le refte au bout de l'an, il s'accorde après de payer la fomme toute enfemble, on demande en quel temps ce payement fe doit faire. ℞. en 6 mois & $\frac{2}{3}$, comme il fe voit par l'opération.

600 liv.	mois.	comptant.
800	3	2400
1200	8	9600
1000	12	24000
3600 divifeur		12000 à divifer

puis divifant l'un par l'autre, il viendra 6 $\frac{2}{3}$ de mois, comme deffus..

Avertiffement.

Il y a une infinité de queftions qui fe peuvent propofer fur ce même fujet, qui feroient plutôt curieufes que néceffaires; mais comme mon deffein n'eft point de remplir le corps de mon Arithmétique de chofes inutiles, je me contenterai de renvoyer le Lecteur à mon Queftionnaire, dans lequel il verra quantité de queftions appliquées à toutes fortes de fujets, & dans lequel il pourra faire choix de celles qui lui plairont le plus, pour s'exercer dans la fcience des nombres.

Règle de Trois en Fractions.

SI une Règle de Trois en fractions eſt propoſée, & qu'il ſe trouve des nombres rompus à tous les trois termes, pour trouver le quatrième terme que l'on cherche, il faut multiplier de ſuite le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, & mettre le produit à part pour nombre à diviſer.

Enſuite pour avoir le diviſeur, il faut multiplier de ſuite le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, & le produit ſera le diviſeur, que l'on poſera ſous le nombre à diviſer déjà trouvé; puis faiſant la Diviſion, le quotient donnera le nombre que l'on cherche pour le quatrième terme.

Première Queſtion.

Un Particulier a acheté $\frac{2}{3}$ de toile qui lui ont coûté $\frac{5}{6}$ de livres qui valent 16 ſols 8 deniers, & un autre a affaire de $\frac{3}{4}$ de la même toile, on demande combien coûteront ces $\frac{3}{4}$ audit prix.

On diſpoſera la Règle, comme il ſe voit ci-après, puis on multipliera, comme il vient d'être dit, le premier dénominateur 3 par 5 ſecond numérateur, il viendra 15, qu'il faut multiplier par le troiſième numérateur 3 il viendra 45 pour nombre à diviſer.

Puis pour avoir le diviſeur, il faut multiplier le premier numérateur 2 par le ſecond dénominateur 6, il viendra 12, qu'il faut multiplier par le troiſième dénominateur 4, il viendra 48 pour diviſeur.

Cela fait, il faut diviſer 45 par 48, le quotient ſera $\frac{45}{48}$, ou par réduction $\frac{15}{16}$ pour la valeur des $\frac{3}{4}$, & cette fraction $\frac{15}{16}$ étant réduite en fractions vulgaires, vaut 18 ſols 9 den.

Si $\frac{2}{3}$ aunes X $\frac{5}{6}$ livres, combien $\frac{3}{4}$ ℞. $\frac{45}{48}$ ou $\frac{1}{1}$ de livres; faites l'opération ſelon l'explication ci-deſſus, & vous trouverez même réponſe que la précédente.

Preuve de la Règle de Trois ci-deſſus.

Remarque. Comme toutes les Règles de Trois en fractions s'opèrent de même façon ; & par conſéquent ſe doivent prouver de même ; je renverrai pour la conſtruction des ſuivantes, tant pour la Règle que pour la Preuve, à l'explication de la Règle ci-deſſus, & de ſa preuve ci-après, excepté les Règles où il y a des circonſtances extraordinaires à garder, deſquelles je ferai les obſervations chacune en ſon lieu.

Pour preuve, on fera une autre queſtion contraire à la précédente, diſant :

Un Marchand a acheté $\frac{3}{4}$ d'étoffe qui coûtent $\frac{15}{16}$ de livres ; on demande combien en coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix.

Pour l'opération, il faut obſerver de multiplier le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, il viendra 120 pour nombre à diviſer ; il faut auſſi multiplier le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, il viendra 144 pour diviſeur ; puis écrivant 120 ſur une ligne, & 144 au-deſſous, ce feront $\frac{120}{144}$ pour quatrième terme, laquelle fraction eſt égale à $\frac{5}{6}$ ſecond terme de la propoſition ci-deſſus ; & autant coûteront les $\frac{2}{3}$ d'aunes de la même propopoſition, comme il ſe voit par l'opération ſuivante.

Si $\frac{3}{4}$ aunes X $\frac{15}{16}$ livres $\frac{2}{3}$ aunes. ℞. $\frac{120}{144}$ ou $\frac{5}{6}$ livres.

Avertissement sur la Règle de Trois en Fractions.

Comme les Règles de Trois, tant simples que doubles & inverses en fractions, ne se pratiquent que par ceux qui ont déjà une grande connoissance dans les nombres, & qui doivent sçavoir le Traité des fractions que j'ai amplement expliqué, je n'ai pas cru qu'il fut nécessaire de mettre les opérations des Règles toutes entières ; & je me contenterai d'expliquer ici ce qu'il faut observer pour les faire ; c'est pourquoi chacun s'attachera exactement à la lecture de l'explication que je donne pour la construction de chaque question.

Seconde Question.

Et s'il se rencontre qu'il y ait entiers & fractions à quelqu'un des termes de la Règle de Trois, & même à tous trois ; il faut premièrement réduire les entiers & fractions en leurs fractions par la troisieme réduction page 65, puis procéder comme dessus.

Par exemple, quelqu'un a acheté $\frac{2}{3}$ de drap qui lui ont coûté 4 l. $\frac{5}{6}$, on demande combien lui en coûteront $\frac{7}{8}$ au même prix.

Ayant disposé la Règle comme il suit, on fera l'opération comme il vient d'être enseigné, & il viendra au quatrieme terme la valeur des $\frac{7}{8}$ que l'on cherche, sçavoir 6 l. $\frac{11}{32}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aunes coûtent 4 $\frac{5}{6}$ livres, combien $\frac{7}{8}$ aunes ; ou par réduction :

Si $\frac{2}{3}$ aunes X coûtent $\frac{29}{6}$ livres, combien $\frac{7}{8}$. R. 6 livres $\frac{11}{32}$.

La preuve de cette Regle se fait comme la précédente, en renversant les termes, & disant comme il se voit ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ d'aune coûtent $\frac{609}{96}$ de livre, combien coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix ; multipliant & divifant en fractions, comme il vient d'être enfeigné, il viendra au quotient de la Divifion 4 livres $\frac{5}{6}$ pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme il a été propofé, & comme il fe voit par la difpofition de la Regle ci-deffous.

Si $\frac{7}{8}$ X $\frac{609}{96}$ combien $\frac{2}{3}$ R. $\frac{9744}{2016}$ ou 4 livres $\frac{5}{6}$ de L. pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme veut la queftion.

Troifième Queftion.

Et fi dans la propofition d'une Règle de Trois il fe trouve un nombre entier à quelqu'un des termes, il faut mettre 1 fous ce nombre entier pour l'exprimer en fractions comme les autres termes, puis procéder comme deffus.

Par exemple, fi quelqu'un avoit acheté 17 aunes & $\frac{7}{8}$ de toile de lin pour 45 livres, on demande combien en coûteroient 100 aunes $\frac{2}{3}$ au même prix.

Les fractions étant difpofées comme ci-deffous, on procédera enfuite pour l'opération comme ci devant.

Si 17 aunes $\frac{7}{8}$ coûtent 45 livres, combien 100 aunes $\frac{2}{3}$, ou par réduction.

Si $\frac{143}{8}$ aunes X $\frac{45}{1}$ livres $\frac{302}{2}$ aunes. R. 3 $\frac{36240}{143}$ de l. pour la valeur requife de 100 $\frac{2}{3}$ aunes.

Et fi on veut favoir combien la fraction $\frac{36240}{143}$ vaut de livres, divifez le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera le nombre des livres, & parties pour la valeur de 100 aunes $\frac{2}{3}$.

Preuve.

Et pour preuve, on fera une autre propofition ; difant :

Si $\frac{302}{2}$ aunes X $\frac{36240}{143}$ livres $\frac{143}{8}$ aunes. R. 45 l.

Faifant l'opération fuivant le précepte de la Règle de Trois en fractions, il vient 45 livres au quatrième terme pour la valeur des 17 aunes $\frac{7}{8}$; ainfi des autres.

Quatrième Queſtion.

4 aunes $\frac{2}{3}$ d'étoffe ont coûté 7 l. 15 ſols 9 den. on demande combien en coûteront 9 aunes $\frac{3}{4}$ au même prix.

Cette Règle ſe peut réſoudre en deux façons, comme il ſe verra par l'application qui ſuit :

Première manière.

Premièrement, réduiſez le premier terme 4 $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$.

Réduiſez auſſi 7 l. 15 ſ. 9 den. tout en deniers, il viendra 1869 deniers, ſous leſquels vous écrirez 240 den. valeur de la livre réduite en deniers, & ce feront $\frac{1869}{240}$, ou par réduction à plus petits termes $\frac{623}{80}$ pour ſecond terme.

Réduiſez auſſi le troiſième terme 9 $\frac{3}{4}$ aunes en $\frac{39}{4}$ puis diſpoſez la Règle comme il ſuit.

Si $\frac{14}{3}$ X aunes $\frac{623}{80}$ l. $\frac{39}{4}$ aunes. ℞. $\frac{72891}{4480}$ livres pour quatrième terme ou valeur des 9 $\frac{3}{4}$ aunes, & cette fraction ſera évaluée en liv. ſols & deniers, comme il vient d'être enſeigné ci-deſſus.

Preuve.

Pour preuve, on dira :

Si $\frac{39}{4}$ aunes $\frac{72891}{4480}$ liv. $\frac{14}{3}$ aunes. ℞. $\frac{623}{80}$ livres ou par réduction 7 liv. 15 ſols 9 deniers pour la valeur des 4 aunes $\frac{2}{3}$, comme il a été propoſé.

Seconde manière pour réſoudre la Regle de Trois ci-deſſus, que je répete.

Si 4 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 7 l. 15 ſols 7 deniers, on demande combien coûteront 9 $\frac{3}{4}$ aunes.

Réduiſez comme deſſus les 4 aunes $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$, réduiſez auſſi les 9 aunes $\frac{3}{4}$ en $\frac{39}{4}$, comme il ſe voit ci-deſſous, puis dites :

Si $\frac{14}{3}$ aunes coûtent 7 l. 15 ſ. 9 den. combien $\frac{39}{4}$.

Cela fait, multipliez en croix 39 numérateur de $\frac{39}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{14}{3}$, il viendra 117 pour troiſième terme. Il faut remarquer que c'eſt pour réduire les fractions en même dénomination, ſça-

voir en douzièmes, multipliez aussi 14 numérateur des $\frac{14}{3}$ par 4 dénominateur des $\frac{12}{4}$, il vient 56 pour premier terme; puis dites par la Règle de Trois.

Si 56 aunes coûtent 7 liv. 15 sols 9 deniers, combien 117 aunes. R. 16 l. 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$.

La Règle étant ainsi disposée, il n'y a qu'à opérer pour le surplus, comme à la Règle de Trois simple, en multipliant & divisant selon le précepte; & le quotient de la Division donnera le quatrième terme que l'on cherche, pour la valeur des 9 aunes $\frac{1}{4}$, comme il a été proposé.

Preuve.

Il faut faire la preuve comme celle des Règles de Trois en nombres entiers, disant:

Si 117 aunes coûtent 16 livres 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$, combien 56 aunes. R. 7 l. 15 sols 9 deniers; ainsi des autres.

Règle de Trois inverse en nombre entiers.

CEtte Règle est appellée diversement par plusieurs Auteurs qui en ont traité. Les uns l'ont appellée inverse; les autres rebourse; les autres indirecte.

La Règle de Trois inverse est le contraire de la Règle de Trois directe, parce que dans cette Règle, quand le premier terme est plus grand que le troisième, le quatrième que l'on cherche doit être plus grand que le second; & si le premier est moindre que le troisième, le quatrième sera moindre que le second.

Pour la dénomination des trois nombres, il faut

observer que le premier terme & le troisième soient du même nom, comme en la Règle de Trois directe.

Ayant disposé les trois nombres, il faut multiplier le deuxième terme par le premier, ou au contraire, puis divisant le produit par le troisième, le quotient de la Division donnera le quatrième que l'on cherche, comme il se pratiquera dans les questions suivantes.

Première Question, où le Premier est plus grand que le Troisième.

24 Hommes ont des vivres pour 12 jours durant dans une Place; mais voulant réduire ce nombre de 24 hommes à 15, on demande à proportion que 24 hommes doivent vivre 12 jours durant de ce qu'on leur avoit baillé de munition, combien de temps les 15 restans doivent subsister de ces mêmes vivres.

On voit que 24, premier terme, étant plus grand que 15, troisième terme, les mêmes vivres doivent durer davantage à 15 qu'à 24, & par conséquent le quatrième sera plus grand que le second.

Ayant disposé les termes comme ci-dessous.

Si 24 hommes ont des vivres pour douze jours, pour combien en auront 15 hommes; on fera la Multiplication & Division, comme il vient d'être enseigné, & comme il se voit par l'opération suivante.

Si 24 hommes 12 jours 15 hommes

```
   12
  ----
   48        133
   24        288
  ----      ----- ( 19 jours & 1/5
  288        155
              1
```

Pour réponse, les 15 hommes subsisteront 19 jours & $\frac{1}{5}$ de jour.

Preuve.

La preuve se fera par une autre proposition, où le premier terme sera plus grand que le troisième.

Si 15 hommes ont de quoi subsister 19 jours & $\frac{1}{5}$ de ce qu'ils ont de munition, on demande s'il falloit augmenter le nombre des hommes jusqu'à 24, combien ces 24 hommes subsisteroient de jours par le moyen des mêmes vivres.

Faites l'opération comme ci-dessous, & vous trouverez douze jours pour réponse.

Si 15 hommes 19 jours $\frac{1}{5}$, 24 hommes. R. 12 jours.

```
  19 1/5
  ------      4
  135        288
  15        ----- ( 12 jours.
    3        244
  ----        2
  288
```

On voit par l'opération que 15 hommes, premier terme, étant moindre que 24 hommes, troisième terme, les mêmes vivres dureront moins à 24 qu'à 15; par conséquent on voit qu'il faut que le second terme soit plus grand que le quatrième; ce qui s'appelle inversion.

Seconde Queſtion.

Dans une Ville aſſiégée, il y a pour la garder 850 hommes qui n'ont des vivres que pour 18 jours; mais comme l'on eſpère que le ſiége ſe levera dans 30 jours, on demande combien il faut faire ſortir d'hommes de la Place, afin que le reſte puiſſe ſubſiſter de ces mêmes vivres qui ſont dans cette Place juſqu'au trentième jour que le ſiége doit ſe lever.

Pour répondre à la queſtion, il faut former une Règle de Trois, comme il ſuit, diſant :

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours. ℞. 510 hommes.

On voit, ſi c'étoit en la Règle de Trois directe, que 30 jours donneroient plus que 18; mais en celle-ci c'eſt le contraire; car plus il y aura de jours, & moins d'hommes il faudra réſerver: c'eſt pourquoi il faut que le troiſième nombre ſoit diviſeur du produit des deux premiers, comme il paroît par l'opération.

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours.

```
                    18
                  ------
                   6800
                   850    15300
                  -----  -------( 510 h.
                   15300  3030
                           33
```

Ayant fait l'opération de la Règle, il eſt venu 510 au quotient, c'eſt-à-dire, 510 hommes qui doivent reſter dans la Ville pour la garder, qui étant ſouſtraits de 850, reſte 340, qu'il faut faire ſortir.

Preuve par une autre Queſtion.

Si les vivres qui ſont dans une Ville peuvent faire ſubſiſter 510 hommes 30 jours durant, combien faudra-t-il d'hommes pour conſommer les mêmes vivres en 18 jours: faiſant la Règle, il viendra 850 hommes, comme il a été propoſé ci-devant.

Si 30 jours demandent 510 hommes, combien 18 jours.

```
                30
           ——————  9.
          15300 15300
                —————— (850 h.
                 1888
                  11
```

Avertissement sur l'opération des Règles de Trois inverses suivantes.

J'ai assez amplement expliqué la manière de multiplier, de diviser, de faire toutes sortes de réductions des grandes espèces en petites page 117, ou de de petites en grandes, page 140, d'opérer les Règles de Trois simples en entiers & fractions; ensuite de quoi j'ai expliqué la manière d'opérer la Règle de Trois inverse ci-dessus, & j'ai fait l'opération de deux exemples tout au long pour servir de modèle aux autres, qui étant bien entendues, je me propose dans les questions suivantes que je formerai sur la même Règle de Trois inverse, de donner seulement l'explication de la question avec la réponse au pied, laissant au Lecteur le soin d'en faire lui-même l'opération sur le papier, pour trouver même réponse à la question que celle que je lui donne.

Troisième Question.

Dans une Ville assiégée, il y a des vivres pour 8 mois à 1500 hommes, & ils ne peuvent avoir du secours que dans 11 mois, l'on veut néanmoins que les rations ne diminuent point, sçavoir combien on doit retenir d'hommes dans la Place, afin que les vivres puissent subvenir jusqu'au temps auquel on espère le secours.

On disposera la Règle ainsi que dessous.

Si 8 mois donnent 1500 hommes, combien 11 mois.

Faiſant l'opération ſelon le précepte de la Règle de Trois inverſe, on trouvera 1090, qui eſt le nombre des hommes qu'il faut retenir, & reſte 10 qui ſont ſurnuméraires, qui ne ſont point comptés, parce que l'on ne diviſe point les hommes.

Quatrième Queſtion.

Mais comme il eſt bien difficile de faire ſortir des hommes de dedans une Ville aſſiégée, parce que les aſſiégeans l'empêchent pour faire plutôt conſommer les vivres, on demande ſi ces 1500 hommes qui ſont dans la Place, ſont contraints d'y demeurer, ayant par jour 20 onces de pain pour ration, lorſque les vivres pouvoient durer 8 mois, combien il leur faudra donner d'onces de pain pour faire que les vivres durent 11 mois.

Il faut dire par Règle de Trois inverſe;

Si 8 mois donnent 20 onces, combien 11 mois, & faiſant l'opération ſelon le précepte de la Règle, on trouvera pour réponſe 14 onces $\frac{6}{11}$, c'eſt-à-dire 14 onces $\frac{1}{2}$ un peu plus pour la ration de chaque Soldat.

Cinquième Queſtion.

Si dans une Ville aſſiégée il y a des vivres pour 1500 hommes pour 8 mois durant, & l'on renforce la Garniſon de 400 hommes, on demande combien ces mêmes vivres dureront de temps, ſans diminuer la ration.

Ajoutez les 400 hommes de renfort avec 1500 hommes, il viendra 1900, puis raiſonnez ainſi:

Si 1500 hommes ſubſiſtent 8 mois durant de ce qu'il y a de vivres dans la Ville, on demande combien 1900 hommes ſubſiſteront de temps de ces mêmes vivres.

Diſpoſition de la Règle.

Si 1500 hommes ſubſiſtent 8 mois, combien ſubſiſteront 1900 hommes; faiſant la Règle, il viendra

pour réponse 6 mois 9 jours 11 heures, un peu plus que les 1900 hommes subsisteront.

Sixième Question.

Un Capitaine dit, qu'en donnant 16 sols par jour à chacun de ses soldats, il y a de l'argent pour 23 jours; mais n'espérant point d'autre argent que dans 46 jours, on demande de combien il faut diminuer le payement de chaque Soldat, afin que son argent puisse lui durer 46 jours; il faut former la question, & raisonner ainsi :

Si 23 jours donnent 16 sols par jour, combien 46 jours. Faisant la Règle, on trouvera 8 sols par jour, lesquels ôtés de 16 sols, reste 8 sols qu'il faut rabattre à chaque Soldat.

Preuve.

Pour preuve de la Règle ci-dessus, il faut dire par son contraire :

Si 46 jours donnent 8 sols par jour, combien 23 jours. ℞. 16 sols.

Septième Question.

Losque le muid de bled coûte 40 écus, je suppose que le pain d'un sol pese 16 onces, on demande combien doit peser le même pain d'un sol, lorsque le muid de bled ne vaudra que 30 écus. Il faut dire :

Si 40 écus donnent 16 onces, combien 30 écus.

Faites l'opération selon le précepte de la Règle de Trois inverse, & vous trouverez 21 onces $\frac{1}{3}$ que le pain d'un sol doit peser.

Pour preuve, on dira :

Si 30 écus donnent 21 onces $\frac{1}{3}$, combien 40 écus. ℞. 16 onces comme devant.

Remarquez que le semblable fût arrivé, quand on eût dit que le bled coutant 40 écus le muid, le pain de 10 sols, 12 sols, ou d'un autre poids peseroit tant d'onces, car le prix d'un pain n'entre point en opération avec les autres termes, d'autant qu'il est

aussi-bien considéré en la seconde Règle, qui est la preuve, comme en la première.

Avertissement sur la Règle de Trois inverse.

Huitième Question.

Il faut entendre que dans la Règle de Trois inverse, il y a toujours un terme commun qui se réfère à quatre autres, comme si on disoit:

Le bled coûtant 30 écus le muid, on a pour 10 sols 12 ℔ de pain, on demande lorsque le muid de bled vaudra 40 écus, combien on aura de ℔ de pain pour 10 sols, on voit que le prix de 10 sols est un terme commun, il n'y a que le muid qui change de prix; c'est pourquoi il faut que les ℔ de pain que l'on baillera, changent, c'est-à-dire, que le plus grand prix donne moins de ℔ de pain, & le moindre en donne plus: on fera donc la Règle selon son précepte, & on trouvera 9 ℔ de pain pour 10 sols.

Opération.

Si 30 écus donne 12 ℔ de pain, combien 40 écus. ℞. 9 livres.

Neuvième Question.

Si 100 Ouvriers ont employé 60 jours à faire un ouvrage, on demande combien 150 autres Ouvriers employeront de temps pour en faire un pareil.

Dites par la Règle de Trois:

Si 100 hommes employent 60 jours, combien 150 hommes. ℞. 40 jours.

Dixième Question.

Pierre a prêté 500 livres à Jean, dont il s'est servi 7 mois, on demande quelle somme Jean prêtera à Pierre pour 3 mois, afin d'égaler la récompense.

Pour sçavoir, il faut former une Règle de Trois inverse, raisonnant ainsi :

Si durant 7 mois, Jean s'est servi de 500 l. qui appartenoient à Pierre, on demande quelle somme Jean doit mettre entre les mains de Pierre pour trois mois.

En faisant l'opération de la Règle selon le précepte, on trouvera que Jean doit prêter 1166 l. $\frac{2}{3}$ à Pierre pour trois mois,

Disposition de la Règle.

Si 7 mois donnent 500 livres, combien 3 mois. R. 1166 l. $\frac{2}{3}$.

Pour preuve, dites :

Si 3 mois donnent 1166 l. $\frac{2}{3}$, combien 7 mois. R. 500 l.

Onzième Question.

Jean a prêté à Pierre 500 livres, dont il s'est servi 7 mois ; sçavoir si Pierre prête à Jean 150 livres, combien il les doit garder pour équipoler la récompense.

Il faut dire par la Règle de Trois :

Si 500 l. sont gardées 7 mois par Pierre, combien Jean doit-il garder 750 l.

Opération.

Si 500 l. sont gardées 7 mois, combien 750 l. R. 4 mois & 20 jours.

Pour preuve il faut dire :

Si 750 l. ont été gardées 4 mois & 20 jours, combien doivent être gardées 500 l. R. 7 mois.

Douzième Question.

Il y a 100 pintes d'une certaine liqueur dans un vaisseau, qui vaut 4 sols la pinte, on demande combien il y faut mêler d'eau, afin que la pinte du mêlange revienne à 3 sols 4 deniers.

Pour faire cette Règle, réduisez 4 sols en deniers ; il viendra 48 den. pour le premier terme de la Règle de Trois.

Réduisez aussi 3 sols 4 deniers en deniers, il viendra 40 deniers pour le troisième terme, puis dites :

Si 48 deniers donne 100 pintes, combien 40 deniers ; faisant la Règle, on trouvera 120 pintes à 3 sols 4 deniers la pinte.

Et pour sçavoir combien il y faudra ajouter d'eau, selon la question, ôtez 100 de 120, le reste sera 20 pintes d'eau à ajouter.

Pour preuve, multipliez les 100 pintes à 4 sols, il viendra 20 l.

Multipliez aussi les 120 pintes du mêlange par 3 sols 4 deniers, il viendra les mêmes 20 livres.

Règle de Trois inverse en Fractions.

Il faut que la dénomination des termes de la Règle de Trois inverse en Fractions, soit comme la Règle de Trois directe en Fractions aussi, puis multiplier les deux premiers nombres l'un par l'autre, & diviser le produit par le dernier ; ou bien pour le plus court, multipliant les deux premiers numérateurs, & le dernier dénominateur de suite entr'eux, le produit sera le nombre à diviser ; multipliant aussi les deux premiers dénominateurs par le dernier numérateur de suite entr'eux, le produit sera le diviseur ; puis faisant la division, le quotient donnera le quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit par les opérations suivantes.

Première Question.

Quelqu'un a fait faire un manteau avec 5 aunes $\frac{1}{4}$ d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large ; on demande s'il le veut faire doubler d'une étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, combien il lui en faut d'aunes ; faites la Règle comme il vient d'être enseigné, & vous trouverez 9 aunes $\frac{1}{3}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{4}$ X $\frac{3}{8}$ ℞. 9 $\frac{1}{3}$ aunes qu'il faut de l'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large pour la doublure du manteau proposé ci-dessus.

Pour preuve, il faut faire une autre question contraire à la précédente : disant :

Il faut 9 $\frac{1}{3}$ aunes d'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large pour faire la doublure d'un manteau, on demande combien il faudra d'aunes d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large pour faire le dessus.

Opération.

Si $\frac{3}{8}$ $\frac{28}{5}$ X $\frac{2}{3}$ ℞. 5 $\frac{1}{4}$, ci-dessus.

Multipliant & divisant selon le précepte de la Règle de Trois inverse, on trouvera 5 aunes $\frac{1}{4}$ pour le dessus du manteau, comme il a été proposé.

Seconde Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas pésant 14 ℔, tirant 52 aunes $\frac{1}{2}$, & lui coûte 17 l. $\frac{3}{4}$ la ℔, on demande combien vaut l'aune.

Pour résoudre cette proposition, il faut disposer la Règle comme ci-dessous, & faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, il viendra 4 livres & $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune.

Si 17 $\frac{3}{4}$ livres 14 ℔ 52 $\frac{1}{2}$ aunes, ou par réduction.

Si $\frac{71}{7}$ $\frac{14}{2}$ X $\frac{105}{2}$. ℞. 4 $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune.

Preuves par une autre Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas tirant 52 $\frac{1}{2}$ aunes au prix de 4 $\frac{77}{105}$ livres l'aune, cette pièce pesant 14 ℔, on demande à combien revient la ℔.

Dites par la Règle de Trois inverse :

Si $\frac{105}{2}$ aunes $\frac{49}{105}$ livres X $\frac{14}{1}$ ℔. ℞. 17 $\frac{3}{4}$.

Si vous faites l'opération, vous trouverez 17 $\frac{3}{4}$ liv. pour la valeur de la ℔, comme il a été proposé ci-dessus, & c'est la preuve.

Un

Troisième Question.

Un Maître Tailleur a fait un habit long, sçavoir la soutane & le manteau avec 12 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffe de $\frac{5}{6}$ de large, un autre en fait aussi un de pareille grandeur avec 8 aunes; on demande quelle largeur avoit cette dernière étoffe.

Il faut dire:

Si $\frac{25}{2}$ aunes $\frac{5}{6}$ aunes. X $\frac{8}{1}$ aunes. ℟. 1 $\frac{29}{96}$ aune de large pour la réponse; ainsi des autres.

Règle de Trois double, ou *composée de cinq termes.*

DAns cette Règle il y a toujours cinq termes connus, par le moyen desquels on trouve le sixième que l'on cherche: Elle s'appelle double, à cause qu'elle contient en soi deux Règles de Trois directes, que néanmoins je réduirai à une seule opération.

Pour faire cette Règle, il faut observer que le nombre qui emporte le terme de la question soit toujours au milieu des cinq termes.

Exemple.

On sçait que 45 toises de maçonnerie ont été faites par 18 hommes en 3 jours, on demande combien 15 hommes pourront faire de toises en 12 jours. Il faut former la Règle de Trois double, disant:

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises de maçonnerie, combien 15 hommes en feront-ils en 12 jours.

Pour l'opération de la Règle, il faut multiplier les trois derniers nombres 45, 15 & 12 de suite l'un par l'autre, il viendra 8100 pour nombre à diviser.

Il faut aussi multiplier les 2 premiers l'un par l'autre, sçavoir 18 par 3, il viendra 54 pour diviseur;

cela fait, il faut diviser 8100 par 54, il viendra 150 toises que 15 hommes feront en 12 jours, comme il se voit par l'opération.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises, combien 15 hommes en 12 jours?

18		15
3		45
54 diviseur		75
		60
27		675
8100	par	12
——— (150 toises.		
5444		1350
55		675
		8100

Pour preuve, il faut faire une autre question, feignant d'ignorer combien 18 hommes feront de toises de maçonnerie en 3 jours, & dire par une autre Règle de Trois double.

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises de maçonnerie, on demande combien 18 hommes en feront en 3 jours.

Faisant la Règle, il viendra 45 toises pour le sixième terme, comme il a été proposé dans la Règle ci-dessus.

Pour l'opération, il faut multiplier, comme il a été enseigné, le troisième, quatrieme & cinquième l'un par l'autre, il viendra 8100 au produit pour nombre à diviser; il faut aussi multiplier le premier terme par le deuxième, & le produit 180 sera le diviseur.

Opération.

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises, com-

bien 18 hommes en 3 jours. ℞. 45 toiſes.

Autre Exemple ſur la Règle de Trois double.

Un Particulier a prêté à un autre 1200 livres pour ſix mois, dont il a retiré 33 l. 6 ſols 8 deniers de profit, on demande combien il retirera d'un autre qui lui demande 800 l. à emprunter pour 8 mois à la même raiſon.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut obſerver le même ordre que ci-deſſus pour le raiſonnement, & dire :

Si 1200 l. en 6 mois ont gagné 33 l. 6 ſols 8 deniers, combien gagneront 800 l. en 8 mois? & faiſant l'opération ſelon le précepte de la Règle de Trois double, il viendra pour ℞. 29 l. 12 ſols 7 deniers $\frac{1}{9}$, & c'eſt le profit ou intérêt deſdites 800 l. pour les 8 mois, comme il a été propoſé.

Preuve.

Pour preuve, il faut former une autre queſtion oppoſée:

Si 800 l. en 8 mois doivent gagner 29 l. 12 ſols 7 den. $\frac{1}{9}$, combien ont gagné les 1200 l. ci-devant en 6 mois. ℞. 33 liv. 6 ſols 8 den.

Remarque. Il faut remarquer ici plus qu'à la preuve précédente à cauſe des ſols & deniers qui ſe rencontrent au ſixième terme, qu'après avoir diſpoſé la Règle, il faut multiplier le quatrième terme par le cinquième, qui ſont nombres entiers, puis multiplier le produit par le troiſième où il y a des ſous-eſpèces, & rapporter le reſte de la diviſion des deniers, s'il y en a : Cela fait, ajoutant tous les produits, la ſomme ſera le nombre à diviſer; & multipliant le premier terme par le deuxième, le produit ſera le diviſeur; puis diviſant le nombre à diviſer par le diviſeur, il viendra 33 l. 6 ſols 8 deniers comme veut la queſtion.

Autre Queſtion ſur la même Règle,

Un Particulier, avec 4 livres 13 ſols 4 deniers

en 3 jours, a gagné 6 ſols 8 deniers, on demande s'il prête à quelqu'un 1 l. 6 ſols 8 deniers pour 5 jours, combien il doit avoir de profit.

Comme cette queſtion eſt plutôt une curioſité qu'une néceſſité, j'en donnerai ſeulement la conſtruction avec la réponſe.

Il faut réduire le premier terme 4 l. 13 ſols 4 deniers en deniers, il viendra 1120 deniers.

Il faut auſſi réduire le troiſième terme 6 ſols 8 deniers en deniers, il vient 80 deniers.

Enfin réduiſant le quatrième terme 1 l. 6 ſols 8 deniers en deniers, il viendra 320 deniers; toutes ces réductions étant faites, il faut raiſonner ainſi :

Si 1120 deniers gagnent en 3 jours 80 deniers, combien gagneront 320 deniers en 5 jours.

Faiſant la Règle ſelon le précepte, il viendra 38 d. $\frac{1}{21}$ pour le profit de 1 l. 6 ſols 8 den. en 5 jours.

La preuve de cette queſtion ſe fait comme celle des précédentes : c'eſt pourquoi je n'en parlerai point davantage.

Le même arrivera des autres Règles, encore qu'il y eût fraction, pourvu que l'on réduiſe les termes de même nom en même dénomination.

Exception de la Règle, page 194.

Ayant diſpoſé les quatre premiers termes ainſi qu'il a été dit, ſi on demande le cinquième, on dira :

Exemple.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toiſes de maçonnerie, en combien de jours 15 hommes feront-ils 150 toiſes.

Dans cet exemple, il faut premièrement conſidérer ſa diſpoſition; cela ſuppoſé, il faut multiplier le premier, deuxieme & ſixieme terme de ſuite l'un par l'autre, & le dernier produit qui eſt 8100, c'eſt le nombre à diviſer.

Puis, pour avoir un diviſeur, il faut multiplier

le troisieme par le quatrieme, & le produit qui est 675 est le diviseur.

Cela fait, si on divise 8100 par 675, le quotient de la Division sera 12, c'est-à-dire, 12 jours pour le cinquieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Règle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, en combien de jours 15 hommes feront-ils 150 toises, ℞. en 12 jours.

Autre exception.

Si l'on cherche le quatrième terme, on raisonnera comme ci-après.

Exemple.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises de fossé, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises.

Pour résoudre cette question, ayant disposé les termes comme ci-après, on multipliera le premier, deuxieme & sixieme l'un par l'autre, & le produit sera le nombre à diviser.

Ensuite multipliant le troisieme terme par le cinquieme, le produit sera le diviseur; après cela faisant la division, le quotient d'icelle donnera 15 hommes pour le quatrieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Règle.

Si 18 hommes font en 3 jours, 45 toises, combien faut-il d'hommes pour faire en 12 jours 150 toises. ℞. 15 hommes.

Règle de Trois double en Fraction.

DAns cette Règle il faut observer le même ordre que dans la Regle de Trois double en entiers, posant toujours le nombre qui emporte le sujet de la question au milieu de cinq termes, & observant s'il se trouve quelqu'un des termes en

nombres entiers, de souscrire l'unité, comme il a été enseigné dans la troisième question de la Règle de Trois simple en fractions ci-devant, *page* 177.

Les nombres étant ainsi disposés, qu'il y ait fraction à tous les termes connus ou non, il faut multiplier de suite les deux premiers dénominateurs par les trois derniers numérateurs, & le produit sera le nombre à diviser; puis pour avoir le diviseur, il faut encore multiplier de suite les deux premiers numérateurs par les trois derniers dénominateurs, & le produit sera le diviseur; puis faisant la division, le quotient donnera le sixième terme que l'on cherche, qui est la réponse à la question.

Exemple.

7 aunes $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de large ont coûté 52 livres $\frac{1}{2}$, on demande combien coûteront 20 aunes d'une autre étoffe qui sera large de $\frac{5}{6}$ aunes.

Ayant réduit les entiers en leurs fractions, la Règle sera disposée comme il suit.

Si $\frac{22}{3}$ aunes de $\frac{1}{4}$ de large X $\frac{105}{2}$ livres $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large, observant pour l'opération de la Règle l'ordre de l'explication ci-dessus, & opérant au surplus selon le précepte de la Règle de Trois double, on trouvera 152 $\frac{4}{11}$ livres pour la valeur de 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large.

Preuve.

Pour faire la preuve, il faut dire par une autre Règle de Trois double:

Si 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large coûtent 152 $\frac{4}{11}$ livres, on demande combien coûteront 7 aunes $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de large.

Disposez la Règle comme ci-après, en réduisant les entiers en leurs fractions, & faisant l'opération, il viendra au sixième terme 52 $\frac{1}{2}$ livres pour le prix de 7 $\frac{1}{3}$ aunes de $\frac{1}{4}$ de large à raison susdite, comme il a été proposé ci-dessus.

Diſpoſition de la Règle.

Si $\frac{20}{3}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large X $\frac{1500}{23}$ livres, combien $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large. ℞. $52\frac{1}{2}$; ainſi des autres.

R E G L E,

Appellée conjointe, ou de compoſition de raiſons.

CEtte Règle eſt une liaiſon de tant de Règle de Trois directes que l'on voudra, & il faut obſerver que dans ladite Règle le premier nombre & le dernier, qui eſt celui de la queſtion, ſoient de même nom, & le ſecond & troiſieme de même nom auſſi, &c. & que le nombre demandé ait même dédomination que le pénultieme.

Exemple où il y a quatre termes conjoints.

Suppoſez que 2 ducats valent 13 livres tournois, & que 3 livres valent 5 florins de Savoye, on demande la raiſon du florin de Savoye au ducat.

Pour réſoudre cette Règle, & faire voir qu'elle eſt conjointe, c'eſt qu'au deuxieme terme & au troiſieme il eſt parlé de même monnoie, ſçavoir de celle de France, laquelle conjoint la raiſon du ducat au florin.

Ayant diſpoſé la Regle comme ci-deſſous, il faut multiplier le troiſieme terme par le premier, & le quatrieme par le ſecond, les produits ſeront en raiſon inverſe de la valeur de ces monnoies.

Opération.

Si 2 ducats valent 13 liv. & 3 liv. 5 florins.

5 2

---

65 florins 6

Ayant fait l'opération, on voit que la raiſon du ducat au florin ſera comme 6 ducats à 65 florins.

Pour faire la preuve, multipliez le prix du ducat, qui eſt 6 liv. 10 ſols par 6, il viendra 39 liv.

Multipliez auſſi le prix du florin, qui eſt 12 ſols par 65, il viendra 780 ſols, qui valent auſſi 39 liv.

Opération.

6 l. 10 ſ. valeur du ducat,	12 ſ. valeur du florin,
par 6	par 65
39 livres.	78 0 ſols.
	39 livres.

Autre Exemple.

Mais ſi d'aventure il y avoit davantage d'eſpèces qui fuſſent conjointes, comme dans l'exemple ci-deſſous où il y en a 8; alors ayant formé la queſtion, on les diſpoſera enſuite, comme il ſe voit.

Suppoſé donc que 6 aunes de Rouen rendent 5 aunes à Paris, & que 4 aunes de Paris rendent 7 aunes en Hollande, & que 26 $\frac{1}{4}$ aunes d'Hollande rendent 9 cannes de Languedoc, & que 5 cannes de Languedoc valent 30 livres, on demande combien 20 aunes de Rouen valent de livres.

℟. 60 livres.

Diſpoſition de la Règle, & ſon Opération.

	6 aun. Rouen	5 aun. Paris	combien 20
Si	4 aunes Paris	7 aun. Hol.	aunes de
	26 $\frac{1}{4}$ Hollande	9 cannes.	Rouen
	5 cannes	30 livres.	℟. 60 liv.

24	35		
26 $\frac{1}{4}$	9		
144	315	189000	
486	30		(60 liv. pour
630	9450	31500	la valeur de
5	20	315	20 aun. de Rouen.
3150 diviſeur,	189000 à diviſer.		

Explication de l'Opération ci-dessus.

Ayant disposé la Règle comme ci-dessus, j'ai multiplié les quatre termes antécédens, sçavoir 6, 4, 26 $\frac{1}{4}$ & 5 de suite, & le dernier produit est 3150 pour diviseur.

J'ai multiplié ensuite les 4 termes conséquens, savoir, 5, 7, 9 & 30, le produit est 9450, que j'ai multiplié par 20 aunes de Rouen, qui est le terme de la question, & j'ai trouvé 189000 pour nombre à diviser.

Puis divisant 189000 par 3150, j'ai trouvé 60 l. pour la valeur de 20 aunes de Rouen.

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Règle, il faut regarder quel nombre de cette Règle vous voulez qu'il vienne pour nombre inconnu; par exemple, si vous voulez qu'il vienne 7 aunes d'Hollande pour nombre inconnu, il faut disposer la Règle comme ci-après.

Si 5 aunes de Paris font 6 aunes à Rouen, & 20 aunes de Rouen valent 60 l. 30 l. 5 cannes & 9 cannes 26 aunes $\frac{1}{4}$ d'Hollande; combien 4 aunes de Paris feront-elles d'aunes en Hollande; faites la Règle selon le précepte enseigné ci-dessus, & vous trouverez que les 4 aunes de Paris valent 7 aunes en Hollande.

Disposition des nombres.

5 aunes Paris.	6 aunes Rouen.	combien 4 aun. Paris. R. 7 aunes.
Si 20 aunes Rouen.	60 livres.	
30 livres.	5 cannes.	
9 cannes.	26 aun. $\frac{1}{4}$ Holl.	

La Règle étant ainsi disposée, faites la Règle en multipliant les quatre termes antécédens entr'eux, & vous trouverez 27000 pour diviseur.

Multipliez aussi les 4 termes conséquens, & leur produit par les 4 aunes de Paris, vous trouverez 189000 pour nombre à diviser, puis divisant l'un

par l'autre, vous trouverez votre nombre inconnu, sçavoir 7 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

Si un cheval coûte 45 liv. 13 liv. valent 2 ducats, 6 ducats valent 65 florins, on demande combien un cheval vaut de florins.

Disposition de la Regle.

Si	1 cheval vaut	45 livres.	On demande combien 1 cheval vaut de florins.
	13 livres	2 ducats	
	6 ducats	65 florins	℞. 75 florins.

Faisant la Règle comme il a été enseigné, on trouvera 75 florins pour la valeur du cheval.

Preuve.

On peut prouver cette Règle comme il a été enseigné, ou d'une autre façon comme ci-dessous.

Sachant qu'un florin vaut 12 sols, on dira par Règle de Trois:

Si un florin vaut 12 s. comb. 75 flor. valeur du ch. multipliez 75 par 12 sols.

37 livres	10 sols.
7 livres	10 sols.

℞. 45 livres pour la valeur du cheval, comme il a été proposé ci-dessus.

Ayant amplement expliqué la construction des Regles vulgaires, je dirai que par ces mêmes Regles on peut faire toutes sortes de réductions, soit de monnoie, d'aunage, de la ℔ de poids, &c. comme il se verra ci-après.

TRAITÉ DES RÉDUCTIONS,

Ou de rapport des Aunages, ou autres mesures étrangères à l'aune de Paris ou de Lyon, comme aussi du rapport des poids les uns aux autres.

De la mesure en général.

LA mesure est une certaine quantité connue, qui étant appliquée aux choses, nous montre combien de fois elle y est comprise, ou quelle partie elles en contiennent, étant plus petites : on lui a donné différens noms à cause de la diversité des Pays, quand on s'en sert pour connoître la longueur, largeur & superficie. Elle s'appelle aune, comme à Paris, Rouen, Lyon, Troyes, Hollande, Flandres, &c. à Gênes on la nomme palme ; verge en Angleterre ; ras à Thurin ; barres à Valence, Arragon, Castille ; cannes à Toulouse & Montpellier ; pics à Constantinople ; brasses à Milan, Mantoue, Modene, Bologne, Venise, Luques, Bergame, Florence, Avignon, &c. cannes à Naples. La mesure s'appelle aussi perche, toise, pied, pouce, &c. Si on veut sçavoir la quantité de la pesanteur de quelque matiere, on la nomme quintal, ℔, marc, onces, &c. Si on veut mesurer les choses liquides, elles portent le nom de tonneau, muid, poinçon, quarte, pinte, chopine, &c. S'il s'agit de mesurer des grains, la mesure s'appelle muid, septier, mine, minot, boisseau, quart, litron, &c. Si c'est du sel, de même.

Il faut remarquer que par tout elle retient aussi le

nom de mesure, excepté quand on l'emploie pour exprimer la quantité de la matiere où elle prend celui de poids.

Rapport des mesures.

L'aune de Paris est communément mesurée entre les Marchands par $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$, &c.

Plus par $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$, &c.

Table du rapport des Aunages, & autres Mesures étrangères à l'aune de Paris ou de Lyon.

100 Aunes de Paris, Lyon & Rouen font

171 Aunes $\frac{3}{7}$ de Flandres & d'Allemagne, *ou* comme 7 à 12.

128 Aunes $\frac{4}{7}$ de Londres, *ou* comme 7 à 9.

175 Aunes d'Hollande, *ou* comme 4 à 7.

480 Palmes de Gênes, *ou* comme 5 à 24, & 9 palmes font une canne.

200 Ras de Thurin, & 200 brasses de Luques.

130 Barres de Valence en Espagne, *ou* comme 10 à 13.

140 Barres de Castille, *ou* comme 5 à 7.

150 Barres d'Arragon, *ou* comme 2 à 3.

180 Pics de Constantinople, *ou* comme 5 à 9.

180 Brasses de Bergame, *ou* comme 5 à 9.

60 Cannes de Montpellier, *ou* comme 5 à 3, & la Canne est divisé en 8 pans.

66$\frac{2}{3}$ Cannes de Toulouse, *ou* comme 9 à 6.

225 Brasses de Milan, mesure de draps de soie, *ou* comme 4 à 9.

175. Brasses de Milan, mesure de draps de laines, *ou* comme 4 à 7.

187 $\frac{1}{2}$ Brasses de Mantou, Modene, Bologne, & Venise, *ou* comme 8 à 15.

121 Braſſes d'Avignon.
204 Braſſes de Florence, *ou* comme 1 à 2, peu moins.
188 $\frac{1}{4}$ Cannes de Naples, *ou* comme 17 à 32.

Outre les aunages contenus dans la Table ci deſſus, il y en a une infinité d'autres, dont la connoiſſance s'acquiert par la pratique du négoce qui ſe fait tous les jours entre les Marchands, auxquels je laiſſe le ſoin d'en faire une plus exacte recherche.

Uſage de la Table.

La Table ci-deſſus exprime la valeur des meſures des lieux du trafic à l'égard de l'aune de Paris ou de Lyon, en telle ſorte que 100 aunes de Paris ou de Lyon ſont égales à celles qui ſont vis-à-vis à la Table, à l'égard du lieu vis-à-vis duquel elles ſont poſées.

Par exemple.

Des cannes de Languedoc, il en faut 60 pour 100 aunes de Paris ou de Lyon ou par abréviation, il faut 3 cannes pour 5 aunes.

Des aunes d'Hollande, il en faut 175 pour 100 aunes de Paris, ou par abbréviation 7 aunes de Hollande font 4 aunes à Paris; ainſi des autres.

Réduction d'une quantité d'aunes de Hollande à l'aune de Paris.

Pour faire cette réduction, on peut ſe ſervir de deux manières, & choiſir la plus facile.

La première eſt de multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviſer le produit par 7, en tirant le ſeptième, & le quotient de la Diviſion donnera des aunes de Paris; & s'il reſte quelque choſe à la Diviſion, ce ſeront des aunes que l'on comptera pour autant de livres, que l'on réduira en ſols, pour

en tirer encore le septième, & les sols & deniers qui en proviendront, seront pris pour telle partie de l'aune qu'ils seront partie de la livre, comme si en tirant le septième, il vient 28, 6 sols, 8 deniers ou environ, ce seront 28 aunes $\frac{1}{3}$; ainsi des autres.

Pour seconde manière de réduire les aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de la livre de 20 sols, qui sont 11 sols 5 deniers $\frac{1}{7}$, & le produit de la Multiplication donnera une quantité de livres que l'on comptera pour autant d'aunes; & si au même produit il se trouve des sols & deniers, on regardera quelle partie ce sera de la livre; comme s'il y avoit 15 sols, qui sont les $\frac{3}{4}$ de 20 sols, il faudroit compter $\frac{3}{4}$ d'aune, & le tout feroit une quantité d'aunes entières, & $\frac{3}{4}$ d'aunes de Paris; le même se doit entendre des autres parties de la livre, que l'on doit convertir en partie de l'aune.

Exemple.

On demande combien 49 aunes d'Hollande valent à Paris; dites par Regle de Trois:

Si 7 aunes d'Hollande valent 4 aunes de Paris, combien 49 aunes d'Hollande; faites l'opération, vous trouverez 28 aunes de Paris pour les 49 aunes d'Hollande.

Opération.

Si 7 Hollande 4 Paris, combien 49 Hollande.

8   4
196   ——
—— (28   196 à diviser par 7.
77

℞. 28 aunes de Paris.

Pour preuve, faites une autre question opposée à la précédente, disant:

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande,

combien 28 aunes de Paris ; faites la Regle, & vous trouverez 49 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

On demande combien 38 aunes d'Hollande valent d'aunes de Paris. Dites par Regle de Trois :

Si 7 d'Hol. valent 4 de Paris, combien 38 d'Hol.

15	multipliez par	4
152		
—— (21 $\frac{5}{7}$	Produit	152 à divi-
77	ſer par 7 ; en tirant le ſeptiè-	

me, il vient 21 aunes $\frac{5}{7}$.

Pour preuve, faites une autre queſtion, diſant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande, combien 21 $\frac{5}{7}$ aunes de Paris feront-elles d'aunes d'Hollande.

Multipliez 21 $\frac{5}{7}$ par 7, il viendra 152 pour nombre à diviſer, que vous diviſerez par 4, il viendra 38 aunes, comme il a été propoſé dans l'exemple ci-deſſus.

3
152
—— (38
44

Seconde manière de réduire des aunes d'Hollandes en aunes de Paris.

Par exemple, ſi on veut réduire 38 aunes d'Hollande en aunes de Paris, multipliez 38 par 11 ſols 5 deniers $\frac{5}{7}$, ſelon l'ordre de la Multiplication par ſols & par deniers, & le produit donnera 21 $\frac{5}{7}$ aunes comme ci deſſus.

38 aun. d'Hollande à
11 ſols 5 den. $\frac{1}{7}$.

19			
1	18		
	12	8 den.	
	3	2	
		5	$\frac{3}{7}$
21 liv.	14 ſols	3 den.	$\frac{3}{7}$,

ou

12 aun. $\frac{5}{7}$.

Faiſant la Multiplication comme il ſe voit, il viendra 21 livres 14 ſols 3 deniers $\frac{3}{7}$; & pour les 21 livres, il faut compter 21 aunes, & pour les 14 ſols 3 den. j'en ôte 13 ſols 4 den. qui ſont $\frac{2}{3}$ des livres que je compte pour $\frac{2}{3}$ d'aune, & reſte 11 den. $\frac{3}{7}$, qui eſt une fraction d'aunage qui n'eſt pas conſidérable, qui néanmoins peut être eſtimée $\frac{1}{24}$ peu plus; ainſi des autres.

Avertiſſement ſur la réduction d'aunage.

Comme j'ai dit ci-devant que pour réduire des aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviſer le produit par 7 pour avoir des aunes de Paris, par la raiſon que 7 aunes d'Hollande ne valent que 4 aunes de Paris; ou autrement, qu'il faut multiplier les mêmes aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de 20 ſols, qui eſt la plus juſte réduction, & la plus approchante.

Réduction des aunes de Flandres en aunes de Paris.

Ainſi pour réduire les aunes de Flandres en aunes de Paris, on voit que 7 aunes de Paris valent 12 aunes de Flandres; c'eſt pourquoi il faut multiplier leſdites aunes de Flandres que l'on veut réduire par 7, & diviſer le produit par 12, en tirant le douzième pour avoir des aunes de Paris.

Ou bien multiplier les mêmes aunes de Flandres par les $\frac{7}{12}$ de 20 ſols, qui ſont 11 ſols 8 deniers, & le produit de la Multiplication donnera des livres, ſols & deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & partie d'aunes.

Réduction des verges d'Angleterre en aunes de Paris, à raiſon que les 9 verges ſont 7 aunes.

De même pour réduire des verges d'Angleterre en aunes de Paris, il faut multiplier les verges d'Angleterre par 7, & diviſer le produit par 9, & l'on aura au quotient de la Diviſion des aunes de Paris.

Autrement, il faut multiplier les verges d'Angleterre par les $\frac{7}{9}$ de 20 ſols, qui ſont 15 ſols 6 den. $\frac{2}{3}$, & le produit donnera des livres, ſols & deniers; que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes.

Réduction des cannes de Languedoc en aunes de Paris.

Il arrivera la même choſe pour la réduction des cannes de Languedoc, à raiſon que les 3 cannes valent 15 aunes de Paris.

Si donc on veut réduire des cannes de Languedoc en aunes de Paris, il faut multiplier les cannes par 5, & diviſer le produit par 3, & le quotient donnera des aunes de Paris.

Autrement il faut tirer les $\frac{2}{3}$ des cannes, & les ajoutant aux cannes mêmes, il viendra une ſomme de livres, ſols & deniers que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes, s'il y échet; ainſi des autres.

Avertiſſement.

Mais ſi on veut ſçavoir le rapport qu'il y a de l'aunage des autres lieux entr'eux, comme des aunes d'Hollande ou de Flandres avec les palmes de Gênes, il faut regarder à la même Table des meſures deſquelles on ſe ſert, & on trouve pour Amſterdam 175 aunes égales à 100 aunes de Paris, par conſéquent 175 aunes d'Amſterdam vaudront 480 palmes de Gênes, qui ſeront auſſi égales à 100 aunes de Paris ou de Lyon, & par réduction 7 aunes d'Hollande vaudront 24 palmes de Gênes égales auſſi à 4 aunes de Paris.

Si donc on veut ſçavoir combien 32 aunes d'Amſterdam vaudront de palmes à Gênes, on fera une Règle de Trois, diſant :

Si 7 aunes d'Hollande valent 24 palmes de Gênes, combien 32 aunes d'Hollande vaudront-elles de palmes de Gênes.

Faiſant la Règle de Trois, ſelon le précepte, il viendra 109 palmes pour la réponſe, & reſtera $\frac{5}{7}$ de palme pour la bonne meſure ; ainſi des autres.

Par cette Table, on peut facilement connoître à combien une marchandiſe achetée ſelon la meſure d'un lieu revient à la meſure d'un autre lieu.

Par exemple, un Marchand a acheté du ſatin à 2 livres 5 ſols la palme, on demande à combien revient l'aune, meſure de Lyon ou de Paris.

Pour le ſçavoir, multipliez les 24 palmes de Gênes par le prix de la palme, qui eſt 2 livres 5 ſols, il viendra 54 pour le prix des 24 palmes.

Or puiſque les 24 palmes ne ſont que 5 aunes de Paris ou de Lyon, les mêmes 5 aunes de Paris vaudront auſſi 54 livres, qu'il faut diviſer par les 5 aunes de Paris, il viendra 10 livres 16 ſols, & autant vaut l'aune de ſatin à Paris.

Opération.

	24 palmes	
à	2 livres 5 ſols	
	48	$\frac{54}{55}$ (10 liv. $\frac{4}{5}$ ou 16 ſols
	6	
℞.	54 livres à diviſer par 5.	

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté du drap d'Hollande à 11 livres 10 ſols, aunage d'Hollande, on demande à combien reviendra l'aune du même drap, aunage de Paris.

Il faut conſidérer que les 7 aunes d'Hollande en

font 4 à Paris, c'eſt pourquoi il faut multiplier les 7 aunes d'Hollande par 11 livres 10 ſols, qui eſt le prix de l'aune d'Hollande, & il viendra 80 livres 10 ſols pour le prix de 7 aunes d'Hollande, & autant valent auſſi les 4 aunes de Paris; puiſque les 4 aunes de Paris ſont égales aux 7 aunes d'Hollande; diviſez donc 80 livres 10 ſols par 4 en tirant le quart, & il viendra 20 livres 2 ſols 6 deniers, & autant vaudra l'aune à Paris.

Opération.

7 aunes d'Hollande.
à 11 livres 10 ſols.

℞. 80 livres 10 ſols, dont il faut tirer le quart, il viendra 20 livres 2 ſols 6 deniers pour la valeur de l'aune de Paris.

Preuve.

Pour preuve, on fera une autre demande, ſçavoir combien vaut l'aune de drap en Hollande, à raiſon que le même drap vaut 20 liv. 2 ſols 6 den. à Paris.

Il faut conſidérer que 4 aunes à Paris valent 7 aunes en Hollande, par conſéquent multipliez le prix de l'aune de Paris, qui eſt 20 liv. 2 ſols 6 den. par les 4 aunes de Paris, il viendra pour leur valeur 80 liv. 10 ſols, & autant vaudront auſſi les 7 aunes d'Hollande; c'eſt pourquoi il faut diviſer les mêmes 80 liv. 10 ſols par 7 en tirant le ſeptième, & il viendra 11 liv. 10 ſols pour la valeur de l'aune en Hollande comme ci-deſſus.

Opération.

	4 aunes.	Paris	
à	20 liv.	2	ſols 6 deniers.
Produit	80 liv.	10	ſols 0 à diviſer par 7.
$\frac{1}{7}$	11 liv.	10	ſols pour la valeur de l'aune d'Hollande.

Autre Exemple.

Un Marchand ayant acheté une pièce de drap de ſatin en Languedoc, à raiſon de 13 liv. 15 ſols la canne; on demande à combien lui reviendra l'aune meſure d'Hollande.

Conſidérez que les 60 cannes de Languedoc font 175 aunes en Hollande, ou par abréviation, que les 12 cannes de Languedoc valent 35 aunes d'Hollande, partant on multipliera les 12 cannes de Languedoc par le prix de la canne, qui eſt 13 liv. 15 ſols, il viendra 165 liv. pour le prix de 12 cannes, & autant valent auſſi les 35 aunes d'Hollande: c'eſt pourquoi il faut diviſer 165 liv. par les 35 aunes d'Hollande, il viendra 4 liv. 14 ſols 3 den. $\frac{3}{7}$, & autant vaudra l'aune d'Hollande.

Preuve.

La preuve ſe fera par ſon contraire, comme dans l'exemple précédent.

On peut faire pluſieurs ſemblables réductions, obſervant ce que je viens d'enſeigner ſur icelles.

Or pour les meſures que l'on appelle cannes, il faut noter que la canne ſe réduit en 8 pans; le pan en $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$; pour leſquels ſignifier on prend les parties de 12 deniers, ainſi que l'on a pris les parties aliquotes de 20 ſols à l'aunage, c'eſt-à-dire, que quand on trouvera $\frac{1}{2}$ pan, pour en faire addition, on poſera 6 deniers, &c. pour $\frac{1}{3}$ 4 deniers, pour $\frac{1}{4}$ 3 deniers, &c. on en peut faire un bordereau tout ainſi que celui de l'aunage, comme il ſe voit dans l'exemple ci-après.

Supposé qu'un Marchand ait acheté 5 pièces de drap de satin, comme ci-après.

La première contenant	10 cannes	4 pans	$\frac{1}{2}$	ou 6 d.
La seconde	8	5	$\frac{1}{3}$	ou 4
La troisième	12	3	$\frac{1}{4}$	ou 3
La quatrième	9	9	$\frac{3}{4}$	ou 9
La cinquième	12	6	$\frac{2}{3}$	ou 8
R².	54 cannes	5 pans	$\frac{1}{2}$.	

Ayant fait l'addition, j'ai trouvé 30 den. qui valent 2 sols 6 den. c'est-à-dire, 2 pans & $\frac{1}{2}$, j'ai posé $\frac{1}{2}$, & j'ai retenu 2, que j'ai porté avec les pans, qui font 29 en nombre, qui valent 3 cannes & 5 pans, j'ai écrit 5 pans, & retenu 3 cannes pour joindre aux cannes; puis poursuivant l'addition, il s'est trouvé 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$ en tout, pour la quantité des cannes & partie des 5 pièces de drap de satin.

Des Poids.

LE poids n'est autre chose qu'une mesure par laquelle on examine quel rapport il y a des choses pesantes les unes aux autres; & afin de conserver en la mémoire la diversité des poids & le rapport qu'il y a entr'eux, j'ai mis par ordre douze Tables, qui se verront ci-après, ensuite de la Table des noms des vingt-deux Villes ou Provinces, entre lesquelles il y a correspondance & rapport pour le poids.

TABLE des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre leſquelles il y a correſpondance pour les poids.

Et parce qu'il y a pluſieurs endroits où la ℔ de poids eſt égale, on voit dans la Table ci-deſſus les lieux où le poids eſt égal, enfermez avec un crochet pour les faire remarquer, & ſe trouveront nommés de même à la tête des douze Tables qui ſe verront ci-après, par exemple, on verra en tête de la première Table, Paris, Amſterdam, Beſançon & Strasbourg, parce que 100 ℔ de Paris ſont

égales à 100 ℔ de Besançon, comme aussi à 100 ℔ de Strasbourg, & ainsi les poids de ces quatre endroits étant égaux, il ne faut qu'une seule Table pour le rapport de leurs poids à celui des autres lieux contenus en la même première Table, ainsi des autres.

Première Table de la correspondance des poids.

100 ℔ de poids de Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg, sont égales à

116	De Lyon,
96 $\frac{2}{3}$	De Rouen,
121	De Toulouse, Montpellier & Avignon,
123	De Marseille & de la Rochelle,
89	De Genève;
101	De Bourg-en-Bresse,
165 $\frac{1}{2}$	De Venise,
155	De Gènes, Milan & Piémont,
103	D'Anvers,
98	De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
109 $\frac{1}{2}$	De Londres,

Seconde Table.

100 ℔ de Lyon sont égales à

86	De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
83 $\frac{1}{3}$	De Rouen,
104	De Toulouse, Montpellier & Avignon,
106	De Marseille & de la Rochelle,
77	De Genève,
87	De Bourg-en-Bresse,
143	De Venise,
133 $\frac{1}{3}$	De Gènes, Milan & Piémont,
98	D'Anvers,
85	De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
94	De Londres,

Troisième Table.

100 ₶ de Rouen sont égales à

120 De Lyon,
104 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
125 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
127 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
92 De Genève,
105 De Bourg-en-Bresse,
171 $\frac{1}{2}$ De Venise,
160 De Gènes, Milan & Piémont,
109 D'Anvers,
102 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
113 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Quatrième Table.

100 ₶ de Toulouse, Montpellier & Avignon sont égales à

96 De Lyon,
83 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
80 De Rouen,
102 De Marseille & de la Rochelle;
74 De Genève,
83 $\frac{2}{3}$ De Bourg-en-Bresse,
137 De Venise,
128 De Gènes, Milan & Piémont,
87 $\frac{1}{4}$ D'Anvers,
81 $\frac{1}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
90 $\frac{1}{4}$ De Londres.

Cinquième

Cinquième Table.

100 ₶ de Marseille & de la Rochelle sont égales à

94 De Lyon ;
81 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
78 $\frac{2}{3}$ De Rouen,
98 $\frac{1}{51}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
72 $\frac{1}{4}$ De Genève,
82 De Bourg-en-Bresse,
134 $\frac{1}{4}$ De Venise,
125 $\frac{1}{3}$ De Gènes, Milan & Piémont,
85 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
79 $\frac{2}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
88 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Sixième Table.

100 ₶ de Genève sont égales à

130 De Lyon,
112 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
108 $\frac{1}{5}$ De Rouen,
135 $\frac{1}{3}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
138 De Marseille & la Rochelle,
113 De Bourg-en-Bresse,
185 $\frac{1}{3}$ De Venise,
173 De Gènes, Milan & Piémont,
118 D'Anvers,
110 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg ;
123 De Londres.

Septième Table.

100 ₶ de Bourg-en Bresse sont égales à

115 De Lyon,

99 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
95 $\frac{1}{4}$ De Rouen,
120 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
122 De Marseille & la Rochelle,
88 $\frac{1}{2}$ De Genève,
164 De Venise,
153 $\frac{1}{2}$ De Gènes, Milan & Piémont,
104 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
97 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
108 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Huitième Table.

100 ℔ de Venise sont égales à

70 De Lyon,
60 $\frac{1}{3}$ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
58 $\frac{1}{3}$ De Rouen,
73 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
74 $\frac{1}{4}$ De Marseille & la Rochelle,
54 De Genève,
61 De Bourg-en-Bresse,
93 $\frac{2}{3}$ De Gènes, Milan & Piémont,
63 $\frac{1}{3}$ D'Anvers,
59 $\frac{1}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
95 $\frac{1}{3}$ De Londres.

Neuvième Table

100 ℔ de Gènes, Milan & Piémont sont égales à

75 De Lyon,
64 $\frac{1}{2}$ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
62 $\frac{1}{2}$ De Rouen,

78 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
79 $\frac{1}{4}$ De Marseille & la Rochelle,
57 $\frac{3}{4}$ de Genève,
65 $\frac{1}{4}$ De Bourg-en-Bresse,
107 De Venise,
68 $\frac{1}{3}$ D'Anvers,
63 $\frac{1}{2}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
71 De Londres.

Dixième Table.

100 ₶ d'Anvers sont égales à

110 De Lyon,
95 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
91 $\frac{2}{3}$ De Rouen,
114 $\frac{1}{4}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
116 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
84 $\frac{1}{4}$ De Genève,
96 De Bourg-en-Bresse,
157 De Venise,
146 $\frac{2}{3}$ De Gènes, Milan & Piémont,
95 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg
104 De Londres.

Onzième Table.

100 ₶ de Basle, Berne, Francfort & Nuremberg, sont égales à

117 $\frac{1}{4}$ De Lyon,
102 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
98 De Rouen,
123 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
125 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
91 De Genève,
103 De Bourg-èn-Bresse,

168 $\frac{1}{2}$ De Venise,
157 $\frac{1}{3}$ De Gènes, Milan & Piémont,
107 $\frac{1}{4}$ D'Anvers,
111 $\frac{1}{2}$ De Londres.

Douzième Table.

100 ℔ de Londres sont égales à

105 De Lyon,
91 $\frac{1}{2}$ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
88 De Rouen,
110 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
112 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
88 $\frac{1}{4}$ De Genève,
92 De Bourg-en-Bresse,
151 De Venise,
141 De Gènes, Milan & Piémont,
96 D'Anvers,
89 $\frac{2}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg.

Usage des Tables précédentes.

Pour se servir des Tables ci-devant : par exemple, si on veut sçavoir combien il faut de livres du poids d'un lieu pour faire 100 livres dans un autre lieu, il faut chercher la Table où est le lieu duquel on demande le 100 ; comme si on demande combien il faut de livres de Montpellier pour faire 100 livres du poids de Paris, on regarde la Table où Paris est en tête, & descendant vis-à-vis de Montpellier, on voit qu'il y a 121, qui montre qu'il faut 121 livres du poids de Montpellier, pour faire 100 livres du poids de Paris.

Autre Exemple.

On veut sçavoir combien il faut de livres du poids de Marseille pour faire 100 livres du poids d'Avignon ; il faut regarder la Table où Avignon est en tête, & descendant vis-à-vis de Marseille, on

voit qu'il y a 102 ; c'eſt-à-dire, qu'il faut 102 ℔ du poids de Marſeille pour faire 100 ℔ du poids d'Avignon ; & ainſi des autres.

Après avoir donné les Tables ci-deſſus, par leſquelles, ſans avoir recours aux Règles, on voit le rapport qu'il y a du 100 de ℔ de poids d'un lieu à un autre lieu contenu dans la même Table ; maintenant ſi l'on n'a point en mains ces Tables, & que l'on ſçache ſeulement le rapport ou la correſpondance des poids de chaque lieu à l'égard de 100 de Paris ou autre endroit, & que l'on veuille ſçavoir combien il faut de livres d'un lieu pour faire 100 liv. à un autre lieu.

Par exemple, ſi on vouloit ſçavoir combien il faut de ℔ de Marſeille pour faire 100 ℔ d'Avignon, on voit à la première Table où Paris eſt en tête, que 100 ℔ de Paris ſont égales à 121 d'Avignon, & à 123 de Marſeille ; c'eſt pourquoi il faut dire :

Si 121 ℔ d'Avignon valent 123 de Marſeille, combien 100 ℔ d'Avignon ; faiſant la Règle de Trois ſelon le précepte on trouvera 102 ℔ de Marſeille pour la valeur de 100 ℔ d'Avignon.

On opérera de même façon pour le rapport de quelque lieu que ce ſoit à l'égard de celui d'un autre endroit.

Autre Exemple.

Sçachant que 96 ℔ de Lyon ſont 74 ℔ de Genève, 100 ℔ de Genève 112 ℔ de Paris, & que 100 ℔ de Paris valent 50 livres tournois, combien vaudront 48 ℔ de Lyon.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut ſe ſervir de la Règle conjointe, & on trouvera que les 48 ℔ de Lyon vaudront 20 livres $\frac{18}{25}$.

Diſpoſition de la Règle.

Si			
Si	96 ℔ Lyon ſont	74 ℔ à Genève,	combien
	100 ℔ de Genève	112 ℔ de Paris,	48 ℔ de
	100 ℔ de Paris	50 ℔ tournois,	Lyon.
			R. 20 $\frac{18}{25}$

Comme j'ai expliqué la Règle conjointe, je me contente de mettre la Règle en disposition, sans en faire l'opération, & d'en donner la réponse.

On peut à l'infini former des exemples à l'imitation de ceux ci-dessus, c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire pour passer à l'explication. †

† *Du rapport des Monnoies.*

Comme il n'y a point de stabilité dans la valeur des monnoies, & qu'elles sont sujettes à changer de prix, quand il plaît au Prince sous l'autorité duquel elles sont fabriquées, par la même raison il n'y a point de certitude dans les Tables que l'on pourroit dresser pour le rapport d'icelles aux monnoies étrangères, les pièces d'or ou d'argent, particulièrement en France, étant évaluées, tantôt à un prix, & tantôt à un autre, c'est pourquoi je me contenterai de dire tout simplement que la livre tournois vaut toujours 20 sols tournois.

Le sol,	12 deniers.
La livre parisis,	25 s. tournois.
Le sol parisis,	15 deniers.
L'écu d'or sol en matière de banque,	60 s. tournois.
Le sol d'or,	3 sols.
Le denier d'or,	3 deniers.

Réduction des livres parisis en livres tournois.

A raison qu'une livre parisis vaut 25 s. tournois, on demande combien 60 livres parisis valent de liv. tournois.

Multipliez les 60 livres parisis par 1 livre 5 sols, il viendra 75 liv. tournois pour la réponse.

Réduction des livres tournois en livres parisis.

On demande combien 75 livres tournois valent de livres parisis.

Tirez le cinquième des 75 livres tournois, il viendra 15 que vous multiplierez par 4 pour avoir 60, c'est-à-dire 60 livres parisis, comme ci-dessus, & c'est la preuve de la réduction.

Des Trocs.

QUand il ſe fait des trocs ou échanges d'une marchandiſe à une autre, c'eſt toujours par le prix des monnoies que l'on connoît la valeur des marchandiſes, & le gain ou la perte qui peut ſe faire tant à la vente qu'au troc.

Par exemple, deux Marchands veulent troquer leur marchandiſe; l'un a des épiceries qui ne valent que 9 ſols la ℔ argent comptant, & en troc il les veut faire valoir 10 ſols; l'autre a de la cire qui vaut 12 ſols argent comptant, ſçavoir combien il la doit ſurvendre en troc, afin de n'être point trompé.

Pour réſoudre cette queſtion & les autres ſemblables, il faut dire par la Règle de Trois: Si 9 ſols argent comptant valent 10 ſols en troc, combien 12 ſols en argent comptant vaudront-ils en troc.

℞. 13 ſols 4 deniers.

Autre Exemple.

Deux Marchands veulent faire un troc de marchandiſe, l'un a de la ſerge qui vaut 56 ſols l'aune argent comptant, & en troc il en veut avoir 60 ſols, & ſi il veut avoir le tiers argent comptant, l'autre a de la laine qui vaut 20 ſols la ℔ argent comptant combien la doit-il vendre en troc, afin de n'être pas trompé.

Il faut prendre le tiers de 60, qui eſt 20, & ôter ce nombre de 56 & de 60; du premier il reſtera 36, & du deuxième il reſtera 40; puis on dira par Règle de Trois:

Si 36 ſols comptant valent 40 ſols en troc, combien 20 ſols comptant. ℞. 22 ſols 2 deniers $\frac{2}{3}$.

Autre Exemple.

Deux Marchands troquent leurs marchandiſes; l'un a de l'étain qui vaut 8 ſols la ℔ argent comp-

tant, & en troc il le fait valoir 10 sols; l'autre a du cuivre qui vaut 26 sols argent comptant, & en troc il le fait valoir 30 sols, sçavoir lequel des deux gagne le plus.

Feignons d'ignorer combien le Marchand doit survendre son cuivre à proportion que l'autre survend son étain, & disons :

Si 8 sols argent comptant valent 10 sols en troc; combien 26 sols argent comptant vaudront-ils en troc. ℞. 32 sols 6 deniers; & par ce moyen l'on connoît que le Marchand de cuivre perd 2 sols 6 den. pour ℔, & que l'autre Marchand les gagne.

Mais si le Marchand de cuivre vouloit avoir le tiers en argent comptant, sçavoir lequel des deux auroit le meilleur compte.

Pour le sçavoir, il faut prendre le tiers de la juste valeur du cuivre, c'est 10 sols, & ôter cette somme de 26 & 30, reste 16 & 20, puis dire: Si 16 donnent 20, combien 26. ℞. 32 sols 6 deniers, & ainsi l'on connoît que le Marchand de cuivre ayant le tiers de son argent comptant, fait troc égal avec l'autre Marchand.

Règle d'Alliage.

QUoique l'alliage ne s'entende que de métaux; néanmoins on entend alliage tout le mêlange que l'on peut faire, soit de métaux ensemble, de grains différens, comme bled, seigle, orge, &c. vins, &c. Par exemple, si on proposoit de trois sortes de grains; du froment, du seigle & de l'orge, le froment coûtant 30 sols le boisseau, le seigle 24 sols, & l'orge 20 sols, & que l'on voulût faire un mêlange de tous ces trois grains ensemble, afin d'accommoder un prix médiocre à ce mêlange de froment, de seigle & d'orge, & que le prix commun

fût de 22 sols, sçavoir si on vouloit avoir 100 boisseaux de ce mêlange, combien on en prendra de chacun.

Règle.

Pour faire cette Règle, il faut ranger le prix d'un chacun de ces grains, comme ci-après.

Froment,	30 sols		2	
Seigle,	24	22	2	
Orge,	20		8	2

14 boiss. de ce mêlange.

Mettez le prix commun au-devant entre 24 & 20, on dira, qui de 30 ôte 22, reste 8, que l'on écrira au-devant de 20, parce qu'il est moindre que 22; puis on dira, qui de 24 ôte le même 22, reste 2, que l'on écrira encore vis-à-vis de 20, parce que 20 est le seul moindre que 22, car s'il y en avoit un moindre, on le mettroit vis-à-vis d'icelui; cela fait, il faut que le 20 rende à 30 & à 24 ce qu'ils lui ont prêté; sçavoir, ôtant de 22 le même 20, reste 2, lesquels faudra écrire tant devant 30 que devant 24, à cause que le 30 & le 24 ont donné 8 & 2 à 20; cela étant fait, il faut ajouter tous les restes ensemble, lesquels feront 14; tellement que pour faire 14 boisseaux de ce mêlange, il faut deux boisseaux de froment, 2 de seigle, & 10 d'orge; & d'autant que nous avons affaire de 100 boisseaux, il nous faut faire comme à la Regle de société trois Regles de Trois, disant :

Si 14 donnent 2 boisseaux de froment, combien 100
Si 14 2 boisseaux de seigle.... 100
Si 14 10 boisseaux d'orge..... 100

Et faisant les trois Regles de Trois, on aura ce qu'il faudra de froment, de seigle & d'orge pour faire les 100 boisseaux demandez; sçavoir :

14 $\frac{2}{7}$ boisseaux froment à 30 sols le boisseau.
14 $\frac{2}{7}$ seigle à 24 sols.
71 $\frac{3}{7}$ orge à 20 sols.

100 boisseaux.

Pour preuve, vous voyez que les 100 boisseaux du mêlange se trouvent par l'addition des grains differens.

Et pour seconde preuve, évaluez 100 boisseaux du mêlange à 22 sols, vous trouverez 110 livres.

Evaluez aussi la quantité des grains differens chacun par son prix, & faites addition des produits, vous trouverez les mêmes 110 livres.

Autre Exemple d'Alliage.

Un Orfévre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc, & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, & qu'il en a de plus haut & de plus bas prix, il est nécessaire qu'il les allie ensemble; il a de l'argent de quatre titres differens, le premier à 21 livres, le le second à 23 liv. le troisième à 29 liv. & le quatrième à 30 liv. on demande combien il en doit prendre de chaque sorte pour faire les 35 marcs proposés.

livres.		marcs.
30		2
29	liv.	4
23	25	5
21		4
		15

Ayant disposé les prix l'un sous l'autre, comme il se voit.

Construction.

Il faut prendre la différence de 30 à 25, c'est 5 qu'il faut écrire vis-à-vis de 23, la différence de 29 à 25 est 4, qu'il faut écrire vis-à-vis de 21.

Ensuite en remontant, la différence de 21 à 25 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 29.

Enfin la différence de 23 à 25 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 30.

Ayant posé les différences, la somme est 15.

Maintenant, si on veut sçavoir combien il faudra prendre de chaque sorte d'argent pour composer les 35 marcs, comme si on veut sçavoir combien il en faut prendre de celui à 30 livres le marc, il faut raisonner ainsi :

Si pour faire une masse de 15 marcs d'argent il en faut prendre 2 marcs de celui à 30 livres, combien en faut-il prendre pour faire une masse de 35 marcs.

Opération.

Si 15 2 35 R. 4 marcs $\frac{2}{3}$

De même pour sçavoir combien il en faut prendre de celui à 29 livres.

Si 15 4 35 R. 9 $\frac{1}{3}$

Et continuant de même pour les autres, on trouvera qu'il en faut de celui à 23 livres 11 $\frac{2}{3}$

& de celui à 21 9 $\frac{1}{3}$

Somme 35

Ayant fait addition des marcs de différens prix, il est venu 35 marcs, & c'est la preuve.

Pour seconde & meilleure preuve, multipliez les 35 marcs par 25 livres, il viendra 875 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs de différens prix, chacun par sa valeur, la somme des produits sera aussi 875 livres.

Autre Exemple d'Alliage.

Un Orfévre a de l'argent de quatre sortes d'aloi, sçavoir à 17 livres, à 19, à 24 & à 37 liv. le marc, un Seigneur le vient trouver, qui veut faire faire 240 marcs de vaisselle d'argent, & entend que le marc de la vaisselle ne lui revienne qu'à 21 livres d'aloi ; on demande combien ledit Orfévre doit prendre de chaque sorte de son argent, afin de composer les 240 marcs, & que le marc ne revienne qu'à 21 livres.

Je ne donnerai pas ici l'explication de cette question, me contentant de faire l'opération comme il se voit ci-dessous, à laquelle l'on prendra garde.

livres.		marcs.
17		3
19	liv.	16
24	21	4
37		2
		25 marcs.

Tellement que pour faire 25 marcs à 21 livres le marc, il faut 3 marcs à 17 livres.

3	à 17
16	à 19
4	à 24
2	à 37
25	

Mais comme il est question de composer une masse de 240 marcs, on demande dans cette même proposition combien on doit prendre de chaque sorte d'argent; il faut faire quatre Regles de Trois, comme à la Règle de compagnie, disant : Pour trouver combien il en faut de celui à 17 livres.

Si 25 . . . 3 . . . 240 ℞. $28\frac{4}{5}$ à 17

pour le second,

Si 25	16	240	℞.	$153\frac{3}{5}$ à 19
Si 25	4	240	℞.	$38\frac{2}{5}$ à 24
Si 25	2	240	℞.	$19\frac{1}{5}$ à 37

Preuve 240 marcs.

Pour seconde preuve, multipliez les 240 marcs par 21, il viendra 5040 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs ci-dessus par leur valeur, il viendra aussi 5040.

Autre exemple d'Alliage.

Il y a du vin à quatre prix, à 10 sols, à 8 sols, à & à 4 sols la pinte, on en veut avoir 100 pin-

tes à 6 sols, qui soit composé de ces prix-là : on disposera les nombres pour en faire l'opération comme en l'exemple ci-dessus.

sols.

10			1
8		6 s.	2
5			4
4			2
			9

Ayant rangé les prix comme ci-dessus, trouvez les différences; il est venu 9, c'est-à-dire, que pour faire 9 pintes de vin qui reviennent à 6 sols la pinte, il faut une pinte à 10 sols, 2 pintes à 8 sols, 4 pintes à 5 sols, & 2 pintes à 4 sols, & d'autant que l'on en veut avoir 100 pintes, il faut dire par Règle de Trois:

Si 9 requierent	1	pinte à 10 s. comb.	100. ℞. 11 $\frac{1}{9}$
Si 9	2		100. ℞. 22 $\frac{2}{9}$
Si 9	4		100. ℞. 44 $\frac{4}{9}$
Si 9	2		100. ℞. 22 $\frac{2}{9}$
			Somme 100 pintes.

La preuve se fait comme celle des Règles précédentes.

Autre sorte de Règle d'Alliage.

Si l'on proposoit de mêlanger plusieurs grains ou étoffes de divers prix, & que l'on sçût la quantité de chacune pour sçavoir le prix de ce qui seroit mêlangé.

Par exemple, s'il étoit proposé de mêler 15 boisseaux de froment à 22 sols le boisseau, avec 25 boisseaux de seigle à 16 sols le boisseau, & 12 boisseaux d'orge à 13 sols; le mêlange étant fait, on demande à combien revient le boisseau dudit mêlange.

Pour le sçavoir, il faut disposer la quantité des grains différens comme ci-dessous, & le prix de

chacun au-devant : ensuite il faut multiplier à part la quantité de chaque grain par son prix, & ajoutant les trois produits, ou plus, s'il y en avoit, la somme de l'addition doit être divisée par le nombre des boisseaux, pour trouver au quotient la valeur du boisseau de ce mèlange, comme il se voit par la disposition de la question à laquelle je me suis contenté de donner la réponse sans faire l'opération des Multiplications.

15 boisseaux froment	à 22 f. valent	330 sols.
25 boisseaux de seigle	à 16	400
12 boisseaux d'orge	à 13	156
52 diviseur.	Sommes des produits	886 f. à diviser.

362
886
—— (17 sols, & reste 2 sols par-dessus le tout.
522
5

Ayant trouvé la somme des produits, qui est 886 sols, je l'ai divisé par le nombre des boisseaux, qui est 52, il s'est trouvé au quotient 17 sols pour la valeur du boisseau du mêlange proposé, & reste 2 sols par-dessus le tout.

Pour preuve, multipliez les 52 boisseaux par 17 sols, & ajoutez les 2 sols restés, le produit sera juste les 886 sols qui ont été divisés.

Voyez sur ce même sujet la question du Maître Chapelier, page 147.

Nouvelle Méthode du ſieur FAURE, *pour réſoudre la Règle d'Alliage, ſans ſe ſervir de la Règle de Trois, beaucoup plus facile que celle que tous les Auteurs nous ont donnée, & par laquelle on évite toutes les fractions, ce qui ne ſe peut faire par l'ancienne méthode, comme on le verra dans les deux Exemples ci-deſſous.*

Opération ſur le premier Exemple de la page 225.

ON veut faire le mêlange de 100 boiſſeaux, de trois ſortes de grains à 22 ſols le boiſſeau : on a du froment à 30 ſols le boiſſeau, du ſeigle à 24 ſols, & de l'orge à 20 ſols ; on demande combien il faut en prendre de chacun.

Pour faire cette Règle, il faut ranger le prix de chacun de ces grains, comme il ſe voit ci-après en A.

Ayant diſpoſé le prix de chaque boiſſeau l'un ſous l'autre, il faut toujours prendre la différence du plus haut prix au moindre ; de même que des autres au moindre ; diſant : la différence de 30 à 20 eſt 10, qu'il faut poſer vis-à-vis de 30 ; la différence de 24 à 20 eſt 4, qu'il faut poſer vis-à-vis de 24, comme il ſe voit en B.

Ces deux différences 10 & 4, ſont deux diviſeurs qu'il ne faut pas perdre de vue, qui ſervent à diviſer le nombre que l'on va trouver, comme il ſuit.

Il faut multiplier 100 boiſſeaux par le prix du mêlange qui eſt 22, il viendra 2200 ſols, ou 100 liv. comme il ſe voit en C.

Il faut encore multiplier 100 boiſſeaux par le

moindre prix, qui eſt 20 ſols ; on aura 2000 ſols comme il ſe voit en D. Il faut ôter 2000 de 2200, il reſtera 200, qui eſt le nombre à diviſer, comme il ſe voit en E.

	A	B	C	D.
Froment,	30 ſols.	10	22	20
Seigle,	24	4	100	100
Orge,	20			
			2200 *	2000
			* 2000	
			200 E.	

La Règle étant ainſi diſpoſé, il faut partager 200 en deux parties pour être diviſées, l'une par 10, pour avoir des boiſſeaux à 30 ſols, l'autre par 4 pour avoir des boiſſeaux à 24 ſols, de manière que la partie qui ſera diviſée par 10, ſoit la plus grande qu'il ſe pourra, & qu'il ne reſte rien. La partie qui ſera diviſée par 4, ſera la plus petite qu'il ſe pourra, & qu'il ne reſte rien non plus. Or, 180 & 20 ſont les deux nombres qu'il faut prendre.

On diviſera donc 180 par 10, il viendra 18 boiſſeaux de froment, & 20 par 4, il viendra 5 boiſſeaux de ſeigle. Pour trouver combien il faut de boiſſeaux d'orge, il faut ajouter les boiſſeaux déjà trouvés 18 & 5 qui font 23, pour aller à 100 reſte 77, c'eſt-à-dire, qu'il faut 77 boiſſeaux d'orge, & l'opération eſt faite.

Preuve.

18 boiſſeaux de froment	à 30 ſ. font 27 l.
5 boiſſeaux de ſeigle	à 24 ſ. font 6 l.
77 boiſſeaux d'orge	à 20 ſ. font 77 l.
100 boiſſ. de différens grains	font 110 l.
100 boiſſeaux de mêlange	à 22 ſ. font 110 l.

On voit par l'opération ci-deſſus, qu'il eſt plus

facile d'opérer par la nouvelle que par l'ancienne méthode.

Avantages de la nouvelle Méthode.

Si le Marchand de grains n'avoit que 16 boisseaux de froment, il faut prendre le même nombre à diviser ci-dessus 200, & les mêmes diviseurs 10 & 4, & opérer ainsi qu'il suit :

Il faut soustraire 10 fois 16 qui font 160 de 200, pour avoir 16 boisseaux de froment, le reste 40 il faut le diviser par 4, on aura 10 boisseaux de seigle. Pour avoir les boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés qui sont 26, pour aller à 100, reste 74, qui font 74 boisseaux d'orge.

Preuve.

16 boisseaux froment	à 30 s. font 24 liv.
10 boisseaux de seigle	à 24 s. font 12
74 boisseaux d'orge	à 20 s. font 74
100 boiss. de différens prix	font 110 liv.
100 boisseaux de mêlange	à 22 s. font 110 liv.

On peut toujours diminuer les boisseaux de froment de deux en deux, on trouvera encore sept combinaisons, sans rencontrer aucunes fractions. Voici la dernière de ces sept.

Si le Marchand n'a que deux boisseaux de froment, il faut ôter 2 fois 10 qui font 20 de 200, il restera 180 ; à diviser par 4 il viendra 45 boisseaux de seigle. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés qui sont 2 & 45 qui font 47, pour aller à 100 reste 53, c'est-à-dire, qu'il faut 53 boisseaux d'orge.

Preuve.

2	boisseaux froment	à 30 s. font	3 liv.
45	boisseaux seigle	à 24 s. font	54
53	boisseaux orge	à 20 s. font	53
100	boiss. à différens prix	font	110 liv.
100	boisseaux de mêlange	à 22 s. font	110 liv.

Avec le nombre à diviser 200, on peut mettre telles fractions que l'on voudra, en se servant toujours des mêmes diviseurs 10 & 4; ce que l'on ne peut faire avec l'ancienne méthode.

Exemple.

Le Marchand de grains n'ayant que 5 boisseaux & demi de seigle, il veut tout mettre dans le mêlange. Il faut ôter 4 fois $5 \frac{1}{2}$ qui font 22 de 200, il restera 178, qui étant divisez par 10, on aura au quotient $17 \frac{8}{10}$, qui font $17 \frac{8}{10}$ boisseaux de froment. Pour avoir le nombre des boisseaux de seigle, il faut ajouter les boisseaux déja trouvés qui sont $5 \frac{1}{2}$ & $17 \frac{8}{10}$, qui font $23 \frac{3}{10}$ pour aller à 100, reste $76 \frac{7}{10}$, c'est-à-dire, $76 \frac{7}{10}$ boisseaux d'orges.

Preuve.

$17 \frac{8}{10}$	boisseaux froment	à 30 s.	font 26 l. 14 s.
$5 \frac{1}{2}$	boisseaux seigle	à 24 s.	font 6 l. 12 s.
$76 \frac{7}{10}$	boisseaux orge	à 20 s.	font 76 l. 14 s.
100	boiss. à différens prix		font 110 l. 0 s.

Seconde Opération sur l'Exemple de la page 227.

Un Orfévre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent, au prix de 25 livres le marc, & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre là justement, & qu'il en a à quatre titres différens, sçavoir à 30 livres le marc, à 29, à 23, & 21 livres; on demande combien il en faut prendre de chaque sorte, pour faire les 35 marcs proposés.

Il faut ranger les prix de chaque marc l'un ſous l'autre, comme il ſe voit ci-deſſous en A.

Il faut prendre la différence toujours du plus bas prix aux plus hauts ; diſant, la différence de 30 à 21 eſt 9, qu'il faut poſer vis-à-vis de 30 ; la différence de 29 à 21 eſt 8, qu'il faut poſer vis-à-vis de 29 ; & la différence de 23 à 21 eſt 2, qu'il faut poſer vis-à-vis de 23, comme il ſe voit en B. Ces trois différences, 9, 8 & 2, ſont trois diviſeurs qui doivent diviſer le nombre que l'on va trouver.

Pour trouver le nombre à diviſer, il faut multiplier les 35 marcs par 25 livres prix du marc de l'ouvrage, que l'Orfévre veut faire, il viendra 875, comme il ſe voit en C. Il faut auſſi multiplier leſdits 35 marcs, par 21 livres prix de l'argent le plus bas, on aura 735, comme il ſe voit en D. Il faut ſouſtraire 735 de 875, il reſtera 140, comme il ſe voit en E.

A	B	C	D	E
30	9	35	35	*875
29	8	25	21	†735
23	2	——	——	——
21		175	35	140
		70	70	
		——	——	
		*875	†735.	

Ayant trouvé les trois diviſeurs 9, 8 & 2, & le nombre à diviſer 140, il faut partager 140 en trois parties qui puiſſent chacune ſe diviſer ſans reſte, par chacun des trois diviſeurs 9, 8 & 2, que la partie qu'on diviſera par 9 ſoit la plus grande qu'il ſe pourra : comme 126, 8 & 6. Si on diviſe 126 par 9, il viendra 14 marcs à 30 livres, ſi on diviſe 8 par 8, il viendra un marc à 29 livres ; & enfin diviſant 6 par 2, il viendra 3 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre des marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déja trouvés qui ſont 14, 1, 3, qui

font 18; pour aller à 35 reste 17, c'est-à-dire, qu'il faut 17 marcs à 21 liv.

Preuve.

14 marcs à 30 liv.	font 420 liv.
1 marc à 29 liv.	fait 29 liv.
3 marcs à 23 liv.	font 69 liv.
17 marcs à 21 liv.	font 357 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font 875 liv.

Si l'Orfévre n'avoit que 12 marcs à 30 livres, il faut ôter 9 fois 12 qui font 108, du nombre à diviser 140; pour avoir 12 marcs à 30 livres il restera 32; de 32 il en faut ôter 3 fois 8 qui font 24, pour avoir 3 marcs à 29 livres; le reste 8 étant divisé par 2, donnera 4 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre de marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déja trouvés 12, 3 & 4, qui font 19, pour aller à 35 reste 16, qui font autant de marcs à 21 livres.

Preuve.

12 marcs à 30 liv.	font 360 liv.
3 marcs à 29 liv.	font 87 liv.
4 marcs à 23 liv.	font 92 liv.
16 marcs à 21 liv.	font 336 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font 875 liv.

Opérant comme il vient d'être enseigné en dernier lieu, on trouvera les combinaisons suivantes.

10 marcs à 30 liv.	font 300 liv.
6 marcs à 29 liv.	font 174 liv.
1 marc à 23 liv.	fait 23 liv.
18 marcs à 21 liv.	font 378 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.
8 marcs à 30 liv.	font 240 liv.

6 marcs à 29 liv. font 174 liv.
10 marcs à 23 liv. font 230 liv.
11 marcs à 21 liv. font 231 liv.

---

35 marcs à diffé. prix font 875 liv.

6 marcs à 30 liv. font 180 liv.
9 marcs à 29 liv. font 261 liv.
7 marcs à 23 liv. font 161 liv.
13 marcs à 21 liv. font 273 liv.

---

35 marcs à diffé. prix font 875 liv.

4 marcs à 30 liv. font 120 liv.
12 marcs à 29 liv. font 348 liv.
4 marcs à 23 liv. font 92 liv.
15 marcs à 21 liv. font 315 liv.

---

35 marcs à diffé. prix font 875 liv.

2 marcs à 30 liv. font 60 liv.
15 marcs à 29 liv. font 435 liv.
1 marc à 23 liv. fait 23 liv.
17 marcs à 21 liv. font 357 liv.

---

35 marcs à diffé. prix font 875 liv.

10 marcs à 30 liv. font 300 liv.
5 marcs à 29 liv. font 145 liv.
5 marcs à 23 liv. font 115 liv.
15 marcs à 21 liv. font 315 liv.

---

35 marcs à diffé. prix font 875 liv.

6 marcs à 30 liv.	font 180 liv.
8 marcs à 29 liv.	font 232 liv.
11 marcs à 23 liv.	font 253 liv.
10 marcs à 21 liv.	font 210 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.

4 marcs à 30 liv.	font 120 liv.
10 marcs à 29 liv.	font 290 liv.
12 marcs à 23 liv.	font 276 liv.
9 marcs à 21 liv.	font 189 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.

On pourroit encore trouver grand nombre de combinaisons ; mais ceci suffit pour faire voir l'avantage de cette nouvelle méthode sur l'ancienne.

Autre Question.

Un Orfévre a fait un vaisseau qui pese 10 marcs d'argent, à 48 livres le marc ; il y a mis de l'argent de France à 52 livres le marc, & de l'argent d'Allemagne à 36 livres : on demande combien il y a de marcs à 52 & à 36 livres.

Il faut poser 52 liv. & 36 liv. l'un sous l'autre, & prendre la différence de 52 à 36, qui est 16, qu'il faut poser vis-à-vis de 52. Cette différence 16 est le diviseur cherché.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 10 marcs par 48 livres : on aura 480, pour la valeur du vaisseau ; il faut aussi multiplier les mêmes 10 marcs par 36, qui est le plus bas prix, on aura 360.

Il faut soustraire 360 de 480, il restera 120 pour le nombre à diviser : ainsi divisant 120 par 16, il viendra au quotient $7\frac{1}{2}$, c'est-à-dire $7\frac{1}{2}$ marcs à 52

livres; ôtant $7\frac{1}{2}$ de 10 marcs, il restera $2\frac{1}{2}$ marc à 36 livres.

Preuve.

$7\frac{1}{2}$ marcs à 52 liv.	font 390 liv.
$2\frac{1}{2}$ marcs à 36 liv.	font 90 liv.
10 marcs à diffé. prix	font 480 liv.
10 marcs à 48 liv.	font 480 liv.

S'il y avoit cinq sortes de métaux, grains, &c. à mêlanger, il faut toujours suivre les explications ci-dessus; alors on aura quatre diviseurs à chercher: pour le nombre à diviser il se cherche toujours de même.

RÈGLE DE CHANGE.

Règle d'intérêt.

CEs Règles, quoique différentes du titre, sont néanmoins semblables pour l'opération & pour le raisonnement aussi, où il y a fort peu de différence.

Entre les Financiers, Banquiers & Marchands, le change ou l'intérêt se compte à tant pour 100 de perte ou de profit, comme

à 10 pour 100
$7\frac{1}{2}$ pour 100
5 pour 100.
$2\frac{1}{2}$ pour 100, &c.

Et le change n'est autre chose qu'un profit que le Banquier fait de son argent; c'est-à-dire, qu'il gagne autant comme son argent lui profiteroit, s'il le donnoit à intérêt.

Pour l'opération de ces Règles, il n'y a autre

chose à observer, sinon de former une Règle de Trois, puis opérant selon le précepte d'icelle, on trouve la réponse à la question, comme il se voit par les exemples suivans.

Avertissement sur la Division par 100.

Il faut remarquer que quand on divise par 100, comme ci-après, il faut retrancher les deux dernières figures du nombre à diviser, & les figures à main gauche seront le quotient de la Division, soit que l'on divise des livres, des sols ou des deniers, il n'importe, parce que l'ordre de la Division ne change point.

De plus, que divisant des livres, s'il en reste, il les faut réduire en sols, en les multipliant par 20, pour les diviser de même que les livres.

Enfin, qu'ayant divisé des sols, s'il en reste, il les faut réduire en deniers, en les multipliant par 12, pour les diviser de même que les livres & les sols.

De l'utilité du Change.

La difficulté de transporter de l'argent d'un lieu à un autre, tant pour la pesanteur que pour les risques que l'on court sur les chemins, a donné lieu d'établissement à plusieurs Places, que l'on nomme Places de Change, comme à Paris, à Lyon, à Rouen, & autres endroits du Royaume, par le moyen de quoi chacun reçoit du soulagement, pouvant faire tenir telles sommes d'argent que l'on veut, moyennant une Lettre de Change d'un Banquier, ou autre Négociant, pour laquelle on lui paye la valeur en deniers comptans, avec le change de la somme portée par ladite Lettre.

Question sur la Règle du Change.

Un Particulier voulant aller de Paris à Toulouse, va trouver un Banquier pour lui faire recevoir 3000 livres net au même lieu ; on demande combien il faut donner au Banquier pour le change desdites 3000 livres,

3000 livres, le change étant accordé à 3 liv. pour 100.

Il faut dire par Règle de Trois :

Si pour 100 livres on paye 3 livres, combien pour 3000 livres.

Opération.

Si 100 liv. coûtent 3 liv. combien 3000

3

R. 90 9000

Ayant fait la Règle, il est venu 90 livres qu'il faut payer pour le change, & partant il faut payer au Banquier 3090 livres, lequel fournira Lettre de Change de 3000 livres net sur son Correspondant de Toulouse.

Autre Exemple.

Mais si on veut sçavoir combien on recevra d'argent net à Toulouse, baillant 3000 livres à un Banquier de Paris, selon la même condition de 3 pour 100, il faut faire la Règle d'escompte, disant:

Si 103 livres sont réduites à 100 livres, à combien 3000 liv. faisant l'opération, il viendra 2912 livres 12 sols 5 deniers $\frac{11}{103}$ que l'on recevra de net à Toulouse.

La construction de la Règle d'escompte se verra ci-après.

Autre Exemple.

Quelqu'un ayant affaire de 300 liv. pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier pour les recevoir, on demande de combien la Lettre de change doit être faite, prenant le change ou la remise à 3 pour 100.

Il faut dire par Règle de Trois:

Si 100 liv. valent 103 combien 300 livres.

309 00

La réponse de la question sont les nombres séparés

à gauche, ſçavoir 309, & partant ce particulier doit fournir au Banquier une Lettre de Change de 309 livres.

Autre Exemple.

Mais ſi ce Particulier avoit une Lettre d'un autre toute faite de 300 livres ſeulement à fournir au Banquier, ſçavoir combien le Banquier lui devroit compter d'argent, rabattant le change à 3 pour 100.

Il y en a pluſieurs qui ne prenant pas garde que c'eſt un eſcompte à faire, rabattroient 3 pour 100 ſeulement, & partant rabattroient 9 liv. ſur 300, & payeroient le reſte, ce qui n'eſt pas juſte à l'égard de celui qui fournit ſa Lettre, comme je le ferai voir, lorſque je traiterai de la Règle d'eſcompte ci-après; c'eſt pourquoi je n'en parlerai pas davantage ici.

Autre Queſtion.

Quelqu'un veut prendre 3000 livres pour les prochains payemens de Lyon, le change étant à 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, on demande combien il doit payer pour le change deſdites 3000 livres.

Dites par Règle de Trois :

Si 100 donne 2 $\frac{1}{2}$ combien 3000; & faiſant la Règle, on trouvera qu'il faut payer 75 liv. pour le change, avec 3000 font 3075 liv. dont le débiteur fera promeſſe en blanc de fournir une Lettre de Change pour les prochains payemens de Lyon.

Autre Queſtion.

Un Banquier de Bordeaux remet 1000 liv. à un Particulier ſur un Banquier de Paris, mais la Lettre d'avis envoyée au Banquier, porte qu'il retienne le change à raiſon de 3 pour 100; on demande combien le Banquier doit retenir.

Il faut raiſonner ainſi : Puiſque les 1000 liv. ſont compoſées du principal & de la remiſe, il faut déta-

cher la remise d'avec le principal, & se servir en cette rencontre de la Règle d'escompte, & non pas de la Règle de change simplement ; car si le Banquier tiroit la remise de 1000 livres à 3 pour 100 ; elle se monteroit à 30 liv. & resteroit à payer 970 liv. pour la Lettre de 1000 liv. ce qui tourneroit au préjudice du créancier, c'est de quoi je parlerai encore dans la Règle d'escompte ci-après.

Autre Question pour faire voir ce que c'est que le change du change, ou l'intérêt de l'intérêt.

Quelqu'un prend 5000 liv. à change ou à intérêt sur la Place pour 3 mois à $2\frac{1}{2}$ pour 100 de sa perte pour les 3 mois ; on demande combien il doit payer tant pour le principal que pour le change au bout desdits trois mois.

Dites par Règle de Trois :

Si pour 100 liv. on paye $102\frac{1}{2}$ liv. pour principal & intérêt, combien payera-t-on pour 5000 liv.

Faites la Règle de Trois, & vous trouverez pour ℞. 5125 liv. que le débiteur doit payer au bout des 3 mois, tant pour principal que pour le change ; ainsi des autres.

Mais comme le débiteur susdit, son terme étant venu, n'a pas d'argent pour payer la partie de 5125 liv. il demande à son créancier qu'il lui prolonge encore la partie de 5125 liv. pour 3 autres mois, à condition de lui en payer le change à la même raison de $2\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

Il s'agit donc de voir combien les 5125 liv. monteront, tant en principal qu'intérêt. Pour faire cette Règle il faut dire comme ci-devant :

Si pour 100 liv. on paye $102\frac{1}{2}$ livres, combien pour 5125 liv. faisant la Règle de Trois, vous trouverez pour ℞. 5253 liv. 2 sols 6 den. à payer au bout de ces 3 derniers mois.

Et si au bout du terme, le débiteur ne veut ou ne peut encore payer, il renouvellera de rechef sa promesse payable à 3 mois suivans, & y comprendra le change comme ci-dessus; ainsi des autres.

Avis sur les intérêts.

Il faut remarquer que dans les Règles d'intérêts, il est nécessaire de trouver l'intérêt d'une somme à raison de l'intérêt & du temps seulement; mais on peut prouver cette Règle en autant de façons qu'il y a de conditions dans icelle, qui sont quatre; sçavoir que quelquefois on cherche l'intérêt du capital, quelquefois on cherche le capital même, quelquefois on cherche le temps, quelquefois on cherche la raison de l'intérêt, soit à raison de tant pour 100, ou du dernier, tel comme au denier 16, 18, 20, &c. comme il se verra dans les quatre exemples suivans.

Premier Exemple.

Si on demande l'intérêt simple de 450 liv. pour 3 ans, à raison de 6 pour 100 pour un an, on dira:

Si pour 100 liv. on paye 6 liv. combien pour 450 livres, ℞. 27 livres pour l'intérêt d'un an, dont le triple sera 81 livres pour l'intérêt des 3 ans, lesquelles 81 livres jointes au principal, font 531 liv. pour la somme totale, tant du principal que de l'intérêt.

Second Exemple.

Si on demande quel étoit le capital, pour avoir reçu 531 liv. en 3 ans, tant en principal qu'intérêt, comptant l'intérêt à 6 pour 100 par an.

Posez que le principal fût 100 liv. qui à 6 pour 100 en 3 ans, font 118 liv. puis dites par une Règle d'escompte:

Si 118 liv. sont venues de 100 livres, de combien viendront 531 liv. ℞. de 450 liv. & autant étoit le principal.

Troiſième Exemple.

On a donné 450 livres à intérêt à raiſon de 6 pour 100 par an, on demande en combien de tems 450 liv. donneront 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Pour faire cette Règle, ôtez le principal 450 liv. de dedans 531 liv. qui ſont compoſées du principal & de l'intérêt, il reſtera 81 pour l'intérêt; puis regardez combien les 450 liv. profiteront en un an à raiſon de 6 pour 100, diſant:

Si 100 livres donnent 6 livres de profit par an, combien donneront 450 liv. ℞. 27 liv. pour l'intérêt d'un an.

Et ſi 27 liv. ſe gagnent en un an, en combien de tems ſe gagneront 81 livres. ℞. en 3 ans; partant je dis, que les 450 liv. en 3 ans ſe monteront à 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Quatrième Exemple.

On a donné à intérêt la ſomme de 450 livres, qui en 3 ans ont rendu, tant en principal qu'intérêt, 531 livres, on demande combien c'eſt pour 100 par an.

Otez 450 liv. de dedans 531 compoſées du principal & intérêt, il reſtera 81 liv. pour l'intérêt des 3 pas; enſuite diviſez 81 par 3, il viendra 27 liv. pour l'intérêt de chaque année; puis dites par Règle de Trois:

Si 450 liv. donnent 27 liv. d'intérêt pour un an, combien 100 liv. donneront-elles par an. ℞. 6 livres; parlà on voit que 450 liv. avoient été données à raiſon de 6 pour 100 par an.

Et ſi on veut ſçavoir à quel denier c'eſt, il faut diviſer 100 par 6, il viendra 16 $\frac{1}{2}$ livres.

Autrement diviſez 450 par 27, il viendra auſſi 16 $\frac{1}{2}$ livres.

Avertiſſement.

Il faut remarquer, outre ce que je viens de dire

ci-dessus, que l'on tire l'intérêt d'une somme de plusieurs manières, les Financiers, Banquiers & Marchands font état de tirer l'intérêt à tant pour 100, comme je viens de l'exprimer; il y a aussi plusieurs endroits, comme en Provence, Languedoc, &c. où l'on dit donner de l'argent à rente ou à intérêt à tant pour 100, comme à 6 $\frac{1}{4}$ pour 100, à 5 pour 100, &c. les autres le comptent au den. 16, 18, 20, &c. qui est ce qu'on appelle constitution de rente à tel ou tel denier, comme je l'ai expliqué page 145; enfin en l'une & l'autre manière, il n'y a point de différence qu'en la forme de l'opération.

Et afin que l'on voye le rapport qu'il y a entre donner de l'argent à intérêt à tant pour 100, comme 6 $\frac{1}{4}$ pour 100, ou au denier 16; comme aussi à 5 pour 100, ou au denier 20, &c. je donnerai un exemple ci-après, par lequel ou verra la conformité qu'il y a entre ces deux manières de donner de l'argent à intérêt.

Donner de l'argent à intérêt au denier 16, c'est retirer une livre de profit de 16 liv. au bout d'un an, comme je l'ai expliqué page 145; & par conséquent si on veut tirer l'intérêt d'une plus grande somme, comme de 288 liv., il faut dire par Règle de Trois:

Si 16 liv. donnent 1 liv. de profit au bout d'un an, combien donneront 288 liv. faisant la division, il viendra 18 liv. par an.

Opération.

12
288
———— (18 liv.
166
1

Et si vous voulez sçavoir combien l'intérêt au

denier 16 se monte pour 100, divisez 100 par 16, il viendra 6 $\frac{1}{4}$ d'intérêt pour 100 ; & ainsi des autres.

Et pour faire voir que donner l'argent à intérêt au denier 16, ou à 6 $\frac{1}{4}$ pour 100, c'est la même chose, dites par Règle de Trois :

Si 100 livres méritent 6 $\frac{1}{4}$ combien 288 livres, ℟. 18 liv. comme ci-devant.

TABLE des nombres les plus usités pour les constitutions de rente.

Les rentes au denier	donnent par an			pour 100.
10	10 l.			
12	8	6 s.	8 d.	
14	7	2	10 $\frac{2}{7}$	
15	6	13	4	
16	6	5		
18	5	11	1 $\frac{1}{3}$	
20	5			
21	4	15	2 $\frac{6}{7}$	
22	4	10	10 $\frac{10}{11}$	
24	4	3	4	

Enfin la Règle est générale pour sçavoir combien d'intérêt pour 100, à quelque denier que ce soit, de diviser toujours 100 par le dernier proposé, auquel on veut faire la constitution de rente.

Question sur la Règle d'intérêt.

Un particulier veut vendre une maison 8190 liv. parce qu'il en retire 455 liv. par an, on demande à quel denier elle sera vendue.

Divisez le principal 8190 liv. par 455 liv. qui est le revenu d'une année, & le quotient donnera 18 liv. c'est-à-dire, qu'elle sera vendue sur le pied du denier 18, & partant, en vendant sa maison, il en retirera une somme, qui étant mise en rente au de-

nier 18, lui donnera les mêmes 455 livres que sa maison lui rapportoit par an.

Autre question sur la Règle d'intérêt.

Un Particulier veut emprunter 40000 livres, & offre d'en payer l'intérêt au denier 16, à condition qu'il remboursera à son créancier 8000 liv. par an, on demande en combien de tems il sera quitte.

Pour faire cette Règle, il faut voir quel est l'intérêt de 40000 livres au denier 16 pour un an, afin de joindre l'intérêt de la première année avec le principal, & de la somme totale composée du principal & de l'intérêt, on en ôtera 8000 livres, qu'il doit acquitter chaque année jusqu'à fin du payement. On divisera donc 40000 liv. par 16, en tirant le quart du quart desdites 40000 liv.

40000
$\frac{1}{4}$. 10000
$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ vient 2500 livres d'intérêt.

Ajoutant donc 2500 liv. qui viennent pour l'intérêt avec les 40000 liv. de principal, le tout fait 42500 liv. à payer à la fin de la première année, sur quoi il en paye présentement, selon l'accord, 8000 liv.

Dette 42500 liv.
Paye 8000 liv.

Reste 34500 liv. à payer à la fin de la seconde année, avec l'intérêt.

Pour sçavoir l'intérêt des susdites 34500 livres, on les divisera par 16

34500
8625
Intérêt 2156 liv. 5 sols.

Ajoutant encore de même 2156 liv. 5 sols qui

viennent pour l'intérêt avec les mêmes 34500 liv.

Principal	34500 liv.
Intérêt	2156 liv. 5 sols.
Somme dûe	36656 liv. 5 sols.
Payement	8000 liv.

Reste 28656 liv. 5 sols à payer à la fin de la troisième année, avec l'intérêt.

Pour sçavoir l'intérêt desdites 28656 liv. 5 sols, on les divisera encore de même par 16.

	28656 liv.	5 sols.		
	7164	1	3	d.
Intérêt	1791	0	3 $\frac{3}{4}$	d.

Il vient pour l'intérêt 28656 liv. 5 sols, 1791 liv. 0 sols 3 deniers $\frac{3}{4}$ deniers.

Principal	28656 liv.	5 sols.		
Intérêt	1791	0	3	$\frac{3}{4}$
Somme dûe	30447 liv.	5 sols	3 den.	$\frac{3}{4}$
Payement	8000			

Reste 22447 liv. 5 sols 3 den. $\frac{3}{4}$ à payer à la fin de la quatrième année, avec l'intérêt.

On opérera de suite jusqu'à la fin du payement, comptant une année pour chaque opération.

A la dernière année, s'il paye le reste plutôt que la fin de l'année, on escomptera l'intérêt au prorata de la portion d'année.

Question sur la Règle d'intérêt.

Quelqu'un a donné 678 liv. à intérêt à 10 pour 100 par an, on demande à combien monteront les intérêts au bout de 9 ans 9 mois & 6 jours; dites par Règle de Trois:

Si 100 liv. 10 liv. 678 liv. R. 67 $\frac{4}{5}$ liv. par an

Et pour trouver l'intérêr de 9 ans 9 mois 6 jours.

Si 12 mois $67 \frac{4}{5}$ liv. $117 \frac{1}{5}$ mois. ℞. 662 liv. 3 f. 7 den. $\frac{1}{5}$.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de deux ans on lui a rendu pour principal & intérêt 135 livres 2 sols 9 deniers $\frac{3}{4}$, on demande combien les 100 liv. susdites ont profité la première année, ayant été données à mériter à chef de gain sur gain.

Pour résoudre cette question, il faut réduire les 135 liv. 2 sols 9 deniers $\frac{3}{4}$ en quarts de deniers, il viendra 129735.

Réduisez aussi 100 liv. en quarts de den. il viendra 96000, ensuite multipliez 129735 par 96000, il viendra 12454560000, dont la racine quarrée sera 111600, qu'il faut diviser par 4, & il viendra 27900 deniers.

Cela fait, réduisez 27900 den. en liv. il viendra 116 liv. 5 sols pour principal & intérêt de la première année, il reste à ôter 100, qui est le principal de 116 liv. 5 sols, & restera 16 liv. 5 sols pour le gain de la première année.

Preuve.

Pour preuve, il faut dire :

Si 100 livres ont gagné 16 livres 5 sols la première année, combien gagneront les mêmes 16 livres 5 sols pour la seconde année : faites la Règle de Trois selon sa disposition, & vous trouverez 2 livres 12 sols 9 den. $\frac{3}{4}$ pour le gain de 116 livres 5 sols, puis ajoutant le principal 100 avec l'intérêt des deux années, il viendra 135 liv. 2 sols 9 deniers $\frac{3}{4}$ comme veut la question.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de 3 ans on lui rend 337 liv. 10 sols pour principal & pour gain; on demande à quelle raison les 100 livres lui ont profité la première année, à raison de gain sur gain.

Pour la résolution de cette question, multipliez 100 par 100, il vient 10000; ensuite multipliez 337 liv. 10 sols par 10000, il viendra 3375000, dont il faut tirer la racine cubique, & viendra 150 livres pour principal & intérêt de la première année.

Pour trouver l'intérêt de la seconde année, dites par Règle de Trois:

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. combien 150 liv. ℞. 75 liv. lesquelles deux sommes 150 liv. & 75 jointes ensemble, font 225 liv. pour principal & intérêt de la seconde année.

Enfin, pour trouver l'intérêt de la troisième année, dites encore par Règle de Trois:

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. la première année, combien profiteront 225 livres. ℞. 112 livres 10 sols, puis ajoutant les 225 livres avec 112 livres 10 sols, la somme sera 337 liv. 10 sols pour principal & intérêt de la troisième année, comme veut la question.

REGLE D'ESCOMPTE.

Définition.

EScompter eſt rabattre quelque choſe d'une ſomme qui ne devroit être payée que dans un certain tems limité, lorſqu'on la paie plutôt que le terme échu ; lequel rabais ſe compte ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands à tant pour 100, comme

à { 10 pour 100 par an.
7 ½ pour 100 pour 9 mois.
5 pour 100 pour 6 mois.
2 ½ pour 100 pour 3 mois, &c. comme il a été expliqué dans la Règle de Change ci-devant.

Exemple.

Un Marchand a acheté pour 500 livres de marchandiſe à un an de terme ou de crédit, à condition qu'il en pourra faire l'eſcompte à raiſon de 10 pour 100 par an. Il arrive que 3 ou 4 jours après ce Marchand veut payer, on demande combien il doit payer, au lieu de 500 livres qu'il payeroit, s'il ne payoit au bout de ſon terme, qui eſt d'un an.

Pour réſoudre cette propoſition, il faut conſidérer que les 500 liv. qu'il doit payer au bout d'un an ſont compoſées du principal & de l'intérêt pour un an, à raiſon de 10 pour 100 ; c'eſt pourquoi pour faire cette Règle, il faut ajouter le terme qui repréſente le principal, qui eſt 100, avec celui de l'intérêt, qui eſt 10, la ſomme eſt 110, qu'il faudra mettre au premier terme d'une Règle de Trois ; au ſecond terme il faut poſer 100 ; & au troiſième terme la ſomme qui eſt 500 liv. dont on veut faire l'eſcompte, & opérant ſelon le précepte, il viendra

au quatrième terme 454 livres 10 sols 10 deniers $\frac{10}{11}$ deniers qu'il faudra payer présentement au lieu de 500 livres.

Explication.

Pour l'intelligence de la Règle, il faut raisonner ainsi :

Si de 110 livres, dont mon argent comptant me tient lieu au bout d'un an, si je le donnois à intérêt, je n'en dois payer que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il que je paie pour 500 livres que je ne dois que dans un an.

Opération.

Si 110 liv.   100   500

100

50000

$\frac{50000}{110}$ (454 l. $\frac{1200}{110}$ (10 s. $\frac{1200}{110}$ (10 d. $\frac{10}{11}$.

Ayant fait la Règle de Trois ci-dessus, il est venu 454 livres 10 sols 10 $\frac{10}{11}$ den. qu'il faut payer présentement, au lieu de 500 livres.

Preuve.

Et pour preuve, si on donne à change pour un an la partie de 454 liv. 10 sols 10 $\frac{10}{11}$ den. ci-dessus à la même raison de 10 pour 100, ou trouvera 45 livres 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'intérêt, & ces deux sommes jointes ensemble feront les susdites 500 liv. comme veut la question.

Autre Preuve.

On peut faire la prenve d'une autre façon, sçavoir en proposant une question pour trouver l'es-

compte ou profit que l'on fait en payant présentement, qui est telle :

Si sur 110 liv. on gagne 10 livres en payant présentement, combien gagnera-t-on sur 500 livres ; faisant la Règle de Trois comme ci-dessous, on trouvera 45 livres 9 sols 1 denier $\frac{1}{11}$ pour l'escompte ou rabais, comme par la Règle de Change ; puis ajoutant la somme à payer présentement, ci-devant trouvée, qui est 454 liv. 10 s. 10 den. $\frac{10}{11}$, avec l'escompte ci-dessous, la somme sera 500 livres, comme il se voit par l'opération.

Opération de la preuve.

Si 110 liv. 10 † 500

65 / † 5000 / 1100 / 11 (45 liv. — 1 / 1000 / 110 — 9 sols — 1 / 110 / 110 (1 $\frac{1}{11}$.

Argent à payer présentement	454 liv.	10 s.	10 $\frac{10}{11}$.
Escompte ou profit.	45	9 s.	1 $\frac{1}{11}$.
Somme escomptée	500		

Ces deux preuves sont générales, c'est ponrquoi on peut se servir de celle qu'on voudra ; je conseille néanmoins de se servir de cette dernière, dont l'opération est ci-dessus, parce qu'elle est la plus facile.

Avertissement sur la Règle d'Escompte.

IL y en a plusieurs qui par ignorance ou par malice font l'escompte de telle façon, qu'il y a perte ou profit pour l'une ou pour l'autre des parties, se contentant de tirer le change de la somme de laquelle on demande l'escompte, & ayant rabattu le

change de cette même somme, le reste, disent-ils, est ce qu'il faut payer de net, ce qui n'est pas juste ni raisonnable, parce que si le créditeur rabat à son débiteur le change de la somme entière, le créditeur rabat le change du change qu'il ne reçoit pas, & ainsi il perd.

Par exemple, si quelqu'un doit 100 liv. à un autre, à payer dans un an, à condition d'escompte à 10 ponr 100 par an, l'on voit que si l'on rabat le change de 100 liv. il restera seulement 90 livres à payer, ce qui tourneroit à la perte du créditeur, parce que rabattant 10 liv. il perdroit le change des mêmes 10 livres, d'autant que le débiteur lui rabattroit le change de 10 livres qu'il ne reçoit pas; ce qu'il est nécessaire de remarquer.

Autre Question.

Quelqu'un ayant affaire d'argent pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier auquel il donne une Lettre de Change de 300 livres, sçavoir combien le Banquier lui doit compter d'argent pour sa Lettre de 300 livres rabattant le change à 3 pour 100.

Pour résoudre cette Règle, il y en a beaucoup qui ne sçachant pas que c'est une Règle d'escompte, se servent de la Règle de Change naturelle, & raisonnent ainsi:

Si sur 100 liv. il y a 3 liv. de perte, combien doit-on perdre sur 300 liv. faisant la Règle de Trois il viendra 9 livres, que le Banquier retiendra par ses mains, & partant donnera 291 livres, ce qui n'est pas juste, parce qu'en ce cas-là le Banquier tire le change des 9 livres qu'il ne débourse pas; mais s'il fait l'escompte comme ci-dessous, il donnera 291 livres 5 sols 2 den. $\frac{94}{103}$, il y a donc 5 sols 2 den. $\frac{94}{103}$ de perte pour celui qui fournit la Lettre; ce qui n'est pas considérable à l'égard d'une petite somme, mais bien à l'égard d'une grande.

Faites l'opération de la Règle, & vous trouverez la réponse avec la preuve au-dessous.

Si 103 liv. 100 l. 300 l. ℞. 291 l. 5 ſ. 2 d. $\frac{94}{103}$

Preuve.

Si 103 liv. 3 l. 300 l. ℞. 8 l. 14 ſ. 9 d. $\frac{9}{103}$

Ajoutant les réponſes, il viendra 300 liv. comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

Quelqu'un doit 856 liv. à payer à 9 mois, & ſon créditeur lui dit que s'il le veut payer préſentement; il lui eſcomptera ſa dette à 7 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour les mêmes 9 mois, on demande combien le débiteur doit payer, en payant préſentement. Il faut former la queſtion comme ci-deſſous; puis opérant ſelon le précepte de la Règle de Trois, il viendra 796 liv. 5 ſols 6 $\frac{42}{43}$ den. à payer préſentement, il faut raiſonner ainſi.

Si de 107 $\frac{1}{2}$ liv. on n'en paie que 100, en payant préſentement, combien faut-il payer pour 856 l.

Opération.

Si 107 $\frac{1}{2}$ livres ſont réduites à 100 liv. combien 856 liv.

Autrement, parce qu'il y a entier & fraction au premier terme, c'eſt-à-dire 7 $\frac{1}{2}$, il faut réduire les 107 $\frac{1}{2}$ en 215 demi, & le deuxième terme, qui eſt 100, en 200 demi, puis dire:

Si 215 liv. 200 l. 856 l. ℞. 796 l. 5 ſ. 6 d. $\frac{42}{43}$

Pour preuve, il faut dire:

Si 215 liv. 15 l. 856 l. ℞. 59 l. 14 ſ. 5 d. $\frac{1}{43}$

Ajoutant les deux ℞. il vient 856 l. comme il a été propoſé.

Autre Queſtion.

Mais s'il étoit queſtion d'eſcompter pour quelque portion de tems, comme ſi on diſoit:

Quelqu'un doit 600 livres à payer au bout de 6 mois, & ſon créditeur lui offre de lui eſcompter

à 6 pour 100 pour 6 mois, du jour qu'il le voudra payer, il arrive que le débiteur, 4 mois après, trouve de l'argent pour payer sa dette, sçavoir combien il doit payer au bout de 4 mois au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer au bout de 6 mois : il faut considérer que puisque le débiteur n'est obligé de payer qu'au bout de 6 mois, s'il paie au bout de 4 mois, il avance le payement de 2 mois, par conséquent il y aura escompte à faire pour 2 mois.

Maintenant, pour trouver combien il faut escompter pour 2 mois à raison de 6 pour 100 pour 6 mois, il faut dire par Règle de Trois:

Si pour 6 mois on escompte 6 liv. combien pour 2 mois. Faisant la Règle, il viendra 2 liv. pour 100 liv. à escompter.

Disposition de la Regle.

Si 6 mois 6 livres 2 mois. ℟. 2 livres.

Ayant trouvé que l'escompte se doit faire à 2 pour 100 pour 2 mois, on fera la Règle d'escompte à l'ordinaire, disant:

Si de 102 liv. on ne paye que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il payer pour 600 liv. ℟. 588 liv. 4 sols 8 den. $\frac{8}{17}$.

La preuve se fera comme les précédentes, disant:
Si de 102 l. 2 l. 600 l. ℟. 11 l. 15 s. 3 d. $\frac{9}{17}$.

La manière de résoudre cette dernière question ayant été attaqué injustement par M. R** par la voie du Journal de Verdun, mois d'Octobre 1736, page 258, il est est très-important d'avertir ceex qui s'attachent à ce Livre d'Arithmétique, qu'on peut dire être le meilleur en ce genre, que M. le Gendre a bien résolu la question dont il s'agit, & que M. R** ne l'a pas entendu, puisqu'il dit que l'escompte à 2 pour 100 est 24 livres sur 600 livres au lieu

des 11 livres 15 sols 3 deniers $\frac{9}{17}$ de M. le Gendre.

Il ne faut pas être Arithméticien pour connoître l'injustice de sa critique ; car sans faire de Règle, ni sans connoître aucuns nombres, tout le monde dira en comptant par les doigts, puisqu'on n'escompte que 2 livres sur 100 livres, on n'escomptera que 12 livres sur 600 livres, & non pas 24 livres, comme il le prétend.

M. B.*** qui s'apperçut de l'erreur du sieur R.** fit insérer des observations dans le Mercure de France, mois de Juin 1758, par lesquelles il réfute M. R.** après quoi il tombe lui-même dans une erreur d'une autre espèce, en disant : « Ce n'est » pas que cette question soit résolue bien exacte- » ment dans le Gendre ; & en formant ma Règle » d'une manière qui me semble plus conforme... »... en disant par Règle de Trois : Si 106 livres » donnent 100 livres, combien 600 livres ; la ré- » ponse est 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, laquelle somme étant » ôtée de celle de 600 livres, la différence est 33 » liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ pour l'escompte de 6 mois, » dont le tiers est 11 liv. 6 sols 4 den. $\frac{52}{53}$ pour l'es- » compte de deux mois ; ôtez cette somme de 600 » liv. il reste 558 liv. 13 sols 7 den. $\frac{1}{53}$ pour la vraie » réponse » ; & plus bas il critique encore un Mé- moire que le sieur Faure avoit fait insérer dans le même Mercure de France le mois d'Avril précé- dent pour la défense de M. le Gendre.

« Si j'eusse trouvé, dit-il, sa critique aussi judi- » cieuse qu'elle auroit pu être, je me serois abstenu » de mettre mes observations au jour ».

La manière de M. B.*** pour trouver l'escompte à 6 pour 100, est parfaitement conforme avec M. le Gendre : Mais de prendre le tiers de l'escompte à 6 pour 100, pour avoir celui à 2 pour 100, c'est une erreur manifeste & grossière, comme on le fait voir ci-dessous.

On pose 566 liv. 9 den. $\frac{5}{53}$ à gauche & 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ à droite vis-à-vis

566 liv. 9 den. $\frac{5}{53}$. 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$.

L'escompte étant fait à 6 pour 100 sur 600 livres, on a 566 liv. 9 den. $\frac{5}{53}$ d'un côté, & 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ de l'autre, M. B.*** prend le tiers de 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$; il reste 22 liv. 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, sur lesquels il n'escompte pas, & sur le champ il les fait passer de la droite à la gauche, pour les ajouter avec 566 livres 9 den. $\frac{5}{53}$, afin d'en former la somme de 588 liv. 13 sols 7 den. $\frac{3}{53}$ que le débiteur, dit-il, doit payer, en avançant le payement de deux mois.

Si M. B.*** y avoit pris garde, il auroit dit, puisque j'augmente le principal de 22 livres 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, l'escompte doit aussi augmenter, il auroit vu alors que sa Règle étoit mal faite; mais puisqu'il n'a pas escompté sur les 22 livres 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, il n'a qu'à dire: Si 102 donnent 2, combien 22 liv. 12 sols 9 deniers $\frac{51}{53}$ donneront-ils; il trouvera 8 sols 10 den. $\frac{424}{901}$, qu'il ajoutera avec 11 liv. 6 sols 4 den. $\frac{52}{53}$, alors son escompte sera égal à celui de M. le Gendre.

Si M. le Gendre avoit prévu qu'on eût critiqué sa question, il en auroit formé une autre, & auroit dit: Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un certain tems, on lui offre de lui escompter 2 pour 100, s'il veut payer sur le champ. On demande combien il doit payer présentement au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer dans un certain tems; il auroit fait la Règle suivante:

Si 102 livres donnent 100 livres, combien donneront 600 livres. ℞. 588 liv. 4 sols 8 deniers $\frac{8}{17}$ lesquels étant ôtés de 600 livres, il reste pour l'escompte de 2 pour 100, 11 livres 15 sols 3 deniers $\frac{9}{17}$.

Pour dernière preuve, comme M. B.*** n'a

pas résolu la question comme il faut, il n'a qu'à faire la Règle suivante, il verra que 11 liv. 6 sols 4 den. $\frac{52}{53}$, est l'escompte de 200 livres à 6 pour 100 pour 6 mois, & non l'escompte de 600 livres pour 2 mois : Si 106 donnent 6, combien 200 liv. ℞. 11 livres 6 sols 4 deniers $\frac{52}{53}$.

Autre Question sur l'escompte.

Et si l'escompte est à 10 pour 100 par an, & que le débiteur veuille ou puisse payer au bout de $8\frac{1}{2}$ mois, on demande combien on doit escompter pour 100 pour les $3\frac{1}{2}$ mois que l'on avance le payement, il faut dire :

Si pour 12 mois on escompte 10 livres, combien faut-il escompter pour $3\frac{1}{2}$ mois. Faisant la Règle, on trouvera $2\frac{11}{12}$ pour l'escompte des $3\frac{1}{2}$ mois ; ainsi des autres.

Comme si on disoit : Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un an, & son créditeur le prie de le payer le plutôt qu'il pourra, & qu'il lui escomptera du même jour à 10 pour 100 par an ; il arrive que le débiteur, au bout de $8\frac{1}{2}$ mois trouve de l'argent sur la Place à meilleure condition qu'à 10 pour % par an, pour s'acquitter de 600 livres, on demande combien il doit payer en payant au bout de $8\frac{1}{2}$ mois.

Pour résoudre la question, il faut dire par Règle de Trois.

Si $102\frac{11}{12}$ livres, je n'en paye que 100 livres, en payant comptant, combien pour 600 liv. faisant la Règle selon le précepte, vous trouverez 582 liv. $\frac{146}{247}$ pour la somme que le débiteur doit payer, au lieu de 600 liv.

Autre Question sur l'escompte.

500 livres sont composées du principal & de l'in-

térêt au denier 18, on demande quel est le principal, & aussi quel est l'intérêt séparément. Il faut dire par Règle de Trois :

Si 19 liv. viennent de 18 livres, d'où viendront 500 liv. ℞. 473 liv. 13 sols 8 deniers $\frac{4}{19}$ pour le principal.

Pour preuve, il faut dire par Règle de Trois :

Si 19 livres donnent une livre de profit, que donneront 500 livres. ℞. 26 liv. 6 sols 3 den. $\frac{15}{19}$ pour l'intérêt.

Et faisant addition du principal & de l'intérêt, il viendra 500 livres.

Principal	473 liv.	13 sols	8 den. $\frac{4}{19}$.	
Intérêt	26 liv.	6 sols	3 den. $\frac{15}{19}$.	
Somme	500 liv.	comme il a été proposé.		

Autre Question sur le même sujet, ou
De la remise en dehors.

300 liv. sont composées du principal & du droit de l'Officier, à qui il appartient 6 den. pour livre pour la remise, on demande le principal, & quel est le droit de l'Officier : Il faut dire par Règle de Trois :

Si 246 deniers viennent de 240 den. d'où viendront 300 liv. ou par réduction en tirant le sixième de 246 & de 240.

Si 41 liv. viennent de 40 liv. d'où viendront 300 livres : Faisant la Règle, il viendra 292 liv. 13 sols 7 den. $\frac{17}{41}$ pour le principal.

Et pour preuve, dites :

Si 41 livres donnent 1 livre, combien 300, faisant la Régle, il viendra 7 livres 6 sols 4 den. & $\frac{4}{41}$ pour la remise ; puis ajoutant le principal avec la remise, la somme sera 300 livres comme veut la question.

Jai réduit le premier & le ſecond terme en deniers, à cauſe que la remiſe eſt à ſix deniers pour livre ; mais ſi la remiſe étoit à un ſol, j'aurois dit : Si 21 ſols viennent de 20 ſols, d'où viendront 300 livres, &c.

Pour preuve : Si 21 ſols donnent 1 ſols, combien 300, &c.

Autre Queſtion.

On veut trouver une ſomme, de laquelle ôtant 18 deniers pour livre, le reſte ſoit 952 livres 10 ſols.

Il faut raiſonner ainſi : Puiſque de 20 ſols on en ôte 1 ſol 6 den. le reſte eſt 18 ſols 6 den. & partant il n'y a qu'à dire :

Si $18\frac{1}{2}$ ſols viennent de 20 ſols, d'où viendront 952 liv. 10 ſols ; mais à cauſe de la fraction $\frac{1}{2}$ qui eſt au premier terme, au lieu de $18\frac{1}{2}$, il faut écrire 37 & 40 au deuxième terme, puis dire :

Si 37 viennent de 40, d'où viendront 952 livres 10 ſols ; faiſant la Règle, il viendra 1029 livres 14 ſols 7 den. $\frac{5}{37}$ pour la ſomme que l'on demande.

Pour preuve, il faut faire une autre queſtion, & dire par Règle de Trois ;

Si 40 livres ſont réduites à 37 livres, à combien ſeront réduites 1029 livres 14 ſols 7 deniers $\frac{5}{37}$.

Faiſant la Règle, il viendra 952 liv. 10 ſols, comme ci-devant.

Règle pour tirer la Tare des Marchandises qui se vendent au poids, ou à la mesure, comme Huile, Sucre, Savon, Poivre, Térébenthine, &c.

Définition.

TAre n'est autre chose que le déchet d'un poids total composé de quelque marchandise, & de ce qui l'enclôt ou contient. que l'on appelle emballage fait de toile, cordage, paille, caisse, tonneau, &c. tellement que ce qui est de surplus du poids de la marchandise, est appellé tare; laquelle diminue le poids du total pour donner la quantité de la véritable marchandise, & cette tare est estimée arbitrairement entre les Marchands à certaine diminution, selon la diversité des marchandises.

Les uns rabattent tant pour 100, ou dans le 100, & les autres rabattent tant sur 100.

Rabattre tant pour 100, ou dans le 100, c'est quand on soustrait une quantité de 100, & que l'on livre le reste net, comme si la tare est à 6 pour 100, on doit livrer 94 de net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 4 tonneaux d'huile pésant ordinairement 4800 ℔, on demande combien il doit payer de net, en lui rabattant 16 pour 100 pour la tare.

Pour trouver la quantité de ℔ net, il faut dire par Règle de Trois:

Si 100 liv. ordinaires sont réduites à 84 liv. net, combien sont réduites 4800 ℔ ordinaires: Faisant la Règle, il viendra 4032 ℔ net.

Rabattre tant sur 100, cela s'entend qu'il faut

livrer 100, & quelque quantité par-dessus; comme si la tare est de 10 sur 100, l'Acheteur de 110 ℔ ordinaires n'en payera que 100 ℔ net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 6 tonneaux de sucre, pesant ordinairement 3600 ℔, on demande combien il y aura de ℔ net à payer, augmentant 16 sur 100 pour la tare.

Cette question se résoud par Règle de Trois, comme la précédente, disant:

Si de 116 ℔ ordinaires on n'en paye que 100 ℔ net, combien en faut-il payer pour 3600 ℔ ordinaires; faites la Règle, & vous trouverez 3103 $\frac{13}{29}$ ℔ net; ainsi des autres.

Pour preuve, il faut trouver la tare, disant:

Si 116 ℔ ordinaires donnent 16 ℔ net, combien 3600 ℔ ordinaires. ℞. 496 ℔ $\frac{16}{29}$.

RÈGLE DE COMPAGNIE.

Usage de la Règle de Compagnie.

LA Règle de Compagnie se pratique ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands; elle sert pour donner à chacun des Associés proportionnellement ce qui lui appartient du gain qui s'est fait durant une Société, comme aussi pour lui faire porter sa part de la perte, s'il y en a, à raison de sa mise simplement, ou de sa mise & de son tems ensemble.

C'est pourquoi il y a deux sortes de Règles de Compagnie, l'une en même-temps, & l'autre à divers tems.

La Règle de Compagnie en même-tems est celle en laquelle les Associés ont commencé de négocier en

en même-temps, & ont auſſi fourni leurs effets ou argent en même-temps.

La Règle de Compagnie, à divers temps, ſera expliquée ci-après.

La Règle de Compagnie en même-temps s'appelle ainſi, d'autant que le temps n'eſt nullement conſidéré en l'opération; c'eſt pourquoi n'ayant égard qu'à la portion de ce que chacun a mis dans la Société, on y procède en cette ſorte, comme il ſe verra par l'exemple ſuivant.

Trois ont fait Compagnie pour un certain temps, & à la fin de leur Société, ils ont trouvé 834 livres de profit, on demande le gain de chacun à raiſon de ſa miſe.

Miſes particulières.	
Le premier a mis	432 liv.
Le ſecond	534
Le troiſième	683
Somme totale des miſes	1649 liv.

Pour réſoudre cette Règle, & toutes les autres ſemblables, ayant diſpoſé les miſes de chaque Aſſocié l'une ſous l'autre, comme ci-deſſus, après avoir fait addition, la ſomme totale qui eſt 1649, doit être miſe au premier terme d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Aſſociés; au ſecond terme, il faut poſer le profit qui a été fait durant la Société, & au troiſième terme la miſe de chaque Aſſocié.

Tellement que ſi on veut trouver le gain du premier Aſſocié qui a mis 432 liv. on dira:

Si 1649 liv. qui eſt la miſe totale, ont gagné 834 liv. que gagneront 432 liv. qui eſt la miſe du premier.

Faiſant la Règle de Trois ſelon le précepte enſeigné ci-devant, il viendra 218 livres 9 ſols 9 den. pour le profit du premier, & reſtera 507 deniers qui ne ſe peuvent diviſer, que l'on rapportera à la preuve.

On fera le même pour trouver le gain des deux autres, comme il ſe voit par les trois Règles de Trois ci deſſous miſes en forme, que je répète.

	liv.	liv.	liv.		liv.	ſols.	den.		den.
Si	1649	834	432	R℞.	218	9	9	reſte	507
Si	1649	834	534	R℞.	270	1	6	reſte	558
Si	1649	834	683	R℞.	345	8	8	reſte	584

Somme des gains 833 l. 19 ſ. 11 d. † 1649
reſte * 1

R℞. 834 l. 0 ſ. 0 d. † 1649 (1 *
1649

Pour faire la preuve, il faut aſſembler les gains particuliers comme ci-devant, & la ſomme totale eſt venue égale au gain total moins un denier, qui s'eſt trouvé en ajoutant les deniers reſtés des diviſions des deniers, dont la ſomme totale eſt 1649 que j'ai diviſée par le diviſeur des trois Règles de Trois, qui eſt auſſi 1649, & il eſt venu 1, c'eſt-à-dire 1 denier, qui ajouté à 833 liv. 19 ſols 11 den. ſomme totale des gains particuliers, il eſt venu juſte 834 liv. gain total; & c'eſt la preuve.

Et s'il manquoit deux deniers, ou plus, comme dans les Règles de Compagnie de quatre Aſſociés, il peut manquer juſqu'à 3 deniers, & ainſi plus ou moins, ſelon la quantité des Aſſociés, il faut toujours ajouter les deniers reſtans de la diviſion des deniers; & partager la ſomme d'iceux par la ſomme totale des miſes, qui eſt le diviſeur commun, & il viendra juſte les deux deniers ou plus, s'ils manquoient, & ſans reſte, autrement la Règle ſeroit fauſſe.

On obſervera le même ordre pour la preuve des Règles de Compagnie à divers temps.

Il faudroit opérer de la même façon, s'il y avoit perte, au lieu de gain, mais ſouſtraire de chaque miſe ce qui viendroit de perte pour chacun, au lieu de l'ajouter.

Autre Queſtion.

Deux ont fait Compagnie, & ont gagné 4 livres 3 ſols 4 deniers, on demande le gain de chacun à raiſon de ſa miſe.

Le premier a mis	2 liv.	1 ſol	8	den.
Le deuxième	4	6	8	

Conſtruction de la Règle.

Dans cette Règle, il faut conſidérer que les miſes particulières ſont compoſées de livres, ſols & deniers, & le gain total auſſi; c'eſt pourquoi on réduira les 2 liv. 1 ſol 8 den. du premier Aſſocié en deniers, il viendra 500 deniers.

On réduira auſſi les 4 livres 6 ſols 8 deniers du ſecond en deniers, il viendra 1040 deniers.

Cela étant fait, on voit que le premier a mis 500 deniers, & le ſecond 1040 deniers, qui font en tout 1540 deniers, qu'il faudra mettre au premier terme des deux Règles de Trois; au ſecond terme on poſera 1000 deniers, provenus des 4 liv. 3 ſols 4 den. gain total, réduits auſſi en deniers; & au troiſième terme la miſe de chaque Aſſocié; & faiſant les deux Règles de Trois ſelon le précepte, il viendra pour le gain du premier Aſſocié 324 deniers, & reſte 1040; le ſecond Aſſocié aura de profit 675 deniers & reſte 500 deniers.

Puis ajoutant les deux gains particuliers, la ſomme ſera 999 deniers, & le gain total devoit être 1000 deniers, il manquera donc un den. mais ſi on ajoute les reſtes, la ſomme ſera 1540 que l'on diviſera par le même nombre, qui eſt le diviſeur commun, il viendra 1 den. qui parfera le nombre de 1000 den. comme veut la queſtion, & comme il ſe voit ci-deſſous.

Disposition de la Regle.

	den.	den.	den.		den.	reste
Si	1540	1000	500	R.	324	1040
Si	1540	1000	1040	R.	675	500

Somme des gains 999 d. 1540
Addition des restes 1 reste.

total 1000 den.

1540
——— (1 den.
1540

Avertissement sur la Règle de Compagnie.

S'il arrive que les mises particulières des Associés soient composées de livres & de sols, même quand il n'y auroit que la mise d'un seul Associé où il y eût des sols, & qu'il y ait aussi des livres & des sols au gain total, il faut tout réduire en sols, & opérer au surplus, selon le précepte de la Règle de Compagnie; par exemple, si on disoit:

Deux Associés ont fait Compagnie, & ont gagné 90 livres, 10 sols, ou 1810 sols, on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Le premier a mis	100 liv.	5 sols	ou 2005 sols.
Le second	125 liv.	10 sols	ou 2510 sols.
Somme des mises			4515 sols.

Ayant ainsi réduit le gain total & les mises particulières en sols, si l'on veut trouver le gain du premier, on dira:

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2005 sols.

Et pour trouver le gain du second.

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2510 sols.

Puis faisant les deux Règles de Trois, il viendra,

pour le premier 803 ſ. ou 40 liv. 3 ſ. & reſte 3505.
pour le ſecond 1006 ſ. ou 50 liv. 6 ſ. & reſte 1010.

Et pour la preuve, on obſervera ce que j'ai expliqué ci-devant.

Autre Queſtion ſur la Règle de Compagnie.

Trois ont fait Compagnie, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chacun à raiſon de ſa miſe.

A a mis	600 liv.
B	300
C	200
Somme des miſes	1100

On voit que la ſomme des miſes eſt 1100 livres & le gain 1000 livres. Enſuite pour donner à chacun des Aſſociés ce qui lui appartient de profit, on fera les trois Règles de Trois, comme il a été enſeigné.

Il faut obſerver, quand il y a des zeros au premier terme de la Regle de Trois, & au troiſième d'en retrancher autant de l'un que de l'autre ſans opérer par iceux; puis multipliant & diviſant ſelon le précepte, il viendra la même choſe que ſi on avoit multiplié & diviſé par tout le nombre: La raiſon eſt, que ſi on retranche des deux nombres autant de l'un que de l'autre, & que l'on diviſe le reſte par le reſte, le quotient ſera le même que ſi on diviſoit le tout par le tout, comme il ſe voit par la démonſtration & opération ſuivante.

On dira donc pour trouver le gain du premier qui a mis 600 livres.

Si 1100 liv. ont gagné 1000 livres, combien 600

Ou par abbréviation,

Si 11 liv. 1000 liv. 6 ſ.	℞.	545 liv.	9 ſ.	1 d.	$\frac{1}{11}$
Pour le ſecond:					
Si 11 liv. 1000 liv. 3	℞.	272	14	6	$\frac{6}{11}$
Pour le troiſième:					
Si 11 liv. 1000 liv. 2	℞.	181	16	4	$\frac{4}{11}$
		gain total 1000 liv.			

Ayant trouvé que le gain du premier étoit 545 liv. 9 ſols 1 den. $\frac{1}{11}$, pour trouver le gain du ſecond, j'en ai tiré la moitié, & pour avoir le gain du troiſième, j'ai tiré le tiers à cauſe de la proportion qu'il y a de 6 à 3, comme auſſi de 6 à 2, ce que l'on obſervera, lorſqu'il y aura abbréviation & proportion dans les nombres.

Autre Queſtion ſur la Règle de Compagnie.

Un Commiſſaire des vivres n'a que 2150 rations pour diſtribuer par jour à quatre Régimens, & il leur en devroit fournir 3130 rations, on demande combien il doit fournir de rations à chaque Régiment, au prorata de la quantité qu'ils devroient avoir ſelon l'Ordonnance.

Il faut premièrement conſidérer le nombre de ration que chaque Régiment devroit avoir.

Le premier doit avoir	850 rations.
Le ſecond	750
Le troiſième	700
Le quatrième	830

Le nombre des rations eſt 3130; mais comme il n'en a que 2150, il eſt queſtion de voir combien chaque Régiment doit avoir de rations au lieu de la quantité ci-deſſus : pour faire cette Règle, il faut dire comme à la Règle de Compagnie :

Si 3130 rations ſont réduites à 2150, à combien ſeront réduites les 850 rations du premier Régi-

ment, & ainſi des autres; ſaiſant les quatre Règles de Trois, comme à la Règle de Compagnie, il viendra :

pour le premier Régiment	583 $\frac{271}{313}$ rations.
pour le ſecond	515 $\frac{51}{313}$
pour le troiſieme	480 $\frac{160}{313}$
pour le quatrième	570 $\frac{40}{313}$
Preuve	2150 rations.

Et d'autant que le nombre des rations qui ſe trouvent pour chaque Régiment, ne ſuffit pas pour donner à chaque Soldat ce qui lui eſt ordonné pour ſa ration, il faut diminuer le poids de ladite ration.

Pour faire cette Règle, il faut ſuppoſer que la ration eſt de 24 onces; pour la diminuer, on dira par Règle de Trois :

Si 850 rations donnent 24 onces, combien les 583 $\frac{271}{313}$ rations du premier Régiment; faiſant la Règle de Trois, on trouvera au quotient 16 onces $\frac{152}{313}$ parties d'onces, il faut opérer de même pour les autres trois Régimens.

Autre Queſtion.

Trois Marchands Libraires ont entrepris l'impreſſion d'un livre qui contient 200 feuilles, duquel ils veulent faire imprimer 1000 exemplaires; on demande combien chacun doit payer pour la quantité d'exemplaires qu'il veut avoir pour ſa part de ladite impreſſion.

On ſuppoſe que le premier veut avoir 500 exemplaires, le ſecond 300, & le troiſième 200, pour ſçavoir ce que chaque Aſſocié doit payer, il faut voir premièrement à combien ſe monte ſa dépenſe, dont le bordereau ſuit :

400 rames de papier à 4 l. la rame, valent 1600 l.
200 feuilles à 8 l. la feuille pour l'impreſſion 1600
Pour le Privilége, aſſemblage, & autres frais 100

Dépenſe totale 3300 l.

Ayant trouvé que la dépenſe entière de l'impreſſion dudit Livre ſe monte à 3300 liv. pour ſçavoir combien chacun doit payer à raiſon de la quantité d'exemplaires ou volumes qu'il en veut avoir, on fera trois Règles de Trois, diſant pour trouver l'argent que doit payer le premier:

Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien
500 vol. qui eſt la part du premier: ℞. 1650 l.
Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien
300 vol. qui eſt la part du ſecond: ℞. 990
Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien
200 vol. qui eſt la part du troiſième: ℞. 660 l.

Preuve 3300 l.

Et ſi on veut ſçavoir à combien revient chaque volume, il faut diviſer les 3300 livres par 1000 vol. & il viendra 3 liv. 6 ſols pour la valeur de chaque volume.

Autre Règle de Compagnie pratiquée parmi les Financiers.

PLuſieurs traitent avec le Roi pour une ferme de 1200000 livres, poſons le cas qu'ils ſoient cinq, & qu'ils ayent financé chacun les ſommes qui ſuivent.

Le premier	200000		On demande pour quelle partie de la livre de 20 sols chacun sera intéressé à ladite Ferme.
Le second	400000		
Le troisième	300000		
Le quatrième	240000		
Le cinquième	60000		
Finance totale	1200000 liv.		

Pour faire cette Règle, il faut agir comme à la Règle de Compagnie ci-devant, posant 1200000 l. Finance totale aux premiers termes d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Associés; aux seconds termes 20 sols; & aux troisièmes la finance particulière de chaque Associé; & faisant l'opération, il viendra aux quatrièmes termes ce que l'on cherche, comme il se voit ci-après.

Exemple pour celui qui a financé 200000 l.
Si 1200000 liv. valent 20 sols combien 200000

Ou par abbréviation: en retranchant cinq zeros: Si 12 liv. valent 20 sols, combien 2 l.

Faisant l'opération, il viendra 3 sols 4 den. qui est $\frac{1}{6}$ de 20 sols & partant, on dira que le premier est intéressé au parti pour $\frac{1}{6}$.

On fera de même pour le second, disant:

Si 12 livres valent 20 sols, combien 4 liv. & faisant l'opération, il viendra 6 s. 8 den. qui est $\frac{1}{3}$, & ainsi on dira qu'il est d'un tiers au parti; ainsi du troisième, quatrième & cinquième, comme il se voit ci-après par la représentation des nombres que je répete.

Finances particulières.		Parties de 20 sols.		
Finance du premier	200000 liv.	3 sols	4 d.	ou $\frac{1}{6}$
du second	400000	6	8	$\frac{1}{3}$
du troisième	300000	5		$\frac{1}{4}$
du quatrième	240000	4		$\frac{1}{5}$
du cinquième	60000	1		$\frac{1}{20}$
Finance totale	1200000	20 sols.		

Ayant obſervé tout ce que ci-deſſus, il ſe trouve que le premier qui a financé 200000 liv. eſt pour $\frac{1}{6}$ au parti; le ſecond à cauſe de ſa finance pour $\frac{1}{3}$; le troiſième pour $\frac{1}{4}$; le quatrième pour $\frac{1}{5}$; le cinquième pour $\frac{1}{20}$.

Il reſte à voir ce qu'il faut obſerver pour partager le profit, s'il y en a.

Suppoſé, par exemple, qu'il y ait 600000 liv. de profit pour les Aſſociés, ſi on veut ſçavoir ce qui en appartient à chacun, à raiſon de la part qu'il a audit parti, comme ſi on veut ſçavoir ce qui appartient au premier qui eſt pour $\frac{1}{6}$.

Il faut tirer $\frac{1}{6}$ des 600000 liv.		il viendra 100000
pour le ſecond	$\frac{1}{3}$	il viendra 200000
pour le troiſième	$\frac{1}{4}$	il viendra 150000
pour le quatrième	$\frac{1}{5}$	il viendra 120000
pour le cinquième	$\frac{1}{20}$	il viendra 30000
		gain total 600000

Et ſi au lieu de gain, il y avoit de perte 600000 liv. alors il faudroit opérer de même façon que ci-deſſus, en tirant le ſixième, le tiers, le quart des 600000 liv. &c.

Autre exemple.

Mais ſi la finance de chaque Aſſocié étoit inconnue, & qu'il fût queſtion de la trouver; comme ſi quatre Particuliers vouloient prendre une Ferme du Roi de 400000 liv. & que le premier y dût entrer pour $\frac{1}{2}$, & le ſecond pour $\frac{1}{4}$, le troiſième pour $\frac{1}{5}$, & le quatrième pour $\frac{1}{20}$, on demande combien chacun doit financer à cette même raiſon.

Pour découvrir la finance de chaque Aſſocié, comme celle du premier, qui eſt pour $\frac{1}{2}$ ou 10 ſ. à l'égard de 20 ſols, il faut tirer la moitié de 400000 liv. qui eſt la finance totale, il viendra 200000 liv. qu'il doit payer pour ſa part.

Et pour avoir la finance du second, il faut tirer le quart des mêmes 400000 liv. il viendra 100000 liv. pour ce qu'il doit payer; ainsi des autres, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

	400000	Finance totale.
10 sols ou $\frac{1}{2}$	200000	Finance du premier Associé.
5 sols ou $\frac{1}{4}$	100000	Finance du second.
4 sols ou $\frac{1}{5}$	80000	Finance du troisième.
1 sol ou $\frac{1}{20}$	20000	Finance du quatrième.
Preuve	400000	

Ayant ainsi tiré $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{20}$ de la finance totale, si on ajoute les produits qui représentent les finances particulières, on trouvera les mêmes 400000 liv. & c'est la preuve.

Il faut noter que si l'on veut, on se servira de 12 den. pour dénoter le pied de la finance, aussi bien que de 20 sols, pourvu que les parties de tous les Associés composent justement 20 s. ou 12 den. car si elles étoient excessives ou défectueuses, il s'ensuivroit que la finance seroit aussi excessive ou défectueuse, ce qui seroit absurde.

Règle de Compagnie par tems.

DAns cette Règle la mise de chaque Associé est considérée, & le tems aussi; mais pour rendre égalité de la mise & du temps en un seul nombre, il faut multiplier la mise d'un chacun par son temps, puis ayant ajouté tous les produits, qui ont même force que si c'étoient des mises en temps égal, on en posera la somme totale au premier terme d'une Règle de Trois; au second terme on posera le gain, s'il y en a, ou la perte; & au troisième terme cha-

que produit particulier ; puis on fera autant de Règles de Trois qu'il y aura d'Aſſociés, opérant au ſurplus comme la Règle de Compagnie ſimple, ci-devant expliqué, pour trouver le gain ou la perte de chaque Aſſocié.

Exemple.

Trois ont fait Compagnie pour négocier, & ont gagné 132 livres, on demande le gain de chacun à raiſon de ſa miſe & de ſon temps.

	* Miſes particulières. *		† Produit des temps & miſes †
Le premier a mis	240	pour 6 mois	1440
Le ſecond	507	4	2068
Le troiſième	300	2	600
	Somme des produits.		4108

Il faut multiplier les miſes d'un chacun par ſon temps comme 240, miſe du premier, par 6 mois ; ainſi des autres, dont il vient trois produits, deſquels la ſomme totale eſt 4108, qu'il faut poſer au premier terme d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Aſſociés ; au ſecond terme il faut poſer 132 liv. qui eſt le gain total ; & au troiſième le produit & la miſe de chaque Aſſocié, & faiſant les Trois Règles de Trois, ou plus, s'il y avoit davantage d'Aſſociés, il viendra le gain de chacun ; comme il ſe voit ci-après.

Remarque. Dans cet endroit je me contenterai de mettre les trois Règles de Trois en diſpoſition, & d'en donner la réponſe au bout, ſans en faire l'opération, ſuppoſant que ceux qui en viennent juſqu'aux Règles de Compagnie, ont la connoiſſance de la Règle de Trois, & qu'ainſi s'ils ont la curioſité d'examiner le compte, ils ſe donneront la peine d'opérer la Règle ; on dira donc pour trouver le gain du premier :

	liv.		liv.		liv.		liv. s. d.	restes
Si	4108	gag.	132	comb.	1440	℞.	46. 5. 4.	3968
		Pour le second :						
Si	4108		132		2068	℞.	66. 8. 11	3964
		Pour le troisième :						
Si	4108		132		600	℞.	19. 5. 7.	284
				Somme des gains			131. 1910.	8216
				Il manque			2 den.	
				Preuve			132 l. 00	

8216
(2 den.
4108

L'addition ci-dessus fait connoître que la Règle est bien faite ; c'est pourquoi il n'est pas besoin de donner d'autre explication pour la preuve, attendu que cette preuve n'est point différente de celle que j'ai expliquée pour la Règle de Compagnie simple.

Il faut remarquer qu'en toutes les Règles de Compagnie, soit que le tems finisse à un tems préfix, ou qu'il soit anticipé par un de la Société, on soudra alors le compte ; & cela n'est autre chose que si le temps de la soude du compte étoit le temps préfix de l'association.

Autre Exemple.

Trois ont fait Compagnie ensemble pour 12 mois, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chacun à raison de sa mise & de son tems.

A a mis 700 livres, dont il a retiré 150 liv. au bout de 7 mois.

B a mis 1500 livres, dont il a retiré 450 liv. au bout de 5 mois.

C a mis 400 livres, & 5 mois après, il a encore remis 350 liv.

Pour donner à chacun ce qui lui appartient du profit à raiſon de ſa miſe & de ſon temps, il faut raiſonner pour chaque Aſſocié, comme il s'enſuit.

Multipliez les 700 livres que le premier a miſes par 7 mois, il viendra 4900, qu'il faut mettre à part, parce que les 700 liv. ont profité durant les 7 premiers mois.

Enſuite il faut ôter les 150 liv. qu'il a retirées des mêmes 700 liv. il reſtera 550 liv. qui ont demeuré le reſte du tems, qui eſt 5 mois : multipliant donc 550 par 5, il viendra 2750, qu'il faut ajouter à 4900, & la ſomme ſera 7650 livres pour la miſe du premier.

Pour trouver la miſe du ſecond, il faut conſidérer qu'il a mis 1500 liv. qui ont profité durant 5 mois : multipliez donc 1500 par 5, il viendra 7500, que l'on mettra à part ; & au bout des 5 mois il a retiré 450 liv. reſte donc 1050 liv. qui ont demeuré 7 mois dans la Société ; puis multipliant 1050 liv. par 7, il viendra 7350 liv. qu'il faut ajouter à 7500 ci-deſſus, & la ſomme ſera 14850 liv. pour la miſe du ſecond.

Enfin le troiſième a mis 400 liv. qui ont demeuré 5 mois : multipliez donc 400 par 5, il viendra 2000, qu'il faut garder à part : au bout des 5 mois il a encore remis 350 liv. tellement qu'ajoutant les 400 liv. premiers avec 350, la ſomme eſt 750 liv. qui ont profité durant les 7 derniers mois : multipliant donc 750 par 7, il viendra 5250 ; puis ajoutant les 2000 trouvées ci-devant, avec les 5250 ci-deſſus, le tout ſera 7250 livres pour la miſe du troiſième.

Ayant obſervé tout ce qui eſt dit ci-deſſus, & trouvé la miſe de chaque Aſſocié, ſçavoir :

7650 liv.	pour le premier.
14850	pour le second.
7250	pour le troisiéme
29750 liv.	qui est la somme totale des mises.

Pour trouver le gain de chaque Associé à proportion du gain total, qui est 1000 liv. il faut faire trois Regles de Trois, comme il a été enseigné dans les Règles de Compagnie ci-devant, à cause qu'il y a trois Associés, posant au premier terme la mise totale qui est 29750 livres, au deuxième 1000 livres gain total, & au troisième les mises particulières de chaque Associé.

Comme si on demandoit le gain du premier Associé, duquel la mise est 7650 liv. on dira:

Si 29750 liv. ont gagné 1000 l. combien 7650 liv. Faisant l'opération, il viendra au quatrième terme ce que l'on cherche pour le gain du premier. On observera le même ordre pour trouver le gain du second, & de même pour trouver le gain du troisième.

Ceux qui seront curieux de voir la réponse, se donneront la peine de faire les trois Règles de Trois par le moyen desquelles ils verront le profit de chaque Associé.

Quiconque aura bien pris garde à mon explication touchant les Règles de Compagnies usitées ordinairement entre les Négocians, tant simples ou en même-temps, qu'à divers tems, résoudra aisément celles qui lui seront proposées de cette même sorte.

Pour les Règles de Compagnie qui contiennent des circonstances extraordinaires dans leur proposition, & qui sont plutôt de curiosité que de nécessité; & pour donner envie aux curieux de pénétrer dans les nombres, afin d'en découvrir la

beauté, il s'en verra plusieurs dans le Questionnaire que j'espère donner à la fin de mon Livre, c'est pourquoi je n'en parlerai pas plus amplement en ce lieu.

On a vu ci-dessus de quelle manière les Sieurs R** & B*** ont critiqué la Règle d'escompte : on va voir qu'ils n'ont pas mieux réussi, en critiquant la Règle de Compagnie par temps.

On ne discutera point ici toutes les raisons des Sieurs Roslin, Lespart, Experts pour les comptes & calculs, Boulanger & Maget des Islettes ; ce dernier dit qu'il n'a jamais vu pratiquer la Règle de Compagnie par temps : on se contentera seulement d'indiquer les Journaux de Verdun, pour que ceux qui voudront se donner la peine de les lire, sçachent comment ces Messieurs vouloient bannir à jamais la Règle de Compagnie par temps de tous les Livres d'Arithmétique, comme inutile, impraticable & usuraire ; il faut néanmoins en excepter M. Boulanger, qui s'opposa au bannissement, mais toujours impraticable dans le sens de M. le Gendre.

Il ne faut pas oublier M. de la Barre, qui dirigeoit les mémoires des ennemis de la Règle en question. Le sieur Faure lui en fit des reproches, de même que sur sa partialité ; aussi eut-on soin de dire dans le Journal de Février 1738, page 108, qu'il faut écouter M. Roslin qui se défend lui-même.

Voici les Journaux qui condamnent la Méthode de Messieurs le Gendre, Baresme, le P. Prester, le Pere Renaud, &c. c'est-à-dire, tous les Auteurs qui ont traité de cette Règle.

Journaux de Verdun, Septembre 1736, pag. 185, Février, page 107, Avril, page 256, & Mai 1738, page 343.

Voici ceux où sont insérés les Mémoires du sieur

Faure, pour la défense de ladite Règle; Décembre 1737, page 427, Mars, page 189, Août, page 157, & Septembre, 1738, pag. 236.

Pour prouver que la Règle de Compagnie par temps ne doit point être bannie des Livres d'Arithmétique, on va former ici deux demandes avec leurs réponses & leurs objections.

Première Demande.

On demande, s'il n'y a jamais eu de Compagnie par tems en France: Il me semble qu'on entend déja les Adversaires de cette Règle dire, non.

On répond, que les Rentes sur l'Hôtel-de-Ville de Paris, sur le Bazacle, Moulin sur la Garonne à Toulouse, la Compagnie des Indes, les emprunts du Clergé de France, & ceux des Communautés de Paris, sont des Compagnies par tems, où tous les Etats du Royaume reçoivent chacun selon sa mise & son tems.

Opération.

Mais, diront les Adversaires de la Compagnie par tems, on ne retire pas sa mise quand on veut: Cela est vrai généralement parlant, cependant on fait des rembourfemens à l'Hôtel-de-Ville de Paris depuis vingt-quatre à vingt-cinq ans, soit en Loteries, ou par d'autres voies que tout Paris connoît. On peut encore vendre son contrat; les Diocèses de Clermont en Auvergne, & de Poitiers, font des rembourfemens depuis trois à quatre ans. (nous sommes en 1759.) Il y a des Communautés à Paris qui font des rembourfemens, quand il y a de l'argent dans leurs coffres. On peut encore être rembourfé de ses Actions sur la Compagnie des Indes fort facilement, en vendant ses Actions & dixième d'Actions, quelquefois même on y gagne. On a donc des Compagnies par tems en France.

Seconde Demande.

On demande, s'il y a usure à mettre son argent en

rentes ſur la Ville, au Moulin de Bazacle, à la Compagnie des Indes, de prêter de l'argent au Clergé, & aux Communautés de Paris.

Réponſe. On a conſulté des Docteurs qui ont dit, qu'il n'y avoit point uſure, lorſque le Roi l'avoit permis & fixé le denier.

Il s'agit à préſent de voir, ſi on peut appliquer la méthode dela Règle de Compagnie par tems, ſur les rentes de l'Hôtel-de-Ville, pour en démêler les intérêts qui ſeroient confondus entre pluſieurs Particuliers, pour cet effet on forme la Règle ſuivante.

Un particulier étant chargé de recevoir les rentes de Maſion, Saurin & Crommelin; ce Particulier étant mort, on a trouvé un billet, par lequel il eſt dit: Que 400 livres comprennent l'intérêt de trois mois au principal de 4000 liv. appartenant à Maſion, l'intérêt de ſix mois au principal de 5000 liv. appartenant à Saurin, & l'intérêt de neuf mois au principal de 6000 livres appartenant à Crommelin. On demande ce que doivent avoir Maſion, Saurin & Crommelin, eu égard à leur tems & à leur remiſe.

Il faut multiplier 4000 liv. de Maſion par trois mois, il viendra 12000 livres; 5000 liv. de Saurin par 6 mois, on aura 30000 liv. & 6000 livres de Crommelin par 9 mois, on aura 54000 livres; ces trois principaux multipliés par leurs miſes étant ajoutés enſemble font 96000 livres, qu'il faut poſer pour premier terme de trois Règles de Trois; le gain 400 livres ſera le deuxième, & les miſes multipliées par leur tems ſera le troiſième, comme on voit ci-après.

Si 96000 gag. 400 l. comb. 12000. R℞. 50 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 30000. R℞. 125 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 54000. R℞. 225 l.

Ayant fait les trois Règles, il eſt venu pour Ma-

sion 50 livres, pour Saurin 125 livres, & pour Crommelin 225 livres. Voici comme on doit raisonner, pour sçavoir si Masion, Saurin & Crommelin retirent sûrement chacun ce qui leur doit revenir sur les 400 liv.

On dit, si Masion retire 50 livres pour 3 mois, c'est 200 livres par an, par conséquent il faut diviser 4000 livres par 200, ou aura 20 au quotient, c'est-à-dire, que ses 4000 liv. lui ont porté intérêt au denier 20.

Si l'argent du premier a profité au denier 20, celui des autres à dû profiter au même denier. 5000 livres au denier 20 donnent 250 livres par an ; mais comme 5000 n'ont été que 6 mois, il faut prendre la moitié de 250, qui est 125 pour la part de Saurin ; on dira encore 6000 livres de Crommelin doivent rapporter 300 livres par an, & comme son argent n'a resté que neuf mois qui est les trois quarts de l'année, il doit avoir les trois quarts de 300 livres, qui font 225. On voit par l'opération qu'on vient de faire, que l'argent des trois Associés a profité au même denier. La Règle de Compagnie par tems n'est donc pas impraticable, usuraire ni inutile. Voilà ce que M. Roslin & ses Adhérens n'ont pas compris.

De ce qui vient d'être dit on conclut, qu'on peut pratiquer la Règle de Compagnie par tems entre Négocians & autres, & même on doit la préférer, lorsqu'on fait une Société pour acheter une seule fois une certaine quantité de marchandises, & qu'à mesure qu'on les vend, l'argent reste dans la caisse jusqu'à la fin de la Société ; alors il est plus avantageux aux Associés de rembourser ceux qui sont pressés d'argent, lorsqu'il y en a dans la caisse, que de ne le pas faire ; leur argent profite ailleurs, sans faire tort à ceux qui ne retirent pas le leur, comme on le verra ci-après.

Voici l'énoncé de M. Roſlin inſéré dans le Journal de Verdun, Septembre 1736, page 185.

« Trois, dit-il, ont fait Compagnie le premier » Janvier 1729, pour acheter des marchandiſes, » Maſion a mis 4000 livres pour trois mois, diſant » qu'il auroit droit de retirer au bout de ce tems; » ce qu'il a fait. Saurin a mis 5000 livres pendant » ſix mois; Crommelin a mis 6000 livres qui ont » été ſous le Commis de la Compagnie pendant neuf » mois. Il y a 9000 livres de gain pour les neuf » mois; il ajoute, ſuivant ſon compte, que cela » fait 3000 liv. tous les trois mois : On demande la » part de chaque à proportion de ſon tems & de ſa » miſe.

» Il eſt évident, dit-il encore, que lorſqu'il y a » trois mois d'expirés, Maſion qui n'a mis que pour » ce tems, doit dire pour ſe faire rendre juſtice, » voyons le gain ou la perte, car mon tems eſt » fini; faites mon compte..... Et plus bas il fait » trois Règles de Trois en cette ſorte :

» Si 15000 liv. 3000 liv. 4000 liv. ℞. 800
» Si 15000 liv. 3000 liv. 5000 liv. ℞. 1636 $\frac{7}{11}$
» Si 15000 liv. 3000 liv. 6000 liv. ℞. 3000

» Nous voyons, dit-il, que Maſion doit avoir » 800 livres pour ſes trois mois, & qu'il ſe retire.

Voici Maſion qui parle à M. Roſlin, & qui lui dit : Ce n'eſt pas-là mon compte, nous avons gagné 3000 livres en trois mois, c'eſt pour moi 800 liv. cela eſt vrai, je ne veux point retirer ma miſe à ce prix-là, j'entens partager avec la même proportion, tant dans l'argent qui eſt dans la caiſſe, que dans les marchandiſes qui ne ſont pas vendues, nous ſommes à tems égal, ainſi nous partagerons tous à proportion de nos miſes. Lorſque je me ſuis aſſocié, j'ai entendu partager à proportion de ma miſe

& de mon tems ſur tout le gain, ou la perte: Mes marchandiſes ſeront vendues auſſi-bien que les vôtres; faiſons un bilan général tout-à-l'heure. On demande à M. Roſlin, ſi ce n'eſt pas la juſtice que Maſion demande. Si Maſion avoit acheté des marchandiſes pour ſes 4000 livres, il auroit gagné 2400 livres, pendant que M. Roſlin ne lui donne que 800 liv.

Or pour ne commettre point d'injuſtice, il faut dire par Règle de Trois, après avoir multiplié chacune par ſon tems:

Si 96000 gag. 9000 comb. 12000 ℞. 1125
Si 96000 gag. 9000 comb. 30000 ℞. 2812 $\frac{1}{2}$
Si 96000 gag. 9000 comb. 54000 ℞. 5062 $\frac{1}{2}$

Pour prouver que les Aſſociés gagnent dans la même proportion que les rentes de la Ville, on fait la Règle ſuivante:

Si 400 livres donnent 50 livres pour Maſion, combien 9000 liv. lui donneront-ils. ℞. 1125.

Si 400 livres donnent 125 livres pour Saurin, combien 9000 liv. lui donneront-ils. ℞. 2812 $\frac{1}{2}$.

Si 400 livres donnent 225 liv. pour Crommelin, combien 9000 liv. lui donneront-ils. ℞. 5062 $\frac{1}{2}$.

Voilà ſans injuſtice ce que chaque Aſſocié doit avoir pour ſa part, & non 800 liv. pour Maſion que lui donne M. Roſlin.

Pour finir la défenſe de la Règle de Compagnie par tems, on va faire la même queſtion à tems égal. Alors mettant enſemble les miſes 4000 liv. 5000 liv & 6000 livres, on a 15000 liv. pour premier terme de chaque Règle de Trois, le gain 9000 liv. au ſecond, & la miſe de chaque Particulier au troiſième.

Si 15000 gag. 9000 comb. 4000. R. 2400
Si 15000 gag. 9000 comb. 5000. R. 3000
Si 15000 gag. 9000 comb. 6000. R. 3600

On a dit plus haut, qu'il étoit avantageux au bout de trois, ou de six mois, de rembourser, lorsqu'il y a de l'argent dans la caisse. Crommelin sert ici d'exemple, au lieu de $5062\frac{1}{2}$ livres, il n'a que 3600 livres, & Masion au lieu de 1125 livres, il a 2400 livres.

On croit en avoir assez dit pour faire revenir M. Roslin de son erreur; quand il voudra, on lui fournira encore d'autres preuves.

Il ne reste plus qu'à faire connoître la raison par laquelle on doit multiplier la mise par le tems, pour résoudre les Règles de Compagnie par tems.

Quand on multiplie la mise par le tems, le produit qui en résulte gagne autant dans un mois que celui qu'on a multiplié gagne pendant son tems.

Exemple.

Si 4000 livres gagnent une somme au denier 20 pendant trois mois, 12000 livres qui est le produit de 4000 livres par trois mois gagnera autant au même denier; pendant un mois : 4000 au denier 20 gagnent 200 livres par an, pour trois mois c'est 50 liv 12000 livres au même denier gagnent 600 livres par an, pour un mois c'est 50 livres.

Si 5000 livres au denier 20 gagnent en six mois 125 livres, 30000 livres qui est le produit de 50000 livres multipliées par 6 mois, gagnent autant en un mois; 30000 au denier 20 gagnent 1500 liv. par an, donc pour un mois c'est 125 livres.

Si on multiplie encore 6000 liv. par 9 mois, on aura au produit 54000 livres qui gagneront autant en

un mois, que 6000 liv. en 9 mois, l'un & l'autre, au même denier 20.

Ce qui prouve que Masion ayant mis 4000 livres pour trois mois, c'est comme s'il avoit mis 12000 liv. pour un mois.

Saurin ayant mis 5000 liv. pour six mois, c'est comme s'il avoit mis 30000 liv. pour un mois.

Et enfin Crommelin ayant mis 6000 livres pour neuf mois, c'est comme s'il avoit mis 54000 liv. pour un mois.

On voit par ce dernier raisonnement, que le temps étant égal pour les trois Associés, on doit dire:

Si 9600 mises des Trois Associés gagnent 9000 livres, combien 12000 mise de Masion. ℞. 1125 livres; ainsi des autres.

DU MARC OU SOL LA LIVRE,

Et de son usage.

Pour le département des Tailles, Subsistances, Décimes, ou autres deniers à imposer, ou à diminuer; comme aussi pour faire une discussion de banqueroute.

POur imposer une somme de deniers au marc la livre à plusieurs proportionnellement, il faut premièrement chercher ce que doit porter une livre à l'égard de la somme qui est à imposer, ou diminuer; ce qui se fait par une Règle de Trois, posant au premier terme la somme principale sur

laquelle on veut impofer; au fecond terme la fomme à impofer, & au troifième une livre ou 20 fols, & faifant la Règle de Trois felon fon précepte, il viendra au quatrième terme ce que doit porter une livre.

Par exemple, fuppofé qu'il ait été ordonné au Confeil du Roi qu'il fera levé l'année préfente la fomme de 1200000 liv. d'augmentation plus que l'année paffée fur fes Sujets contribuables aux Tailles; on demande combien chacun doit payer de cette recrue, au prorata de ce qu'il a payé la dernière année.

Il faut premièrement diftribuer ladite fomme de 1200000 liv. à toutes les Généralités du Royaume, la part de chaque Généralité à fes Elections, la part de chaque Election à fes Paroiffes, & la part de chaque Paroiffe aux Habitans d'icelle.

Pour faire cette Règle, il faut mettre en ordre d'Addition les fommes que chaque Généralité a payées l'année dernière, dont je fuppofe la fomme totale être 9600000, puis dire :

Si 9600000, qui eft la fomme principale, portent 1200000 de recrue, combien portera 1 livre ou 20 fols: faifant la Règle, on trouvera 2 fols 6 deniers pour liv.

Pour preuve, multipliez 9600000 livres par 2 fols 6 den. qui eft $\frac{1}{8}$ de 20 fols, il viendra 1200000 liv. qui eft la recrue.

Et ainfi on voit que 2 fols 6 den. eft le pied fur lequel on doit faire l'impofition des 1200000 livres fur chaque Généralité.

Par exemple, fi la Généralité de Paris avoit payé l'année dernière 1500000 pour fa taxe, on demande ce qu'elle doit payer de cette recrue: il faut tirer le huitième de 1500000 liv. à caufe des 2 fols 6 den. pour livre, il viendra 187500 livres pour fa part de ladite recrue.

Il

Il faut faire le même pour trouver la taxe de toutes les autres Généralités, puis faisant addition de toutes les taxes particulières, la somme totale d'icelles doit être égale à la recrue. Je laisse à la discrétion du Lecteur d'établir les sommes de chaque Généralité, desquelles est composée la somme principale, qui est 9600000 liv. ci-dessus.

Si la somme à imposer de nouveau étoit toujours quelque partie régulière de la somme principale sur laquelle on la veut imposer, sçavoir, la quatrième partie, la cinquieme, la sixième, la huitième, la douzième, la seizième, &c. comme dans l'exemple ci-dessus, où la recrue, qui est 1200000 livres, est la huitième partie de 9600000 livres, somme principale; en ce cas, il n'y a qu'à tirer cette même partie, sçavoir, le huitième de toutes les taxes particulières l'une après l'autre, comme il se voit dans l'exemple ci-après, dont je ferai l'opération entière.

Exemple d'un département d'une Généralité sur ses Elections.

Supposé qu'une Généralité composée de huit Elections paya l'année dernière 695844 l. pour somme principale, & que l'on lui envoie une recrue de 57987 livres, on demande combien chaque Election doit payer pour sa part de cette recrue.

Taxes particulières des Elections.

La première Election a payé	96000 liv.
La deuxième	87566
La troisième	56789
La quatrième	107567
La cinquième	96000
La sixième	87566
La septième	56789
La huitième	107567
Somme principale	695844

Ayant fait l'Addition ci-dessus, si on veut trouver ce que chaque Election doit porter pour sa part de sa recrue, il faut dire par Règle de Trois:

Si 695844 liv. portent 57987 liv. combien 20 sols — 20 sols.

```
                         1159740
463896
1159740                  5566782
---------  (1 sol  ----------------  (8 den.
695844                   695844
```

Rꝛ. 1 sol 8 den. pour la valeur de la livre, ou 20 sols, qui est le pied sur lequel on doit se régler pour faire la distribution ou repartiment.

Pour preuve que le pied ci-dessus est bon, il faut multiplier 695844 livres, somme principale, par 1 sol 8 deniers, en tirant le douzième; parce que 1 sols 8 deniers est la douzième partie de 20 sols, il viendra 57987 livres, qui est la recrue & la preuve.

Maintenant ſi on veut trouver ce que chaque Election doit porter de la recrue ci-deſſus, qui eſt 57987 livres.

Il faut multiplier la taxe particulière de chaque Election par 1 ſol 8 den. en tirant le douzième de ladite taxe, comme ci-deſſus, & ce qui viendra au produit ſera la part de la recrue de chaque Election, comme il ſe voit ci-deſſous par l'opération de la Règle entière.

Opération entière de la Régle.

Elections.	Taxes anciennes.		Taxes de la recrue.			
1	* 96000	eſt	8000	liv.		
2	87566	eſt	7297	3	ſols	4
3	56789	eſt	4732	8		4
4 Le douziè-	107567	eſt	8963	18		4
5 me*	96000	eſt	8000			
6	87566	eſt	7297	3		4
7	56789	eſt	4732	8		4
8	107567	eſt	8963	18		4
Somme prin.	695844	recrue	57987	liv.		

Remarque. Mais ſi la ſomme à impoſer n'eſt pas juſtement une partie régulière de 20 ſols à l'égard de la ſomme principale ſur laquelle on veut faire l'impoſition; comme ſi on vouloit impoſer 42793 livres 16 ſols 8 deniers ſur une Election qui payoit l'année dernière 256788 livres, & que l'on voulut ſçavoir ce qu'elle doit payer pour ſa part de cette nouvelle impoſition, pour trouver le pied de la livre, il faut dire comme ci-devant par Règle de Trois:

Si 256788 liv. portent de recrue 42793 livres 16 ſols 8 deniers, combien 20 ſols.

Opération.

Si 256788 liv. 42793 liv. 16 ſ. 8 d. combien 20 ſ.
20

855876 ſols den.

85512 par 12		255788	
855876	(3 ſols	1026152	(3 den.
256788		256788	

Ayant fait l'opération, il eſt venu 3 ſols 3 den. pour livre, & reſte 255788 den. qui ne ſe peuvent diviſer.

Mais d'autant qu'il ne faut pas négliger ce reſte qui eſt une fraction de deniers fort approchante de l'entier, attendu que le reſte ſuſdit n'eſt différent du diviſeur que de 1000 deniers qui valent 4 livres 3 ſols 4 den. il faut prendre le reſte pour 1 denier, partant ſi l'on impoſe ſur le pied de 3 ſols 4 deniers pour livre, on impoſera 4 liv. 3 ſols 4 deniers plus que ladite recrue, leſquels 4 livres 3 ſols 4 deniers ne ſont pas conſidérables, d'autant qu'il eſt facile d'ôter à l'œil ces 4 livres 3 ſols 4 deniers ſur toutes les Elections à proportion de leurs taxes, pour faire la balance du compte de la recrue, au lieu que ſi on impoſoit ſur un moindre pied, comme ſur 3 ſols 3 den. $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$, le compte ne ſe trouveroit pas aſſez fort, ou ſi on impoſoit préciſément ſelon la fraction de denier, l'opération en ſeroit trop pénible, c'eſt pourquoi il faut chercher le pied le plus approchant de l'entier que l'on peut, & ſuppléer ou ajouter le manque au produit de la Multiplication, ou diminuer à l'œil ſur chaque contribuable ce qui ſe trouvera de plus, en prenant un denier entier au lieu d'une fraction.

Preuve.

Pour preuve que l'impoſition ſera trop forte de 4 livres 3 ſols 4 deniers, ſi l'on impoſe ſur ledit pied de 3 ſols 4 deniers pour livres, multipliez la ſomme principale, qui eſt 256788 livres, en tirant le ſixième, parce que 3 ſols 4 deniers eſt le ſixième de 20 ſols, il viendra 42798 livres, & il ne devoit venir que 42793 liv. 16 ſols 8 den.

Et ſi au contraire on multiplie la même ſomme principale par 3 ſols 3 deniers $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$, il viendra ſeulement 42664 livres 5 ſols 1 denier $\frac{1}{2}$, & il devroit venir 42793 livres 16 ſols 8 deniers, partant il viendra 129 livres 11 ſols 6 deniers $\frac{1}{2}$ moins que la recrue, comme il ſe voit par les opérations ſuivantes.

256788 liv. à multip.		256788 liv.		
par 3 ſols 4 den.	par	3 ſols 3 $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{4}$ 42798 liv.		25678 liv.	16 ſols.	
il faut ôter 4 liv. 3 ſ. 4 d.		12839	8	
		3209	17	
reſte 42793 l. 16 ſ. 8 d.	pour $\frac{1}{2}$	534	19 ſ.	6 d.
	pour $\frac{1}{4}$	267	9	9
	pour $\frac{1}{8}$	133	14	10 $\frac{1}{2}$
		42664 liv.	5 ſ.	1 $\frac{1}{2}$

Mais ſi je veux encore tirer la moitié du produit du $\frac{1}{8}$, & encore la moitié de la moitié ; & ainſi tant que je voudrai de partie de partie, je trouverai mon compte fort approchant de la recrue, peu plus ou moins, pour faire quelque impoſition que ce ſoit, de grandes ſommes ou petites.

Ce que deſſus étant bien entendu, & le pied de l'impoſition étant aſſuré ; pour ce que chaque livre doit porter par la preuve que j'en viens de faire à plus ou à moins, ſi on veut donner à chaque Elec-

tion ce qu'elle doit porter de la recrue, on multipliera ſa taxe dernière par le pied trouvé ; & toutes les multiplications étant faites, il faut faire addition de tous les produits qui repréſentent les taxes nouvelles de la recrue, la ſomme d'iceux doit être égale à la recrue, mais plus ou moins quelque choſe, ſelon le pied plus fort ou plus foible que l'on aura trouvé, & établi pour la valeur de chaque livre, obſervant pour faire quadrer le compte, de rejetter s'il ſe trouve plus, ou d'ajouter s'il ſe trouve moins, comme je l'ai enſeigné ci-devant.

Tout ce que deſſus ſe doit entendre quant à l'uſage de Meſſieurs les Commis des Intendans des Finances, qui n'ont à répartir une recrue que d'une Généralité ſur ſes Elections, leſquelles peuvent être au nombre de 12, 14, 16, 18, 20, &c. c'eſt pourquoi ayant trouvé un pied pour livre plus fort ou plus foible de peu de choſe, il ne faut que multiplier la taxe dernière de chaque Election par la valeur de la livre, & ajoutant les produits de toutes les multiplications, la ſomme des produits eſt la recrue plus ou moins peu de choſe, qu'il faut ôter ou ajouter, comme il a été enſeigné.

Cela ſuppoſé entendu, s'il eſt queſtion d'impoſer enſuite la part de la recrue de chaque Election ſur ſes Paroiſſes, qui ſeront peut-être au nombre de 130, ou plus ou moins, s'il y échet, ou même d'une Paroiſſe ſur ſes Habitans qui ſeront peut être auſſi 150, ou plus ou moins, alors il eſt néceſſaire de trouver ce que doit porter une livre, comme ci-deſſus, même 1 ſol, comme auſſi 1 den. lequel pied doit être juſte, ni trop fort, ni trop foible, afin de pouvoir ſur icelui dreſſer un Tarif exact, par le moyen duquel, ſans faire aucune multiplication, on pourra recueillir les parties proportionnelles, qui étant ajoutées donneront la ſomme que chaque contri-

buable doit payer pour ſa part de la recrue. C'eſt de quoi il ſera parlé ci-après.

De la manière de dreſſer un Tarif, & de ſon uſage.

LE Tarif ſert à départir une ſomme de deniers proportionnellement à une grande quantité d'autres ſommes.

Comme ſi on diſoit : Une Election payoit l'année dernière 216000 livres de Tailles, & le Roi ayant ordonné qu'il ſoit levé une ſomme de deniers ſur les contribuables aux Tailles, il ſe trouve que cette Election eſt taxée par ſa commiſſion à 25920 livres pour ſa part de la recrue, il eſt queſtion de dreſſer une Table proportionnelle que l'on appelle Tarif, pour faire la diſtribution de cette recrue aux Paroiſſes de ladite Election, & de la recrue des Paroiſſes aux Habitans d'icelles.

Avertiſſement.

Quoique dans la ſomme principale & dans la recrue ci-deſſus dont il eſt queſtion, il n'y ait point de ſols ni de deniers, néanmoins il ne faut pas laiſſer d'établir la valeur d'un denier dans la Table dudit Tarif que l'on veut dreſſer, parce qu'il peut arriver qu'il y aura des ſols & deniers aux ſommes particulières dont cette ſomme principale, ou telle autre que l'on voudra propoſer, ſera compoſée.

Pour donc commencer à dreſſer le Tarif, il faut poſer tous les deniers depuis 1 juſqu'à 11, & les ſols depuis 1 juſqu'à 10, négligeant les autres juſqu'à 19, parce qu'ils ſont compris depuis 1 juſqu'à 10.

Il faut auſſi poſer les livres depuis 1 juſqu'à 10; puis écrire 20, 30, 40, &c. les autres nombres de ſuite juſqu'à 100, & conſécutivement 200, 300, 400, &c. juſqu'à 1000, puis 2000, 3000, &c. juſqu'à 10000; enfin 20000, 30000, &c. ou juſqu'au plus grand nombre qu'il ſera beſoin.

Cela étant fait, il faut poſer au-devant de chaque nombre ſa partie proportionnelle, par exemple, à l'égard d'un denier, d'un ſol, d'une livre, de 100 livres.

Mais il faut remarquer que c'eſt à celui qui dreſſe le Tarif, de juger par quelle partie il doit commencer; par exemple, s'il y a des livres, ſols & deniers aux ſommes particulières, il faut commencer par la partie proportionnelle de 1 denier, & enſuite par celle d'un ſol, & après par celle d'une livre.

Et d'autant que d'ordinaire, quand il y a pluſieurs ſommes ſur leſquelles on veut impoſer, comme les ſommes des Paroiſſes d'une Election, & celles des Habitans d'une Paroiſſe, il y en a quelques-unes compoſées de livres, ſols & deniers, par cette raiſon j'eſtime, ſi l'on veut faire le département tout juſte, qu'il faut commencer à établir premièrement la valeur d'un denier, qui ne peut être qu'une fraction, & poſer cette fraction au-devant d'un denier, comme dans l'exemple ci-deſſus, où la partie proportionnelle d'un denier eſt $\frac{25920}{216000}$ livres, ou par réduction à plus petits nombres $\frac{3}{25}$, d'autant qu'il faut toujours éviter d'opérer par de grandes fractions, quand on en peut trouver de petites qui faſſent la même valeur; on poſera donc $\frac{3}{25}$ vis-à-vis d'un denier.

Et pour avoir la partie proportionnelle de 2 den. il faut doubler $\frac{3}{25}$, il viendra $\frac{6}{25}$, que l'on poſera vis-à-vis de 2 deniers, & vis-à-vis de 3 den. on poſera $\frac{9}{25}$ & ainſi en continuant juſqu'à 1 ſol, où il ſe

trouve $\frac{36}{25}$ qui valent 1 den. & $\frac{11}{25}$ que l'on posera au-devant d'un sol.

Au-devant de 2 sols on posera le double; sçavoir, 2 deniers & $\frac{22}{25}$; au-devant de 3 sols, le triple de la valeur d'un sol, & ainsi de suite jusqu'à 10 sols, ou jusqu'à 20 sols, qui sont 1 livre, si l'on veut, parce que le double de 10 sols donne la valeur de 20 sols, sçavoir, 2 sols 4 deniers $\frac{4}{5}$, que l'on posera vis-à-vis d'une livre.

Pour 2 livres on doublera 2 sols 4 den. $\frac{4}{5}$, il viendra 4 sols 9 deniers $\frac{3}{5}$, & ainsi de suite jusqu'à 10 liv. & de 10 liv. jusqu'à 100 liv. & de 100 liv. jusqu'à 1000 liv. & de 1000 liv. jusqu'à 10000 liv. & de 10000 liv. jusqu'à 100000 livres, ainsi de suite jusqu'à plus grand nombre, s'il est besoin, comme il se voit par l'opération du Tarif dans la page qui suit.

Preuve du Tarif.

Pour prouver que le Tarif est bien dressé, il faut poser la somme principale à la fin du Tarif, & ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale, qui est 216000 livres, & icelles posées au-devant, la somme desdites parties proportionnelles doit être égale à la recrue qui est 26920 liv.

Quoique dans les parties proportionnelles de la somme principale dont il est question, il ne se trouve point de sols, ni de deniers, ni même aucune fraction de deniers, néanmoins il se peut faire qu'il y en aura dans les sommes particulières desquelles elle est composée; c'est pourquoi il est à propos de dresser le Tarif, en commençant par la valeur d'un denier, comme étant le chemin le plus assuré pour faire son imposition toute juste.

Table du Tarif.

Principal.			Parties proportionnelles.		
1	den.	porte		o den.	$\frac{3}{25}$
2					$\frac{6}{25}$
3					$\frac{9}{25}$
4					$\frac{12}{25}$
5					$\frac{15}{25}$
6					$\frac{18}{25}$
7					$\frac{21}{25}$
8					$\frac{24}{25}$
9				1 den.	$\frac{2}{25}$
10				1	$\frac{5}{25}$
11				1	$\frac{8}{25}$
1	ſol	porte		1	$\frac{11}{25}$
2				2	$\frac{22}{25}$
3				4	$\frac{8}{25}$
4				5	$\frac{19}{25}$
5				7	$\frac{5}{25}$
6				8	$\frac{16}{25}$
7				10	$\frac{2}{25}$
8				11	$\frac{13}{25}$
9			1 ſol.	0	$\frac{24}{25}$
10			1	2	$\frac{2}{5}$
1	liv.		2	4	$\frac{4}{5}$
2			4	9	$\frac{3}{5}$
3			7	2	$\frac{2}{5}$
4			9	7	$\frac{2}{5}$

Principal.		Parties proportionnelles.		
5 l. porte		12 ſols	o	
6		14	4	$\frac{4}{5}$
7		16	9	$\frac{3}{5}$
8		19	2	$\frac{2}{5}$
9	1 l.	1	7	$\frac{1}{5}$
10		1 liv.	4	ſ.
20		2	8	
30		3	12	
40		4	16	
50		6		
60		7	4	
70		8	8	
80		9	12	
90		10	16	
100		12		
200		24		
300		36		
400		48		
500		60		
600		72		
700		84		
800		96		
900		108		
1000		120		
2000		240		

Principal.	Parties proportionnelles.
3000	360
4000	480
5000	600
6000	720
7000	840
8000	960
9000	1080
10000	1200
20000	2400
30000	3600
40000	4800
50000	6000
60000	7200
70000	8400
80000	9600
90000	10800
100000	12000

200000 l. porte	24000
10000	1200
6000	720
216000	25920

On voit que les parties proportionnelles de la somme principale rapportent juste la recrue, & c'est la preuve.

* Ayant ainsi dressé la Table du Tarif, si on veut savoir combien une Paroisse qui payoit l'année dernière 1568 livres 16 sols 8 den. doit payer cette année pour sa part de la recrue proposée.

Il faut prendre les parties proportionnelles qui sont à l'endroit de 1000, de 500, de 60 & de 8 livres & encore vis-à-vis de 10 sols & de 6 sols, & de 8 deniers, comme il se voit par l'opération ci-après, & ajoutant lesdites parties proportionnelles en une somme, ce qui viendra sera la taxe de la Paroisse susdite, & ainsi se trouveront les taxes des autres Paroisses.

1568 liv. 16 ſ. 8 d.			Taxes de ladite Paroiſſe.			
1000 liv. portent			120 liv.			
500			60			
60			7	4 ſols.		
8			0	19	2 d.	$\frac{10}{25}$
	10 ſols		0	1	2	$\frac{10}{25}$
	6		0	0	8	$\frac{16}{25}$
		8 d.	0	0	0	$\frac{14}{25}$
1568 liv. 16 ſols 8 d.			188 liv.	5 ſols	2 d.	$\frac{10}{25}$

Ayant recueilli les parties proportionnelles de la ſomme principale ſelon l'ordre du Tarif comme ci-deſſus, il ſe trouve qu'une Paroiſſe qui payoit l'année dernière la ſomme de 1568 liv. 16 ſols 8 den. payera 188 liv. 5 ſols 2 den. $\frac{10}{25}$ pour la préſente recrue ; ainſi des autres.

Voilà la manière d'impoſer une grande ſomme ſur pluſieurs autres ; & c'eſt à quoi Meſſieurs les Officiers de chaque Election doivent bien prendre garde, quand ils voudront aſſeoir les Tailles ſur les Paroiſſes de leur Election, lorſqu'il y a recrue ou diminution ; car ſi les Tailles étoi nt toujours en même état, on n'auroit qu'à ſe ſervir des anciens rôles.

Département des Décimes.

Il n'y a point de différence du département des décimes au département des Tailles, quant à l'impoſition de quelque nouvelle levée de deniers, ſinon qu'en matière de Tailles, au lieu de dire impoſer de la Généralité ſur les Elections, des Elections ſur les Paroiſſes, & des Paroiſſes ſur les Habitans : à l'égard de décimes, on diſtribue la levée nouvelle par Provinces, de chaque Province aux Diocèſes d'icelle, & des Diocèſes aux Bénéficiers contribuables; c'eſt pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire ſur ce ſujet.

Si au contraire le Roi ordonnoit une décharge sur ses Sujets, au lieu d'une recrue, Il faudroit opérer de même façon pour trouver la diminution de chaque contribuable, soit en matiere de Tailles ou de décimes, & l'ôter de la taxe de l'année dernière, au lieu qu'il y faut ajouter en manière d'augmentation ou recrue.

Discussion de Banqueroute.

Comme d'ordinaire, quand il se fait une banqueroute, il y a quantité de créanciers qui y sont intéressés, ainsi s'il est question de partager au marc ou sol la livre, quelques effets que l'on a trouvés appartenans à celui qui a fait faillite; par exemple, si quelqu'un avoit fait banqueroute de 216000 liv. & que ses effets ne fussent estimés qu'à 45920 liv. on demande comment il faudroit faire pour donner à chaque créancier sa part desdits effets proportionnellement à ce qui lui est dû: Il faut dresser aussi un Tarif comme celui ci-devant pour l'imposition des tailles, par le moyen duquel on pourra donner justement à chaque créancier ce qui lui appartient desdits effets, montans à 45920 liv. tout ainsi que j'ai enseigné qu'il faut faire pour trouver ce qu'il faut que chaque Paroisse paye de taxe pour sa part d'une recrue envoyée à l'Élection de laquelle elle dépend.

Par exemple, s'il étoit dû à un créancier la somme de 1568 livres 16 sols 8 deniers, & qu'il fût question de sçavoir ce qui lui reviendra des effets ci-dessus nommés, ayant dressé le Tarif comme il se voit ci-devant, il faut recueillir dans icelui les parties proportionnelles de la dette dudit créancier, qui est 1568 livres 16 sols 8 deniers; & faisant addition desdites parties, on trouvera 333 livres 10 sols 5 deniers $\frac{49}{135}$ qu'il retirera pour sa part desdits effets, au lieu de 1568 livres 16 sols 8 deniers qui lui sont dûs.

Il y en aura qui me pourront objecter que c'est une grande peine de dresser un Tarif juste; particulière-

ment quand les deux ſommes, tant ſur laquelle on impoſe, que celle à impoſer, ſont compoſées de livres, ſols & deniers; j'avoue qu'il eſt bien fâcheux & pénible à ceux qui ne ſavent pas bien l'Arithmétique, particulièrement les fractions, parce que quand il y a livres, ſols & deniers à toutes les deux ſommes, pour trouver le pied d'un denier, il faut réduire les deux ſommes chacune en deniers, & poſant les deniers de la ſomme à impoſer ſur les deniers de la ſomme ſur laquelle on impoſe ce qui vient, qui eſt une fraction, c'eſt la valeur ou le pied d'un denier.

Pour avoir la valeur de 2 deniers, il faut multiplier le numérateur de la fraction, c'eſt-à-dire, les deniers à impoſer par 2, & diviſer le produit, s'il eſt aſſez grand, par le dénominateur de ladite fraction, c'eſt-à-dire, par les deniers de la ſomme ſur laquelle on impoſe, il viendra 1 denier au quotient de la diviſion, & s'il reſte quelque choſe, on l'écrira de ſuite deſſous pour numérateur; & le dénominateur ſera réſervé à l'écart ſur le papier; parce que ce ſeroit trop de peine de l'écrire à chaque opération: mais ſi le produit de la Multiplication des 2 deniers ne ſe peut diviſer, on l'écrira en ſon rang ſous la valeur d'un denier.

Et ſi on veut avoir le pied de 3 deniers, on multipliera la valeur d'un denier par 3, obſervant pour le produit le même ordre que ci-deſſus, & ainſi en continuant juſqu'à 12 deniers qui valent 1 ſol, au-devant duquel on poſera la partie proportionnelle trouvée.

Ayant la valeur ou le pied d'un ſol, ſi on veut avoir la valeur de 2 ſols, il faut multiplier cette valeur d'un ſol par 2, & le produit ſera la valeur de 2 ſols; ainſi de ſuite juſqu'à 20 ſols, au-devant deſquels on poſera leur valeur.

On continuera le Tarif de ſuite juſqu'au plus

grand nombre de livres contenues dans la somme principale.

Par exemple, si on proposoit d'imposer 12000 liv. 16 sols 8 deniers sur 60000 liv. 13 sols 4 den. on demande le pied ou la valeur d'un denier, afin de dresser un Tarif comme ci-devant, pour la distribution de la somme ci-dessus proposée sur quantité de sommes particulières qui composent la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 den. sur laquelle il faut imposer.

Il faut réduire, comme il vient d'être dit, la somme à imposer, qui est 12000 livres 16 sols 8 den. il viendra 2880200 den.

Il faut ainsi réduire la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 deniers en deniers, il viendra 14400160.

Cela fait, il faut poser ces deux sommes de deniers l'une sur l'autre, il viendra $\frac{2880200}{14400160}$, & c'est la valeur d'un denier, que l'on peut réduire à plus petite dénomination, sçavoir, à $\frac{72005}{360004}$.

On posera donc au-devant d'un denier 72005; laissant à part 360004 qui est dénominateur ou diviseur, pour s'en servir quand il en sera besoin.

Et au-devant de 2 den. on posera le double, qui est 144010 que l'on écrira au-dessous de 72005.

Et au-devant de 3 den. le triple de 1 den. ainsi de suite jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sol, où il se trouve 2 deniers, & 144052 de reste, comme il se voit par l'opération que j'ai commencée exprès, pour faire voir comment il en faut user en pareille rencontre.

		72005
		† 12
1 denier porte	72005	
2 deniers	144010	864060
3 deniers	216015	
4 deniers	288020	144052
5 deniers	360025	864060
6 deniers	432030	----- (2 den.
1 ſol porte 2 den. †	154052	362004
2 ſols portent 4 den.	288104	

On continuera de même ordre juſqu'à 10 ſols, où l'on trouvera 2 ſols & $\frac{504}{36014}$ de reſte, on dira donc :

10 ſols portent 2 ſols o den.		504
1 liv.	4	1008
2	8	2016

En continuant l'opération juſqu'à 10 livres, où la partie proportionnelle ſera 2 liv. o ſols o den. & $\frac{10080}{360004}$ de reſte, on dira :

10 liv. portent 2 liv. o ſol o den.		10080
20	4	20160

Ainſi de ſuite juſqu'à 100 liv. de 100 liv. juſqu'à 1000 livres & de 1000 livres juſqu'à tel autre grand nombre que l'on voudra, obſervant le même ordre que dans le Tarif ci-devant, dont j'ai dreſſé la Table entiere, pour ſervir de modele à tous les autres dont on aura beſoin dans les rencontres.

On me pourra encore dire, que s'il étoit queſtion de faire un rôle pour impoſer la recrue d'une Paroiſſe, ce ſeroit une choſe trop inconnue de commencer par une grande fraction de den. pour dreſſer le Tarif pour ladite impoſition comme ci-devant; mais pour rendre la choſe plus facile, il faut chercher combien la ſomme à impoſer eſt pour livre de la ſomme principale, par l'ordre enſeigné ci-devant pages 288 & 291.

Par exemple, ſi le diviſeur étoit 435678 livres, &

qu'il fut venu 3 ſols 5 den. pour livre, & 216934 de reſte, alors il faut commencer par le Tarif, poſant premièrement 1 livre & 3 ſols 5 den. obole ou $\frac{1}{2}$ d. au-devant pour le pied d'une livre, parce que le reſte de la diviſion eſt environ $\frac{1}{2}$ du diviſeur ou peu moins, & ſi le reſte eût été environ $\frac{1}{4}$ du diviſeur ou une autre partie, on mettroit $\frac{1}{4}$ de den. ou telle autre partie de denier que le reſte eſt du diviſeur ou environ.

Ayant ainſi trouvé la valeur d'une livre, pour trouver la valeur de 10 ſols en deſcendant, il faut prendre la moitié de la valeur de 1 livre, prenant le dixième de la valeur de 10 ſols, ce ſera la valeur de 1 ſol; & ſi de la valeur d'un ſol, on en tire le douzième, on aura la valeur d'un denier; mais non pas ſi juſte, comme il ſe peut faire par la manière ci-devant.

Et pour rehauſſer d'une livre juſqu'à 10 livres, il faut obſerver l'ordre du Tarif; & par ce moyen on dreſſe aiſément la Table proportionnelle, & étant dreſſée, les plus ſimples peuvent avec la plume ou le jeton recueillir les parties proportionnelles, & donner à chaque Habitant ce qu'il doit porter pour ſa part de la recrue.

On peut obſerver le même ordre pour faire la diſcuſſion d'une banqueroute.

REGLE TESTAMENTAIRE.

LA Règle Teſtamentaire ſe pratique dans la diſtribution des legs faits par un Teſtateur, & néanmoins ſe peut auſſi accommoder dans le commerce.

Première Question.

Soit propoſé un Teſtateur avoir laiſſé à ſes héritiers, qui ſont trois, la ſomme de 432 livres, mais à telle condition, que quand le premier en prendra la moitié, l'autre en prenne le tiers, & l'autre le quart; on demande ce qu'ils doivent avoir chacun.

Il faut entendre les parties de moitié, tiers & quart à l'égard d'un certain tout, comme feroit le nombre, 12, 24, ou 48, &c. non pas à l'égard de cette ſomme de 432 livres qui eſt léguée, d'autant que les parties portées par le teſtament excédent l'entier.

Mais cela eſt entendu, que prenant, comme il vient d'être dit, un entier comme 12 qui ait moitié, tiers & quart, toutes les parties miſes enſemble, ſçavoir 6, 4 & 3 font $\frac{13}{12}$, c'eſt-à-dire, plus que l'entier, & que pour faire la diſtribution deſdites 432 livres en cette même raiſon, il n'y a qu'à ſuivre l'ordre de la Règle de Compagnie naturelle. Faiſant donc les trois Règles de Trois, il viendra à chacun la part de chaque héritier, comme il ſe voit par l'opération.

12 nombre ſuppoſé, 432 ſomme léguée.

$\frac{1}{2}$	6	Si	13 liv....	432 liv.	combien	6 liv.
$\frac{1}{3}$	4	Si	13	432		4
$\frac{1}{4}$	3	Si	13	432		3
	13					

Faiſant les trois Règles de Trois:

il viendra au *	* premier	199 liv.	7 ſols	8 d.	$\frac{4}{13}$
	deuxième	132	18	5	$\frac{7}{13}$
	troiſième	99	13	9	$\frac{2}{13}$

Somme 432 l. & c'eſt la preuve.

Autre Question.

Mais si les conditions du testament étoient telles que l'on ne trouvât pas commodément un nombre à plaisir, dans lequel fussent contenues les parties demandées ; par exemple, si quelqu'un donnoit par testament 1000 livres à quatre personnes ; à condition que le premier en eût $\frac{1}{2}$, le second $\frac{1}{5}$, le troisième $\frac{1}{7}$, & le quatrième $\frac{1}{9}$, alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite, & le produit 630 sera le nombre qui aura $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, comme il se voit par l'opération.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 9 \\ \hline 630 \end{array}$$

630 nombre requis, duquel les parties de moitié, cinquième, septième & neuvième, qui sont, 315, 126, 90, 70, étant ajoutées, font 601, qui est le premier terme des quatres Règles de Trois, 1000 liv. somme à partager le deuxième, & chaque partie particulière, le troisième ; puis opérant au surplus selon la Règle de Compagnie, il viendra la part de chacun, comme à la question ci-dessus.

Autre Question.

Et si quelqu'un avoit laissé par testament 100 liv. à trois héritiers à condition que le premier en prendroit les $\frac{1}{5}$, le deuxième les $\frac{4}{9}$, & le troisième les $\frac{5}{12}$, pour trouver le nombre contenant ces parties-là, il faut multiplier, comme je viens de dire, les trois dénominateurs, 5, 9 & 12 entr'eux, il viendra 540 pour le nombre que l'on cherche, dont on tirera les $\frac{1}{5}$, les $\frac{4}{9}$ & $\frac{5}{12}$, qui seront les nombres auxquels on distribuera la somme de 100 livres ci-dessus proposée.

Opération.

			540
	60		
$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{12}$	9	$\frac{3}{5}$	324
		$\frac{4}{9}$	240
	540	$\frac{5}{12}$	225
			789 premier terme.

Ayant ainſi diſpoſé la Règle, le reſte eſt facile, parce que c'eſt comme s'il y avoit 100 liv. à partager en trois Aſſociés, dont le premier auroit mis 324 liv. le deuxième 240 liv. le troiſième 225 liv. & faiſant trois Règles de Trois, comme à la Règle de Compagnie, il vient à chacune la part de chaque Aſſocié, on dira donc pour le premier:

Si 789 liv. 100 liv. 324 liv.

Pour le ſecond:

Si 789 100 240

Pour le troiſième:

Si 789 100 225

Ceux qui voudront avoir la réponſe, feront les Règles ci-deſſus, avec la preuve, comme il a été enſeigné.

Autre Queſtion.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé 1456 livres à ſa femme qui étoit enceinte, à cette condition que ſi elle enfante un fils, il aura $\frac{2}{3}$ de ladite ſomme, & ſa femme l'autre troiſième partie; mais ſi elle enfante une fille, la femme aura les $\frac{2}{3}$, & la fille le reſte: Or il arrive que la femme enfante un fils & une fille, on demande la part de la mere, du fils & de la fille, afin de ſatisfaire à la volonté du Teſtateur.

Il faut conſidérer que la part du fils étant double de celle de la mere, celle de la mere doit être double de celle de la fille, par conſéquent ſi on ſuppoſe 4 pour le fils, la mere aura 2, & la fille 1, leſ-

quelles trois parties font 7 ; prenant donc la septième partie de 1456 liv. il viendra 208 liv. pour la part de sa fille, pour la mere 416 liv. qui est le double de la fille, & 832 liv. pour le fils, & c'est fait, comme il se voit par l'opération.

	1456 somme à partager.
1 pour la fille $\frac{1}{7}$	208 part de la fille.
2 pour la mere	416 part de la mere.
4 pour le fils	832 part du fils.
7 Somme à partager.	1456 l. & c'est la preuve.

Autre Question.

Un Marchand étant tombé malade, & faisant testament, a laissé à sa femme enceinte 4000 liv. pour être partagées, à condition que si elle enfante un fils, il aura 3000 liv. & la mere le reste; mais si elle enfante une fille, elle aura 3000 liv. & la fille le reste: Or il arrive qu'elle enfante un fils & deux filles, on demande comment il faut faire pour exécuter le volonté du Testateur selon les conditions proposées.

Il faut considérer, puisque le fils doit avoir trois fois autant que la mere, quand le fils prendra 9, la mere n'aura que 3 ; & comme la part de la fille est à celle de la mere en même raison que celle de la mere est à celle du fils, la mere prenant 3, chacune des deux filles aura 1.

Tellement qu'il faut distribuer les 4000 en cette proportion de 9, 3, 1 & 1 lesquelles parties étant ajoutées, font 14 pour le premier terme, d'autant de Règles de trois qu'il y a d'Associés.

Mais pour éviter de faire quatre Règles de Trois, il faut trouver ce qui appartient à la plus petite portion qui est 1, disant:

Si 14 ont 4000 liv. combien 1.

Il faut diviser 4000 liv. par 14, ce qui se fera

pour le plus court, en prenant le ſeptième de la moitié de 4000 liv. il viendra 285 liv. $\frac{5}{7}$ pour chaque fille.

Ayant trouvé la part de chaque fille, il eſt facile de trouver les autres, parce que multipliant la part d'une fille par 3, il viendra la part de la mere, & la part de la mere étant multipliée auſſi par 3, il viendra la part du fils, comme il ſe voit par l'opération.

	4000 liv. à partager.
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$	2000
	285 $\frac{5}{7}$ part de la fille.
	285 $\frac{5}{7}$ part de la ſœur.
	857 $\frac{1}{7}$ part de la mere.
	2571 $\frac{3}{7}$ part du fils.
Somme	4000 liv. & c'eſt la preuve.

Autre Queſtion.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé à ſa femme qui étoit enceinte, 855 livres, à telle condition que ſi elle accouche d'une fille, elle aura la moitié de ſes biens, & la fille la troiſième partie, & ſi elle enfante un fils, il veut qu'il en ait la moitié, & la mere le tiers; mais il arrive qu'elle accouche d'un fils & d'une fille, on demande comment l'on doit faire pour la volonté du Teſtateur.

Conſtruction.

Il faut conſidérer que la part du fils à celle de la mere eſt en proportion, comme $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$, ou comme 3 à 2 (à l'égard de 6) & la volonté du Teſtateur eſt que la portion de la fille ſoit à celle de la mere, comme celle de la mere eſt à celle du fils; il faut donc trouver un nombre qui ſoit au-deſſous de 2, comme 2 eſt au-deſſous de 3, ce qui ſe trouvera, en diſant: Si 3 pour le fils n'en donnent que 2 pour

la mere, que donneront les 2 de la mere à la fille; faisant la Règle, il viendra 1 $\frac{1}{3}$ pour la fille.

Opération.

Si 3 . . . . . 2 . . . . ℞. 1 $\frac{1}{3}$
multipliez par 2

vient 4

tirez $\frac{1}{3}$, il viendra 1 $\frac{1}{3}$.

Puis assemblant 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$, il viendra 6 $\frac{1}{3}$ pour premier terme, on dira donc:

Si 6 $\frac{1}{3}$ 855	3 ℞.	405 liv.
	2 ℞.	270
	1 $\frac{1}{3}$ ℞.	180

Somme à partager 855 liv. & c'est la preuve.

Et pour seconde preuve & plus assurée, je dis que 405 liv. 270 & 180 sont en proportion, comme 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$, entr'eux; ce qui se peut voir par les deux Règles de Trois suivantes:

Si 3 405 liv. 2 ℞. 270 }
Si 2 270 1 $\frac{1}{3}$ ℞. 180 } ainsi des autres.

De l'Etat de l'Extraordinaire des Guerres.

PRemièrement, pour la paye d'un Régiment il y a l'Etat Major, qui est composé,

Du Mestre de Camp,
Sergent Major,
Aide Major,
Maréchal des Logis,
Aumonier,
Et Chirurgien.

Leur paye par montre.

Le Meſtre Camp reçoit	100 liv.
Le Sergent Major,	150
L'Aide-Major,	100
Le Maréchal des Logis,	60
L'Aumonier,	30
Le Chirurgien,	30
Somme pour l'Etat Major	470 liv.

Pour une Compagnie par montre.

Le Capitaine reçoit	150 liv.
Le Lieutenant,	60
L'Enſeigne,	35
Les deux Sergens,	36
Les deux Caporaux,	32
Les deux Anſpeſſades,	30
80 ſimples Soldats à 12 livr. chacun.	960
Fond d'une Compagnie par montre,	1303 liv.

Et pour ſçavoir quel fonds il faut pour 20 Compagnies à cette même raiſon, il faut multiplier la paye d'une Compagnie par 20, & le produit ſera la ſomme qu'il faut pour toutes les 20 Compagnies, à laquelle il faut ajouter la ſomme de l'Etat Major, & le tout ſera la paye d'un Régiment entier, comme il ſe voit ci-deſſous.

1303 paye d'une Compagnie à multiplier
par 20

26060
470 paye de l'Etat Major.

26530 liv. pour le fonds de 20 Compagnies.

Pour

Pour la paye de la Cavalerie par montre.

Pour la paye de l'Etat Major il y a 500 liv.
Pour avoir le payement d'un Régiment, il faut avoir la paye d'une Compagnie, ſçavoir;

Pour le Capitaine, il faut	470
Pour le Lieutenant,	265
Pour le Cornette,	195
Pour les Cavaliers, ſçavoir 60 Maîtres à 45 liv. chacun,	2700
Somme	3630 liv.

pour la paye d'une Compagnie de Cavalerie.

Et ſi on veut avoir la paye de 8 Compagnies, il faut multiplier par 8 la ſomme ci-deſſus, qui eſt pour chaque Compagnie, il viendra 29040 liv. pour la paye des 8 Compagnies; puis ajoutant au produit les 500 liv. pour l'Etat Major, la ſomme ſera 29540 liv. pour le payement entier d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Opération.

3630 liv. à multiplier.
par 8 Compagnies.

29040 liv. pour 8 Compagnies.
500 pour l'Etat Major.

Somme 29540 pour la paye d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Il faudroit opérer de même ordre, s'il y avoit plus ou moins de Compagnies à chaque Régiment.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION.

Avertissement.

COmme il y a quantité de questions à faire sur les Règles de fausse position, tant simple que double, sur les progressions Arithmétiques & Géométriques, comme aussi sur les racines quarrée & cubique, je me contenterai de donner l'explication des Préceptes avec quelques Exemples, pour en faire voir les Opérations, renvoyant pour les questions au Questionnaire, que j'espère donner à la fin de mon Livre.

L'usage de la Règle de fausse position est de trouver une chose requise par une supposition autre que la vérité, participant néanmoins aux conditions de la chose demandée. Cette Règle est double, simple, ou composée.

La Règle de fausse position simple se résoud ordinairement par une seule Règle de trois, & en voici un Exemple.

On veut trouver un nombre duquel la moitié, le tiers & le quart fassent 52 : La fiction de la Règle est de dire : Ce nombre peut être quelque nombre de la nature de ceux qui contiennent moitié, tiers & quart : On en prend un de ceux-là, quel qu'il soit, comme 12, dont la moitié est 6, le tiers 4, & le quart 3, lesquelles parties de moitié, tiers & quart étant ajoutées, font 13, & nous cherchons 52; partant ce n'est pas la vérité que le nombre 12 soit celui que nous demandons. Pour donc trouver le véritable nombre, il faut former une Règle de Trois, disant :

Si 13 viennent de 12, d'où viendronr 52, nom-

bre propoſé. Faiſant la Règle ſelon le précepte, il viendra 48 pour le nombre que l'on cherche, comme il ſe voit par l'opération.

12 nombre ſuppoſé

$\frac{1}{2}$	6	Si 13 de, d'où 52		† de 48	
$\frac{1}{3}$	4	12		$\frac{1}{2}$	24
$\frac{1}{4}$	3	10 Produit		$\frac{1}{3}$	16
	13	624 †		$\frac{1}{4}$	12
		133 / 1	48 nombre requis.	Preuve	52 nombre propoſé.

Il faut remarquer que les nombres les plus petits que l'on peut trouver, ſont les meilleurs pour l'opération, pourvu qu'ils ſe puiſſent diviſer par les dénominateurs ſans reſte, comme ce nombre 12 ci-deſſus.

Autre Exemple.

Mais s'il étoit queſtion de trouver un nombre duquel $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ faſſent 64, d'autant qu'il n'eſt pas facile de trouver à tâtons un nombre qui ait ces parties-là, alors il faut conſidérer le nombre qui dénote la partie que l'on demande, comme 5 dénote le cinquième, 7 le ſeptième, 8 le huitième; cela ſuppoſé, ſi je veux trouver un nombre qui contienne cinquième, ſeptième & huitième, je multiplie de ſuite les dénominateurs 5, 7 & 8 l'un par l'autre, & je trouve au produit 280, qui eſt un nombre, lequel ſe peut diviſer par 5, par 7 & par 8, puiſque 5, 7 & 8 l'ont produit, & ſera dénominateur commun à toutes les fractions. Si donc on tire le cinquième de 280, il viendra 56, le ſeptième de 280 ſera 40, & le huitième des mêmes ſera 35, leſquelles trois parties étant ajoutées, feront 131, & devoient faire 64, par conſéquent 280 n'eſt pas le nombre que l'on cherche, donc pour le trouver il faut dire par Règle de Trois:

Si 131 viennent de 280, d'où viendront 64: Faisant l'opération, il viendra 136 $\frac{104}{131}$.

Partant, je dis que 136 $\frac{104}{131}$ est le nombre desiré.

Pour preuve, il faut tirer le cinquième, le septième & le huitième de 136 $\frac{104}{131}$, & ajoutant les parties, il viendra juste 64.

Opération de la Preuve.

	136	$\frac{104}{131}$
$\frac{1}{5}$	27	$\frac{47}{131}$
$\frac{1}{7}$	19	$\frac{71}{131}$
$\frac{1}{8}$	17	$\frac{13}{131}$
	64 nombre requis.	

Autre Question sur la Règle de fausse position.

Quatre Marchands ont à partager entr'eux la somme de 500 livres, à telle condition que le premier aura pour sa part les $\frac{3}{4}$ de tout l'argent, & le second la moitié, le troisième le tiers, & le quatrième le quart; on demande combien ils auront chacun.

Pour résoudre cette question, il faut prendre un nombre à plaisir le plus petit que l'on puisse, qui ait les parties requises, comme 12, dont les $\frac{3}{4}$ sont 9, la $\frac{1}{2}$ est 6, le $\frac{1}{3}$ est 4, & le $\frac{1}{4}$ est 3; lesquelles parties ajoutées ensemble, font 22, & doivent faire 500; maintenant il n'y a plus qu'à faire une simple Règle de Trois, disant:

Si 22 viennent de 12, d'où viendront 500? R. 272 $\frac{8}{11}$ pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, si l'on prend les $\frac{3}{4}$ de 272 $\frac{8}{11}$, comme aussi $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, le tout ajouté fera 500 liv. comme se voit par l'opération de la preuve.

$272 \frac{8}{11}$ nombre désiré.

$\frac{3}{4}$	$204 \frac{6}{11}$ liv.	pour le premier.
$\frac{1}{2}$	$136 \frac{4}{11}$	pour le second.
$\frac{1}{3}$	$90 \frac{10}{11}$	pour le troisième.
$\frac{1}{4}$	$68 \frac{2}{11}$	pour le quatrième.

Preuve 500 livres.

Règle de deux fausses positions.

LA Règle de deux fausses positions est ainsi appellée, parce qu'au moyen de deux nombres pris à plaisir (que nous appellons faux) nous découvrons le véritable que nous cherchons.

Dans cette manière, il faut feindre, premièrement, un nombre, & avec icelui poursuivre la question proposée, comme si c'étoit un vrai nombre conçu en icelle; & si à la fin on ne parvient pas au but que l'on prétend, il faut écrire le nombre supposé avec sa différence de plus ou de moins.

Ensuite il faut supposer un autre nombre avec lequel on répète un semblable discours que ci-dessus, & si ce nombre ne se trouve pas ainsi que le nombre désiré, il faut écrire ce second nombre au-dessous du premier, avec sa différence de plus ou de moins, comme ci-dessus, puis multipliant le nombre de la première proposition par la différence de la seconde, il viendra un produit qu'il faut mettre à part; multipliant aussi le deuxième nombre pris à plaisir par la première différence, il viendra un autre produit qu'il faut encore écrire à part.

Cela fait, il faut considérer si les deux différences sont semblables ou dissemblables; si elles sont semblables, c'est-à-dire, toutes deux plus, ou toutes deux moins, il faut ôter le moindre produit du plus grand, & la moindre différence de la plus grande; puis diviser ce qui restera des produits par ce qui

restera des différences, & le quotient sera le nombre inconnu que l'on cherche.

Mais si les deux différences sont dissemblables, c'est-à-dire, que l'une soit notée de plus, & l'autre de moins, ou au contraire, il faut ajouter les deux produits, & semblablement les deux différences, puis divisant la somme des produits par celle des différences, le quotient de la division donnera le nombre inconnu que l'on cherche comme ci-dessus, d'où s'ensuit la Règle suivante qu'il faut observer, sçavoir que

Le plus de plus, & moins de moins qu'on vient soustraire,
Mais plus & moins, ou moins & plus, c'est le contraire.

Exemple.

Un homme donne par testament 100 livres à trois personnes, à telle condition que le premier en prenne une partie, le second deux fois autant que le premier moins 8, & le troisième trois fois autant que le premier moins 15, sçavoir combien ils auront chacun.

Posons que le premier en prenne 15, partant le second en prendra 22, & le troisième en prendra 30, lesquels trois nombres étant ajoutés ensemble font 67, il devroit venir 100, partant nous connoissons que le premier nombre pris à plaisir est trop petit, & qu'il y a 33 moins, qui est la différence de 67 à 100; nous poserons donc notre nombre 15 avec sa différence 33.

Ensuite il faut faire une autre position, feignant que le premier doive prendre 18, & par conséquent le second 28, & le troisième 39; mais ces trois nombres étant joints ensemble, ne font que 85, il devroit venir 100, il y a donc 15 moins de différence, partant nous poserons le nombre de notre seconde position, qui est 18, sous la première position 15, & la seconde différence 15 au-dessous de la première différence 33 : comme il se voit.

Différences.

Première position 15 moins 33
Seconde position 18 moins 15

Ayant ainsi rangé les deux positions & les deux différences, il faut multiplier en croix la première position par la différence de la seconde, & réciproquement la seconde position par la différence de la premiere, & des deux produits qui seront 54 & 225, il en faut prendre la différence, qui sera 369, qui sera le nombre à diviser. Il faut aussi ôter la petite différence 15 de la grande différence 33, le reste sera 18 pour diviseur. Divisant donc 369 par 18, il viendra 20 $\frac{1}{2}$ au quotient pour la part du premier & par conséquent le deuxième en aura 33, & le troisième 46 $\frac{1}{2}$, lesquels trois nombres joints ensemble, font juste les 100 livres proposées, & c'est la preuve, comme il se voit par l'opération suivante:

Multiplications.		Produits.		Différences.	
	33	15	594		33
	18	15	225		15
	264	75 divid.	369	diviseur	18
	33	15			
Prod.	594	Prod. 225			

369
———— (20 $\frac{1}{2}$ part du premier.
188 — 33 part du second.
1 — 46 $\frac{1}{2}$ part du troisième.

Preuve. 100

On gardera le même ordre que ci-dessus, lorsque les différences seront toutes deux plus ou toutes deux moins.

Autre Opération de la même Question, dans laquelle il y a plus & moins de différence.

Que le premier en prenne 30, donc puisque le second en doit prendre deux fois autant que le premier moins 8, il en aura 52 & le troisième trois fois autant que le premier moins 15, il en aura 75, la somme de tous les trois est 30, 52 & 75, qui font ensemble 157, & ils ne doivent faire que 100, partant il faut mettre pour première position 30, plus 57, d'autant que nous avons excédé la condition de 57.

Maintenant posons que le premier ait 15, puisque le second doit avoir le double du premier moins 8, il aura 22; le troisième ayant le triple du premier moins 15, aura 30, lesquels trois nombres 15, 22 & 30 ne font que 67, qui sont moins de 100 de 33, il y aura donc 33 moins de différence : Et pour avoir la solution, si on multiplie l'excès 57 par 15, il viendra 855, & le defaut 33 par 30, il viendra 990, lesquels deux produits mis ensemble font 1845, qui seront divisés par 90 qui est la somme des erreurs, 57 & 33, & le quotient sera 20 $\frac{1}{2}$ pour la part du premier; la part des deux autres se trouvera comme ci-devant.

Opération de la Règle.

30	plus	57	57	990
15	moins	33	15	855
	33	90 diviseur	285	1845 à diviser.
	30		57	
	990		855	

1845 / 900 / 9 — (20 $\frac{1}{2}$ pour le premier.
33 pour le second.
46 $\frac{1}{2}$ pour le troisième.

Preuve 100 liv.

Autre Queſtion.

Trois hommes ſe trouvent enſemble par rencontre, & s'entretenant de leur âge, l'un d'eux dit, tel a quatre ans plus que moi, & cet autre a autant d'âge que nous deux, & tous trois nous avons 148 ans, ſçavoir quel âge ils avoient chacun.

Pour réſoudre cette queſtion ſelon les préceptes ci-devant donnés, il faut ſuppoſer que le premier eût 20 ans, le ſecond en auroit donc 24 & le troiſième 44, qui font en tout 88 ans, qui font 60 moins que le nombre que l'on cherche, puiſqu'ils avoient tous trois 148 ans; on écrira donc 20 moins 60 différence pour la première poſition.

Pour ſeconde poſition on prendra 24 pour le prem.
Le ſecond aura donc 28
Et le troiſième 52 leſquels trois nombres font 104, & devroient faire 148, on a donc erré par moins de 44, c'eſt pourquoi on poſera la ſeconde hypothèſe 24 avec la différence 44, comme il ſe voit.

20 moins 60
24 moins 44

Puis faiſant les multiplications & ſouſtractions, comme il a été enſeigné, il viendra 560 pour nombre à diviſer, & 16 pour diviſeur: Enfin faiſant la diviſion, il viendra 35 ans pour l'âge du premier: Le reſte eſt facile.

Opération de la Diviſion.

8
~~560~~
——— (35 ans pour le premier.
~~166~~ 39 pour le ſecond.
~~1~~ 74 pour le troiſième.

Preuve 148 ans. Ainſi des autres.

DES PROGRESSIONS.

LEs Progreſſions ſont Arithmétiques, Géométriques & Harmoniques. Pour l'Harmonique, d'autant que l'ouie eſt l'arbitre coutumier de la Muſique, elle ſert fort rarement à l'Arithmétique. Les deux autres Progreſſions, ſçavoir, l'Arithmétique & la Géométrique ſont en uſage.

De la Progreſſion Arithmétique.

LA Progreſſion Arithmétique naturelle n'eſt autre choſe qu'une ſuite de nombre ſe ſurmontant l'un l'autre naturellement par égale différence : comme 1, 2, 3, 4, 5, &c. ou 2, 4, 6, 8, &c. ou 3, 6, 9, 12, &c.

Toute Progreſſion Arithmétique eſt appellée naturelle, lorſque l'excès eſt ſemblable au premier nombre, comme dans les trois exemples ci-deſſus : Si les excès du premier au ſecond, du ſecond au troiſième, &c. ſont égaux, cette Progreſſion s'appellera Progreſſion Arithmétique continue, mais ſi l'excès ou la différence du premier au deuxième eſt égale à celle du troiſième au quatrième, & ainſi de deux en deux ſans conſidérer les inter-moyens, elle s'appellera Progreſſion Arithmétique diſcontinue, comme il ſe voit ci-deſſous.

2 ... 5 ... 8 ... 11 ... 14 ... 17 . . 20 continue
4 7 8 9 10 13 14 diſcontinue.

En toutes Progreſſions Arithmétiques, ſoit continue ou diſcontinue, quand les termes ſont en nombre pair, la ſomme des termes eſt égale à la ſomme des inter-moyens également diſtans des extrêmes, comme l'exemple ci-après le démontre.

Exemple.

$$\begin{array}{cccccc} & & \multicolumn{2}{c}{\overbrace{\quad\quad}^{14}} & & \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ & & \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\quad\quad}_{14}} & & \end{array}$$

Pour avoir la somme de tous les termes d'une Progression Arithmétique continue, il faut ajouter le premier & le dernier ensemble, & multiplier la somme par la moitié du nombre des termes, le produit donnera la somme de tous les nombres.

Exemple.

4 6 8 10 12 14 16 18

On voit que la somme des deux extrêmes est 22, & la multitude des termes est 8, dont la moitié est 4; multipliant donc 22 par 4, le produit sera 88 pour la somme de tous les termes.

On pourroir former sur ce sujet une question telle:

Un Marchand a vendu 150 aunes d'étoffe, à condition que de la première aune il recevra 1 livre, de la deuxième 2 liv. & de la troisième 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre, selon la naturelle Progression jusqu'à la dernière aune; on demande combien doit recevoir le Marchand.

Pour faire cette Règle, ajoutez le premier terme 1 avec 150 dernier terme, la somme sera 151, qu'il faut multiplier par 75, moitié de 150, & le produit donnera 11325 liv. pour la valeur desdites 150 aunes.

Preuve.

La preuve se doit faire par une autre question opposée, disant:

Un Marchand a vendu un certain nombre d'aunes d'étoffe 11325 liv. il a donné la première aune pour 1 livre, la deuxième pour 2 livres, & la troisième pour 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la dernière aune; on demande combien il a vendu d'aunes.

Pour faire cette Règle, il faut doubler le produit ci-devant trouvé qui est 11325, il viendra 22650, dont la racine quarrée sera 150, & ce sont autant d'aunes qu'il a vendues, observant qu'il faut que le reste de l'extraction se trouve égal au quotient, comme il se verra ci-après par l'opération, autrement la Règle seroit fausse.

1 1
2 26 50
———————— (150 aunes, & reste 150.
1 25 00
3

Autre Question.

Il y a 120 pierres dans un pannier, que l'on propose de placer en ligne droite, de sorte qu'elles soient éloignées l'une de l'autre de 6 pieds, mais à condition que celui qui les doit ranger, les prendra dans ledit pannier une à une pour les poser; puis étant toutes rangées en leur place, il faut qu'il les releve toutes une à une pour les remettre dans ledit pannier où il les avoit prises; on demande combien il fera de chemin.

Pour résoudre cette question, il faut considérer que les pierres étant posées de 6 pieds en 6 pieds; pour parvenir jusqu'à la dernière, il se trouvera 119 fois 12 pieds (à cause qu'il faut aller & revenir) qui valent 1428, qui est le dernier terme d'une Progression Arithmétique, de laquelle le premier terme est 2, & la multitude des termes est 119 : maintenant pour trouver combien il faudra qu'il chemine de pieds, j'ajoute 1428 avec 12, cela fait 1440, dont la moitié 720 étant multiplié par 119, le produit sera 85680 pour le nombre des pieds de l'étendue du chemin qu'il doit faire pour les placer; & s'il veut ramasser lesdites pierres, & les remettre dans ledit pannier de même ordre, il sera obligé de cheminer encore autant; il n'y a donc qu'à doubler

85680, il viendra 171360 pieds; & c'eſt le chemin qu'il doit faire pour les placer & les relever.

Or, pour ſçavoir combien ce feroit de lieues & parties de lieues qu'il feroit, on ſçait qu'un pas Géométrique vaut 5 pieds, tellement que ſi on diviſe les 171360 par 5 pieds valeur d'un pas, on trouvera 34272 pas: on compte 2000 pas pour une lieue, diviſant donc 34272 pas par 2000, on aura 17 lieues à faire, & 272 pas davantage, qui valent un demi-quart de lieue & 22 pas.

Preuve.

Pour preuve qu'il cheminera 85680 pieds pour poſer leſdites pierres, il en faut tirer le douzième, il viendra 7140, qu'il faut doubler ſelon l'ordre de la preuve de la Progreſſion naturelle, il viendra 14280, dont la racine quarrée ſera 119 & 119 de reſte; & c'eſt la preuve.

Dans les queſtions que je ferai à la fin, il y en aura pluſieurs ſur ce ſujet, ce que ci-deſſus n'étant que pour ſervir d'inſtruction.

De la Progreſſion Géométrique.

LA Progreſſion Géométrique eſt celle dont le premier terme eſt au deuxieme, comme le troiſième au quatrième; par exemple, 2 eſt à 4 en même raiſon que 4 eſt à 8, parce que 2 eſt contenu 2 fois en 4, & 4 eſt auſſi contenu deux fois en 8.

On appelle Progreſſion Géométrique continue, quand le premier terme eſt au deuxième, comme le troiſième au quatrième, comme il ſe verra ci-après.

Dans la Progreſſion Géométrique, ſi pluſieurs nombres ſont proportionnaux continuement, la multiplication des extrêmes eſt égale à la multiplication de ceux d'entre deux qui ſont également éloignés des mêmes extrêmes.

Par exemple 2 4 8 16 32 64

La multiplication de 2 par 64 eſt égale à la multiplication de 4 par 32, & à celle de 8 par 16.

Et ſi d'aventure les nombres proportionnaux étoient en nombre impair, le quarré de celui du milieu ſeroit égal à la multiplication du premier & du dernier, c'eſt-à-dire, des extrêmes.

Et de-là on peut tirer la ſolution de la queſtion ſuivante : un Seigneur veut faire faire une Tour de 18 toiſes de hauteur, il a fait marché avec l'Entrepreneur à telle condition, qu'il payera 1 livre pour la première toiſe, 2 livres pour la deuxième toiſe, & 4 livres pour la troiſième, 8 livres pour la quatrième, ainſi de ſuite en doublant toujours juſqu'à la derniere, ſelon l'ordre de la Progreſſion Géométrique; on demande combien coûteront les 18 toiſes de maçonnerie ; il eſt néceſſaire de trouver la valeur de la dix-huitième toiſe, d'autant que deux fois ſa valeur moins une livre eſt la valeur de ladite Tour, ayant 18 toiſes de hauteur.

Il faut conſidérer que le premier terme étant 1 livre, le deuxieme ſera 2, le troiſieme ſera 4, ainſi qu'il ſe voit de ſuite.

Nombres des termes	1...	2...	3...	4...	5...	6...	7...	8
Valeur des termes	1	2	4	8	16	32	64	128

On voit que le huitième terme eſt 128, lequel étant multiplié par ſoi-même, il viendra au produit 16384 pour le quinzième terme : Or, le quinzieme terme étant trouvé, on voit que la différence du quinzieme au dix-huitieme que l'on cherche, eſt la même que du premier au quatrieme ci-devant : on dira donc par une ſimple Règle de Trois : ſi un premier terme produit 8 pour quatrième terme, que produira le quinzieme terme, qui eſt 16384 ; faiſant l'opération comme ci-après, il viendra 131072 pour le dix-huitieme terme que l'on cherche.

Opération.

```
            128 à multiplier
par         128
           ─────
           1024
           256
          128
     ──────────────
           16384............ 15 terme, puis
* Si 1 donne 8, comb.  16384        (on dira,
                           8
     ──────────────────
```

℞. * 131072 pour le dix-huitieme terme que l'on cherche.

Mais ſi on veut avoir la valeur des 18 termes, il faut doubler le nombre * ci-deſſus trouvé moins 1, à cauſe que la Progreſſion eſt en raiſon ſous-double, il viendra 262143 liv. pour la valeur des 18 toiſes propoſées.

Seconde Exemple.

Un Crocheteur ayant une charge de 20 cotrets à vendre, il ſe préſente un Bourgeois pour les acheter; ils conviennent de prix à telle condition que du premier coteret le Bourgeois en payeroit 1 denier, du deuxième il payeroit 3 deniers, du troiſieme 9 deniers; & ainſi de ſuite en raiſon triple; on demande combien ledit Crocheteur devoit recevoir d'argent pour ſa charge de cotrets.

La queſtion ci-devant enſeigne comment il faut procéder pour la réſolution de celle-ci, c'eſt pourquoi je me contenterai d'en faire l'opération.

Nombres des termes	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeur des termes	1	3	9	27	81	243	729	2187

Il ſe trouve 2187 pour la valeur du huitieme terme qu'il faut multiplier par ſoi-même, il viendra 4782969 pour le quinzieme terme.

Et pour avoir le vingtième qui eſt le dernier, il faut conſidérer que la différence du quinzieme terme au vingtieme eſt égale à celle du premier au ſixieme; il n'y a donc qu'à dire par Règle de Trois : ſi un premier terme donne 243 pour ſixième terme, que donnent 4782969 qui eſt le quinzieme terme.

℟. 1162261467 deniers, & c'eſt la valeur du vingtieme cotret.

Et ſi on veut avoir la valeur de tous les vingt cotrets, il faut ôter 1, qui eſt le premier terme, de la valeur du vingtieme, puis prendre la moitié du reſte, à cauſe que la Progreſſion eſt en raiſon triple, & ajoutant cette moitié au vingtieme terme ſuſdit, la ſomme ſera la valeur de tous les cotrets, comme il ſe voit par l'opération.

1 1 6 2 2 6 1 4 6 7	vingtieme terme,
5 8 1 1 3 0 7 3 3	moitié.
1 7 4 3 3 9 2 2 0 0	deniers pour la ſomme des 20 termes, & la valeur des 20 cotrets.

Pour faire entendre ce qui eſt dit ci-deſſus touchant l'addition de tous les termes, je dirai qu'en toute Progreſſion, le premier terme & le dernier étant connus, ſi on ôte le moindre nombre du plus grand, & que l'on diviſe le reſte par le nombre exprimant la différence des termes, le quotient donnera la différence de tous les termes moins le plus grand, leſquels ajoutés enſemble, la ſomme qui en provient eſt la valeur de tous les termes de la Progreſſion, comme il ſe voit ci-deſſus, & auſſi par l'exemple ci-après d'une Progreſſion, qui eſt telle :

1 4 16 64 256 1024 * 4096

En cet exemple, la différence du premier terme au deuxieme eſt 3, par conſéquent ayant le ſeptieme terme, qui eſt 4096, ſi on veut trouver la va-

leur de tous les sept termes, il faut diviser 4096 moins 1 par 3, il viendra 1365 qu'il faut ajouter aux mêmes 4096, & il viendra 5461 pour la somme des sept termes proposés. Ainsi des autres.

DE L'EXTRACTION

De la Racine quarrée.

LA racine quarrée doit être considérée comme une mesure parfaite ou égale en deux dimensions, sçavoir, longueur & largeur.

D'où s'ensuit qu'ayant trouvé la superficie d'une figure très-irrégulière, qui ait autant de côtés que l'on voudra, si on veut la rendre dans un quarrée parfait où toute ladite superficie soit comprise, il faut prendre la surperficie de ladite pièce, suivant les Règles que j'enseignerai dans mon Traité de l'Arpentage ci-après; puis ayant trouvé que la superficie de la pièce de terre contient 64 toises ou perches quarrées, de ce produit j'en tirerai la racine quarrée qui sera 8; cela fait, je dis que pour faire un quarré égal à cette susdite pièce irrégulière, il faut qu'il ait huit toises de chaque côté.

Pour l'intelligence de ce que ci-dessus, il faut sçavoir que quand on dit quarrer un nombre, c'est le multiplier par soi-même, & réciproquement que tout nombre multiplié par soi-même, produit un quarré, comme 3 multiplié par 3 font 9, 8 par 8 font 64, & réciproquement ces deux nombres 3 & 8 sont appellés racines des quarrés 9 & 64; ainsi des autres. Pour mieux faire entendre cela, j'ai dressé la Table ci-dessous des quarrés & de leurs racines jusqu'à 100.

Racines.

1 ... 2 ... 3 ... 4 ... 5 ... 6 ... 7 ... 8 ... 9 ... 10

Quarrées.

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

Par le moyen de cette Table, on peut facilement extraire la racine quarrée de tous les nombres qui ſont au-deſſous de 100, parce qu'ils ſont compris dans icelle; comme ſi on demande la racine quarrée de 49, on trouvera que c'eſt 7, car 7 fois 7 font 49 nombre quarré.

Mais ſi l'on ne trouve pas quelque nombre exactement dans l'ordre des quarrés, on prendra le prochain moindre; comme ſi on vouloit extraire la racine quarrée de 69, on prendra 64, qui eſt le prochain quarré au-deſſous de 69, dont la racine eſt 8 pour nombre entier; le reſte qui eſt 5, ſera une fraction dont il ſera parlé page 333.

Mais ſi le nombre duquel on veut extraire la racine quarrée eſt plus que 100, par exemple, 73964, il faut opérer en cette ſorte.

Ayant poſé le nombre dont il eſt queſtion, & formé un demi cercle au-devant d'icelui, pour poſer le quotient comme à la diviſion, il faut ſéparer les figures de deux en deux avec un point, commençant à la première figure vers la main droite, & finiſſant à gauche; comme en cet exemple, le dernier point tombe ſur le 7 qui eſt à main gauche; on dira donc pour commencer, la racine quarrée de 7 eſt 2, qu'il faut écrire au quotient, & auſſi ſous le 7 ſi l'on veut, puis dire 2 fois 2 font 4, leſquels ôtés de 7 reſte 3, que l'on écrira au-deſſus du 7, barrant en même-tems le 7 & le 2 auſſi qui eſt au deſſous, comme à la diviſion.

```
3
7. 39. 64: ( 2
--------------
2
```

Enſuite pour trouver un diviſeur, il faut doubler la racine 2 qui eſt venu au quotient, il viendra 4

qu'il faut mettre au-dessous de 33, mais en avançant d'une figure comme à la division, puis dire en 33 combien de fois 4, je trouve qu'il y est 7 fois, lequel 7 étant écrit au quotient ensuite de 2 déja posé, il le faut aussi écrire pour diviseur sous le 9, puis on dira 7 fois 7 font 49, ôtez de 49, reste zero, & retient 4, puis continuant 7 fois 4 font 28, & 4 que j'ai retenu, font 32, ôtez de 33, restera 1 que j'écris au-dessus de 3.

```
3   10
7.  39.  64 : ( 27
------------------
2   47
```

Maintenant pour trouver un second diviseur, il faut doubler les deux racines 27, disant: 2 fois 7 font 14, je pose 4 sous 6, & retiens 1; ensuite je dis 2 fois 2 font 4, & 1 que j'ai retenu font 5, que j'écris sous 7 vis-à-vis du zero; puis je dis, en 10 combien de fois 5, je trouve qu'il n'y peut être qu'une fois, que j'écris au quotient: ayant posé 1 au quotient, on l'écrira aussi pour diviseur sous 4, première figure à main droite, & continuant comme à la division, on dira une fois 1 est 1, ôtez de 4 qui sont dessus, reste 3 qu'il faut écrire sur 4; puis une fois 4 est 4, ôtez de 6, reste 2 qu'il faut écrire dessus 6; puis 1 fois 5 est 5, lesquels ôtés de 10, reste pour 5, qu'il faut écrire sur le zero; le tout comme il se voit par les opérations ci-dessus.

```
       5
3   10 23
7.  39.64
---------    ( 271
2   47 41
       5
```

L'opération étant ainsi achevée, on trouve que la racine en nombres entiers est 271, & qu'il reste 523, dont il sera parlé ci-après.

Preuve de l'extraction de la racine quarrée.

Pour preuve, il faut multiplier 271 par eux-mêmes, & ajouter à leur produit le reste de l'extrac-

tion qui eſt 523, la ſomme des produits ſera 73964; qui eſt le nombre duquel on a tiré la racine quarrée; & s'il ne reſte rien, on ajoutera tout ſimplement les produits, la ſomme donnera le nombre requis: Ce que l'on obſervera généralement pour la preuve de la racine quarrée.

Opération de la preuve.

```
  271
  271
 -----
  271
 1897
 542
   523 reſte
 -----
 73964
```

Autre Preuve de la racine quarrée par 9.

Comme la preuve de la racine quarrée par 9 a été juſqu'à préſent négligée, parce qu'elle n'eſt pas de grande utilité, & par cette raiſon que les Auteurs, qui ont traité de l'Arithmétique, n'ont pas voulu ſe donner la peine de l'expliquer, je n'en parlerai que fort legèrement & comme par curioſité, afin de témoigner au Lecteur que je n'ai voulu rien omettre de ce que j'ai jugé lui devoir donner quelque ſatisfaction.

Je propoſerai donc la queſtion ſuivante, pour mettre en pratique ladite preuve.

On veut extraire la racine quarrée de 67895. ℞. 260, & reſte 295.

```
     2
  6. 78. 95            8
 ----------- (260    1 X 7
  2. 46. 20           88
     5
```

Ayant trouvé que la racine du nombre ci-deſſus eſt 260, & qu'il reſte 295, je poſe une croix, comme on a coutume, en faiſant cette même preuve de 9 aux Règles d'Addition, Souſtraction, &c. puis je tire la preuve de 260, je trouve que c'eſt 8 que je poſe au haut de ladite croix: Enſuite je quarre 8, font 64, dont la preuve eſt 1, que je poſe au bras gauche de la même croix.

Cela fait, je tire la preuve de 295 reſtés, il vient 7 que je poſe au bras droit de la croix; puis j'ajoute 7 & 1 qui ſont au deux bras de la croix, il vient 8, que je poſe au bas de ladite croix: Enfin je tire la preuve de 67895, il vient auſſi 8 égal au dernier 8 trouvé, que je poſe auprès d'icelui, & c'eſt la preuve. S'il n'y avoit point eu de reſte, au lieu de 7 il faudroit écrire zero, le reſte ſe doit ſous-entendre.

Remarque. Comme le nombre ci-deſſus propoſé n'eſt pas quarré, puiſqu'il reſte 295, ſi on le vouloit rendre parfaitement quarré, & par conſéquent avoir 261 pour racine ſans reſte, au lieu de 260, on demande combien il y faudroit ajouter; il faut doubler la racine 260, plus 1, il viendra 521, & de 521 ſouſtrayant 295, le reſte ſera 226 qu'il faut ajouter au nombre 67895 ci-deſſus propoſé, il viendra pour ſomme 68121, dont la racine quarrée eſt 261.

Mais ſi au lieu d'augmenter la racine, on vouloit exprimer en fractions le reſte de l'extraction ci-deſſus, il faut doubler la racine 260, plus 1, comme ci-devant, il viendra 521 pour dénominateur, poſant 295 qui eſt le reſte, pour numérateur, & la fraction ſera $\frac{295}{521}$, comme il ſe voit par l'opération que je commence ci-après.

```
 2    2
 6   78. 95
 ─────────────── ( 260 191/521.
 2   46   20
      5
```

Tirer la racine quarrée d'entiers & fractions.

On veut tirer la racine quarrée 2280 $\frac{1}{16}$, il faut réduire les 2280 $\frac{1}{16}$ en ſeiziémes, il viendra $\frac{36481}{16}$, puis tirant la racine quarrée du numérateur 36481, il viendra 191, en tirant auſſi la racine quarrée de 16, il viendra 4, & ce feront $\frac{121}{4}$, ou par réduction en entiers, 47 $\frac{3}{4}$.

Tirer la racine quarrée des fractions radicales.

On veut tirer la racine quarrée de $\frac{9}{16}$, il faut tirer la racine de 9, il viendra 3, & la racine de 16 ſera 4, qu'il faut écrire en fraction, & ce ſont $\frac{3}{4}$ pour la racine de $\frac{9}{16}$.

Extraire la racine des fractions irradicales comme de $\frac{5}{7}$.

Il faut multiplier 5 par 7, il vient 35, & au lieu de 35, il faut prendre le nombre quarré le plus proche qui eſt 36, dont la racine eſt 6, que l'on poſera pour numérateur, & 7 pour dénominateur, & ainſi la racine de $\frac{5}{7}$ ſera $\frac{6}{7}$ à fort peu près.

Pour preuve, multipliez $\frac{6}{7}$ par $\frac{6}{7}$, il viendra $\frac{36}{49}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{6}{7}$ comme ci-deſſus.

De l'utilité & uſage de la racine quarrée.

L'utilité de la racine quarrée ſe verra dans la Géométrie ci-après, & ſe pratiquera auſſi en pluſieurs queſtions que je propoſerai dans mon Queſtionnaire en leur lieu.

Pour la guerre, elle ſert à former un bataillon par le moyen d'une quantité d'hommes, ſoit qu'il ſoit quarré d'hommes, ou quarré de terrein.

La bataillon quarré d'hommes eſt celui qui a toutes les faces égales, c'eſt-à-dire, autant d'hommes de front que de flanc.

Et le bataillon quarré de terrein est celui dont les hommes occupent une place de terre quarrée.

Question.

Etant donné 898 hommes pour en former un Bataillon quarré, sçavoir combien il y en aura de chaque côté.

Il faut extraire la racine quarrée des 898 hommes, comme il a été enseigné, il viendra 29 pour racine, & restera 57 hommes, dont on fera un peloton : Mais si on vouloit que le tout y fût employé, c'est-à-dire, qu'il y eût 30 de front & de flanc, sçavoir combien on devroit y ajouter d'hommes.

Pour faire cette Règle, il faut doubler la racine, & ajouter 1, comme il a été enseigné, & de ce double il viendra 59, dont il faut ôter 57, qui sont restant de l'extraction, & restera 2, c'est-à-dire 2 hommes qu'il faudra ajouter au nombre premièrement proposé à ranger un bataillon quarré, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

```
4  57             59
8  98  (29 côté   57 reste
———————  29       —
2  49     1       2 hommes à ajouter.
————————————
         59
```

Etant donné un nombre d'hommes pour faire un bataillon quarré de terrein, pour trouver combien contiendra le front, & combien la file.

Il faut concevoir qu'au bataillon quarré de terrein, les hommes en front occupent 3 pieds de distance les uns des autres, & 7 en file ou en hauteur, tellement que si on veut trouver le nombre des hommes de front, il faut faire une Règle de Trois, posant au premier terme 3, au second 7, & au troisième le nombre des hommes donné ; puis extrayant

la racine quarrée du quatrième terme, il viendra pour racine les hommes du front.

Si au contraire on veut sçavoir les hommes de la file, on dira :

Si 7 donnent 3, combien, &c.

Exemple.

On propose 525 hommes à mettre en bataillon quarré de terrein, on demande combien il y aura d'hommes de front; il faut dire :

Si 3 donnent 7 . . . 525

```
               525        3
                 7      12. 25
              ------    -------  (35 hom.
              3675      3  65      de front.
          1/3 1225
```

Pour avoir ceux de la file, il faut dire,

Si 7 donnent 3 525

```
               525        1
                 3       2. 25
              ------    -------  (15 hommes
              1575      1  25    pour la file.
          1/7  225
```

Pour preuve, il faut multiplier le nombre des hommes du front par ceux de la file, & si le produit se trouve égal à 525 nombre proposé, l'opération sera bonne.

```
         35 hommes de front.
         15 hommes de la file.
        ----
        175
        35
        ----
Produit 525 hommes, & c'est la preuve.
```

Avertissement.

Après avoir amplement expliqué les principes nécessaires pour tirer la racine quarrée, tant des nombres entiers, que des entiers & fractions conjointement, comme aussi des fractions séparément, j'ai jugé

jugé à propos de faire ſuivre les queſtions ſuivantes appliquées au ſujet de la racine quarrée.

Première Queſtion.

On veut former un bataillon en forme rectangulaire en proportion triple, comme de 1 à 3, par le moyen de 2523 Soldats, on demande combien il y aura d'hommes de front, comme auſſi de flanc; diviſez 2523 par 3, il viendra 841, dont la racine quarrée eſt 29 pour le flanc: Et pour avoir le nombre des hommes du front, multipliez 29 par 3, il viendra 87 pour le front.

Pour preuve, multipliez 87 par 29, il viendra 2523, comme il a été propoſé.

Seconde Queſtion.

On veut mettre 465 hommes en bataillon qui ſoit en forme équilaterale ou triangulaire; mais on entend que le premier rang ſoit 1 homme, & le deuxième rang 2, & le troiſième 3; on demande combien il y aura de rangs, & combien il y aura d'hommes au dernier rang.

Doublez 465, & du double tirez la racine quarrée, il viendra 30 pour le dernier rang, c'eſt-à-dire, qu'il y aura 30 rangs: Pour preuve, ajoutez le premier rang qui eſt 1 avec 30, il viendra 31 qu'il faut multiplier par la moitié de 30, qui eſt 15, il viendra au produit 465; ainſi des autres.

Troiſième Queſtion.

On veut former un bataillon par le moyen de 758 hommes, mais on entend que ce ſoit en proportion comme de 1 à 3 $\frac{1}{2}$, on demande combien il y aura d'hommes de front & de flanc.

Réduiſez 3 $\frac{1}{2}$ en demi, il viendra 7; & d'autant que nous agiſſons par $\frac{1}{2}$, doublez 758, il viendra 1516 à diviſer par 7, le quotient ſera 216, & reſte 4, dont la racine quarrée eſt 14, & reſtera 20; partant 14 ſera le nombre de front: Pour avoir le flanc, multipliez 14 par 3 $\frac{1}{2}$, il viendra 49.

Pour preuve, multipliez 49 par 14, le produit sera 686; puis multipliez 20 restés de l'extraction par 7 diviseur, le produit sera 140, auxquels ajoutant les 4 restés de la division, le tout fait 144, dont la moitié est 72 qu'il faut ajouter à 686, & le tout sera 758, comme veut la question.

Quatrième Question.

Il y a 400 hommes desquels on veut former un bataillon en forme de losange, on demande combien il y aura d'hommes à chacun des côtés du bataillon.

Pour former un bataillon en forme de losange ou rhomboïde, il faut former deux bataillons en forme équilatérale, & les joindre ensemble pour former la losange, mais il faut qu'il y en ait un où il y ait un rang plus qu'à l'autre.

Pour former un bataillon, on a de coutume de doubler le nombre, mais pour le dresser en losange, il ne faut pas doubler, il faut seulement extraire la racine quarrée du nombre des hommes, comme de 400, laquelle sera 20 pour la plus grande moitié de la losange; elle sera donc équilatérale, & l'autre moitié équilatérale aussi; mais les côtés de ce dernier ne seront que de 19 hommes, lesquels joints ensemble, seront une véritable losange de 400 hommes.

Et pour prouver le grand triangle qui a 20 de tous côtés, il faut ajouter, selon la Progression Arithmétique, le premier rang 1 avec le dernier 20, la somme sera 21 que vous multiplierez par la moitié de 20, qui est 10, il viendra 210 pour les hommes qui composent le plus grand triangle.

Ajoutez aussi le premier rang du petit triangle avec le dernier, sçavoir 1 avec 19, la somme sera 20 que vous multiplierez par 9 $\frac{1}{2}$ moitié de 19, le produit sera 190, que vous a outerez à 210, la

somme sera 400 hommes qui composent le bataillon en forme de rhomboïde ou losange.

DE L'EXTRACTION

De la Racine Cubique.

LE Cube Géométrique est un corps ayant trois dimensions; sçavoir, longueur, largeur & profondeur ou hauteur, lequel forme six superficies égales & quarrées, telles qu'elles sont représentées en la figure d'un dez à jouer, à la ressemblance duquel on appelle un nombre cube, qui est fait d'un nombre mulúplié par soi-même deux fois, comme si on multiplie 6 pieds par 6, il viendra 36 pieds quarrés, & 6 multipliés encore par 36 font 216 pieds cubes contenus dans la toise cube.

Tout nombre cube a pour côté ou racine le nombre qui commence à multiplier pour le produire, & réciproquement le produit est appellé le cube de la racine cubique même.

Quand les racines des nombres cubes sont données, il est facile d'en trouver les cubes; mais les cubes étant donnés, il est difficile d'en trouver les racines; néanmoins l'on en vient à bout, si on connoit les cubes des racines qui sont depuis l'unité jusqu'à dix exprimées en la Table suivante, qu'il est nécessaire d'apprendre par cœur pour opérer plus facilement dans l'extraction de la racine cubique de tout nombre proposé.

TABLE.

Racines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quarrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubes	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.

Après avoir entendu la Table ci-dessus, si d'aventure l'on veut extraire la racine cubique d'un nombre qui soit compris justement en icelle, ou moindre que le plus grand cube suivant, l'on cherchera le même dans la ligne des cubes, s'il s'y rencontre, & au dessus d'icelui se rencontrera sa racine cubique : Si d'aventure le nombre ne se rencontroit pas précisément, on prendra la racine cubique du plus prochain moindre de la Table, & ôtant le cube pris à la Table du nombre duquel on veut extraire la racine, le reste de la soustraction sera écrit sur une ligne pour numérateur d'une fraction dont il sera parlé ci-après, page 346.

Exemple.

Si je veux extraire la racine cubique de 437, je cherche dans la Table à la ligne des cubes, & trouve que 437 se rencontre entre 343 & 512, partant je prens 343 nombre cube prochain, duquel la racine cubique est 7 pour la racine du nombre proposé, & reste 94.

Mais pour extraire la racine cubique d'un nombre au-dessus de 1000 contenu en la Table, comme de 48627125, après avoir écrit ledit nombre on séparera les figures de 3 en 3 avec un point à cause des 3 dimensions du cube, commençant premièrement à main droite, & finissant à la gauche, comme il se voit dans l'opération suivante ; on décrira aussi au-devant dudit nombre un demi-cercle comme à la division, pour poser les racines que l'on trouvera en faisant l'extraction.

Exemple.

On veut extraire la racine cubique de ce nombre 48627125, ayant ſéparé les figures de 3 en 3, comme il a été enſeigné ci-deſſus, il faut prendre la racine cubique de la premiere ſéparation qui eſt 48, & on trouvera que la racine eſt 3, lequel 3 ſera écrit au quotient pour racine; ayant écrit 3, il le faut cuber, & ſon cube eſt 27, qu'il faut ſouſtraire de 48, & le reſte 21 ſera écrit ſur 48, comme en la diviſion.

```
21
48. 627. 125. (3
----------------
27
```

Pour ſeconde opération, où il faut trouver un diviſeur, il faut prendre le triple du quarré de la racine déjà poſé, qui eſt 3, diſant: 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27 (ce que l'on obſervera généralement pour trouver les diviſeurs); lequel diviſeur 27 ſera écrit ſous 48, mais en avançant d'un degré; puis on dira comme à la diviſion, en 21 combien de fois 2, on ſçait qu'il y eſt naturellement 10 & plus; mais je ſuppoſe qu'il y puiſſe entrer ſeulement 6 fois, j'écris donc 6 au quotient pour racine; cela fait, je multiplie le diviſeur 27 par 6, il vient 162 au produit, que j'écris à l'écart; enſuite je prens le triple du quarré de la racine 6, il vient 108, parce que le quarré de 6 eſt 36, & le triple de 36 eſt 108 auſſi que je multiplie par la premiere racine trouvée qui eſt 3, & le produit eſt 324 que j'écris ſous 162, mais en avançant d'un degré.

Enfin je cube la racine 6, & ſon cube eſt 216 que j'écris ſous 324, en avançant encore d'un degré; puis ajoutant ces trois produits mis l'un ſous l'autre à l'écart, la ſomme eſt 19656, qu'il faut ſouſtraire de 21627, & le reſte ſera 1971 qu'il faut écrire ſur 21627, comme il ſe voit par l'opération ci-après.

```
                         27 diviſeur.      Produits.
                          6 racine.           162
21 971                   ―――――――              324
48. 627. 125             162 produit.         216
―――――――――――――――― ( 36   36 quarré.         ―――――
27                         3                19656
 27 diviſeur.            ――――――
19 656                   108 triple
                           3
                         ――――――
                         324 produit.
                         216 cube de 6.
```

Par cette méthode d'extraire la racine cubique en poſant à l'écart les produits, on voit ſi la ſomme d'iceux eſt plus grande ou plus petite que ce qui eſt reſté de la premiere opération pour la ſeconde, ou de la ſeconde pour la troiſieme, & ainſi de ſuite : ſi la ſomme des produits eſt plus grande, c'eſt ſigne que l'on ne peut pas mettre pour racine un ſi grand nombre que celui que l'on a ſuppoſé ; ſi auſſi la ſomme eſt un peu moindre ou égale, c'eſt ſigne que la racine eſt bien trouvée, comme dans l'exemple ci-deſſus la ſomme des produits eſt 19656, & le reſte étoit 21627 ; par conſéquent on peut mettre hardiment 6 pour ſeconde racine ; & obſervant ce que ci-deſſus, l'on eſt aſſuré ſi on peut mettre la racine ſuppoſée, ou non, parce que ſi la ſomme des produits eſt plus grande que le reſte du nombre de l'extraction, il faut ſuppoſer un moindre nombre pour racine ; ce que l'on obſervera pour chaque opération ; ſoit deuxieme, troiſieme, quatrieme, cinquieme, &c.

Pour troiſieme opération, il faut encore trouver un diviſeur, & pour faire cela, il faut prendre le triple du quarré des deux racines déjà trouvées,

qui sont 36, en la même maniere que ci-devant, le produit sera 3888, qu'il faut poser pour diviseur sous 1971 restés, mais en avançant d'un degré.

Puis pour trouver la racine de lá troisieme tranche ou séparation, je dis en 19 combien de fois 3, je juge qu'il y peut entrer seulement 5 fois, je pose donc 5 pour racine au quotient; puis pour voir si je puis poser 5, je multiplie le diviseur 3888 par la racine 5, il vient 19440 que j'écris à l'écart, comme je l'ai expliqué ci-devant.

Ensuite je prens le triple du quarré de la racine 5, il vient 75, que je multiplie par les deux premieres racines 36, & le produit est 2700 que j'écris sous 19440, en avançant d'un degré.

Enfin je cube la même racine 5, il vient 125 pour son cube, que j'écris sous 2700 en avançant encore d'un degré.

En faisant addition des trois produits, la somme sera 1971125, qu'il faut écrire sous les nombres restans du nombre dont on fait l'extraction, & faisant la soustraction, il ne restera rien : partant le nombre 48627125 ci-devant proposé est un nombre parfaitement cube, dont la racine cubique est 365; comme il se verra par l'opération entiere ci-après.

```
21 971                          36        5
48.627 125                      36        5
────────── (365                 ──       ──
27                             216       25
 2 7                           108        3
18 656                         ────      ──
  388 8                        1296      75
 1 971 125                        3      36
                               ────      ──
        Second diviſeur        3888     450
                                  5     225
                               ────    ────
Produit du ſecond diviſeur.   19440    2700
                               2700
Cube de la racine  5. . . . . . . 125
                   ─────────────────
                            1971125
```

Preuve de l'extraction de la racine cubique.

Pour preuve, il faut quarrer la racine, ou plusieurs, s'il y en a, & multiplier le produit par la racine même, ce dernier produit donnera le nombre propoſé duquel on a fait l'extraction, s'il ne reſte rien; mais s'il reſte quelque choſe, comme en l'exemple ci-deſſous, il le faudra ajouter & on trouvera juſtement le compte.

Exemple.

On veut tirer la racine cubique de 39678.

Opération.

```
 3                 81  produit du diviſeur.
12 741               81
39.678               27 cube.
──────── (33     ────────
27                 8937
 2 7
 2 337
```

Ayant fait l'extraction ci-deſſus, il eſt venu 33 pour racine cubique, & reſte 3741 que je rapporte à la preuve, comme il a été dit ci-deſſus, & la ſomme de l'addition des deniers produits ſe trouve égale au nombre propoſé, & c'eſt la preuve.

Preuve.

```
      33
      33
    ----
     99
      99
    ----
    1089 Produit
      33
    ----
     3267
    3267
     3741 reſte.
    -----
Preuve * 39678
```

Autre preuve par 9.

Quoique la preuve de l'extraction de la racine cubique par 9 ſoit extraordinaire, & que juſqu'ici je ne l'aye point vue expliquée dans aucun Auteur, néanmoins j'ai voulu enſeigner par curioſité ; elle ſe fait ainſi :

Il faut tirer la preuve de la racine 33, il vient 6 qu'il faut poſer au haut de la croix.

Enſuite il faut cuber ce même 6 & ſon cube eſt 216, dont la preuve eſt zero, qu'il faut écrire à côté gauche de la croix.

Puis il faut tirer la preuve du reſte qui eſt 3741, il vient 6 de reſte que je poſe à main droite de la croix.

Cela fait, j'ajoute le 6 dernier poſé avec le zero, la ſomme eſt 6 que j'écris au bas de la croix.

Enfin je tire la preuve de 39678 nombre propoſé, il vient auſſi 6 égal au 6 dernier trouvé, & partant il y aura deux figures au bas de la croix, qui doivent être égales, autrement la Règle ſeroit fauſſe, comme il ſe voit par la pratique.

39678 nombre proposé.
3741 reste de l'extraction.
33 racine.

6
0 X 6
66

Autre Exemple.

Ayant tiré la racine cubique d'un nombre non cube, sçavoir ce qu'il faut ajouter à icelui pour le rendre parfaitement cube, & partant augmenter sa racine d'une unité, comme dans l'exemple ci-dessous de 188 proposés, dont la racine cubique est 5, & reste 63.

Il faut prendre le triple du quarré de la racine, il viendra 75, il faut encore tripler la racine 5, il viendra 15, & y ajouter 1, sont 16 qu'il faut écrire sous 75, & ajoutant le tout la somme sera 91; puis de 91 ôtant 63, qui est le reste de l'extraction, le reste 28 sera le nombre à ajouter pour le rendre parfaitement cube, & la racine, au lieu qu'elle étoit 5, sera 6, comme il se voit par les opérations.

63
188
———— (5 racine
125

5
—
25
3
—
75
15
1 plus
————
*91

*91
63
—
28

188
28
————
† 216

† 216
———— (6 racine.
216

Les 91 ci-dessus peuvent être aussi pris pour dénominateur d'une fraction que l'on écrira sous une ligne, & 63 qui est le reste, seront le numérateur de ladite

fraction, que l'on écrira ſur la même ligne, & ainſi la racine de 188 ſera 5 entiers & $\frac{63}{91}$ au plus près. Ce que l'on obſervera pour le reſte de toutes les extractions cubiques.

Il faut remarquer qu'en faiſant l'extraction cubique d'un nombre propoſé il reſte 1 après l'extraction faite, cette unité ſera le numérateur d'une fraction, parce que 1 eſt un nombre cube & quarré, & le triple du quarré de la racine ſera le dénominateur de ladite fraction.

Comme ſi on diſoit, la racine cubique de 28 eſt 3, & reſte 1; ayant écrit cette unité ſur une ligne, on voit que le triple du quarré de 3 eſt 27, qu'il faut écrire ſous la même ligne, & partant le reſte de l'extraction, qui eſt 1, ſera $\frac{1}{27}$ partie de tel entier que l'on voudra.

Autre Exemple.

On veut tirer la racine cubique d'entiers & fractions comme de 15 $\frac{5}{8}$.

Il faut réduire 15 $\frac{5}{8}$ en $\frac{125}{8}$, puis tirant la racine cubique de 125, il viendra 5 pour racine; tirant auſſi la racine de 8, il viendra 2, & écrivant 5 ſur 2, ce ſeront $\frac{5}{2}$ ou 2 $\frac{1}{2}$ pour la racine de 15 $\frac{5}{8}$, & c'eſt la réponſe.

Pour preuve, cubez $\frac{5}{2}$ il viendra 15 $\frac{5}{8}$; ce qui ſe fait ainſi, diſant: 5 fois 5 font 25, & 5 fois 25 font 125.

Enſuite 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8, puis écrivant 125 ſur 8, ce ſont $\frac{125}{8}$ égaux à 15 $\frac{5}{8}$, comme veut la queſtion.

Autre Exemple.

Tirer la racine cubique d'une fraction radicale, comme de $\frac{27}{64}$.

Il faut tirer la racine cubique de 27, il viendra 3.

Il faut auſſi tirer la racine de 64, il viendra 4, & ce ſeront $\frac{3}{4}$ pour racine cubique de $\frac{27}{64}$.

Autre Exemple.

Etant donné une fraction irradicale comme $\frac{5}{7}$, pour en trouver la racine cubique.

Il faut quarrer 7, il vient 49, qu'il faut multiplier par 5, le produit eſt 245, dont la racine cubique eſt 6 & reſte 29 pour numérateur, & le dénominateur ſera 127; ce ſeront donc 6 $\frac{29}{127}$ qu'il faut diviſer par 7; & le quotient ſera $\frac{791}{889}$ pour la racine cubique des $\frac{5}{7}$ à fort peu près. ainſi des autres.

Queſtion ſur la racine cubique.

Il y a une terraſſe rectangulaire ſolide, laquelle contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaiſſeur, on demande combien la longueur, la hauteur & l'épaiſſeur.

Je poſe que l'épaiſſeur ſoit un pied, & ſelon la Règle des rectangles, la hauteur ſera 6 pieds, & la longueur 36, leſquels multipliés l'un par l'autre, le produit donnera 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000; c'eſt pourquoi la poſition eſt fauſſe: Mais ſi je diviſe le tout par 216, le quotient donnera 27000000, deſquels la racine cubique eſt 300 pieds pour l'épaiſſeur, leſquels multipliés par 6, le produit ſera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800: pour preuve, ſi vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Règle.

Quoique la racine cubique ne ſerve en rien aux choſes qui concernent le commerce des hommes, & que ce n'eſt qu'une ſubtilité de Géométrie; néanmoins j'ai jugé à propos d'en expliquer amplement le précepte avec toutes ces circonſtances, afin que ceux qui en auront beſoin pour la réſolution de pluſieurs queſtions que l'on verra ci-après enſuite du Traité du Toïſé, puiſſent y avoir recours, autrement ils auroient grande peine de ſortir des difficultés qui ſe rencontrent ordinairement dans les propoſitions concernant la Géométrie.

Fin de l'Arithmétique.

TRAITÉ
DE
GÉOMÉTRIE PRATIQUE,

Contenant l'Arpentage, & le Toisé des Ouvrages de Maçonnerie, Charpenterie, des Cubes, des Vaisseaux, & autres mesures dépendantes de cette Science.

AVERTISSEMENT.

COMME la Géométrie est une des principales parties des Mathématiques, & très-utile à toutes sortes de personnes, mais principalement à ceux qui travaillent journellement dans l'Arpentage, Maçonnerie, Charpenterie, & autres ouvrages où il s'agit de mesure; je me suis résolu de mettre ce Traité au jour, pour l'utilité publique. J'y traiterai premièrement des définitions de Géométrie; secondement je ferai la description des Instrumens propres pour l'arpentage; en troisième lieu l'Arpentage même; & en quatrième lieu je donnerai un Traité particulier du Toisé, tant des Plans que des Solides.

Pour commencer, je dirai pour définition que la Géométrie est la science de bien & parfaitement mesurer toutes superficies : elle contient quatre parties principal ; sçavoir.

Le Palnimétrie, qui est pour la mesure des choses planes, appellée Arpentage.

L'Altimétrie, qui est la mesure des hauteurs élevées orthogonellement ou à plomb sur le plan de la terre, comme sont Tours, Clochers, Pyramides, & autres.

La Longimétrie, qui est la mesure des longueurs, largeurs & distances, tant accessibles qu'inaccessibles.

La Stereométrie, qui est la mesure des corps solides, lesquels se mesurent par les trois dimensions, longueur, largeur & hauteur, comme murailles, turcies, parapets, plates-formes, vuidanges de fossés, digues, terrasses & autres.

Or pour travailler en cesdites parties, il faut se servir, quand la nécessité le requiert, d'un Instrument qui sera représenté ci-après, appellé Equerre, & pour cet effet, il est nécessaire de sçavoir les mesures dont on se sert aux Pays & lieux où l'on est pour travailler, comme à Paris les mesures ordinaires sont le pied de Roi ayant 12 pouces, chaque pouce 12 lignes.

La toise contient 6 pieds.

La perche 18 pieds, plus ou moins selon le Pays, comme il se verra au commencement de l'Arpentage (il faut remarquer que le tout s'entend par pied courant en longueurs.)

Le pied quarré contient 12 pouces de long sur 12 pouces de large, qui font 144 pouces quarrés pour le pied quarré.

La toise quarrée contient 6 pieds de long sur 6 pieds de large, faisant 36 pieds quarrés pour la toise quarrée.

La perche quarrée contient 18 pieds de long sur 18 pieds de large, faisant 324 pieds quarrés pour ladite perche quarrée.

Et ainsi il faut multiplier la longueur par la largeur de toutes les mesures qui se rencontrent dans les divers Pays, qui donneront différentes superficies, comme les longueurs & les largeurs sont inégales.

J'ai supposé ci-devant que la perche étoit de 18 pieds, dont la superficie se trouve quarrément sur le pied, & si on supposoit ladite perche être de davantage de pieds, la quantité se trouveroit plus; si elle étoit de moins de pieds, elle se trouveroit moins aussi. Cela supposé :

Le pied cube contient 12 pouces de long sur 12 pouces de large, & 12 pouces de hauteur, faisant en tout son quarré cube 1728 pouces cubes, & ainsi dans les autres mesures pour les cubes; il n'y a qu'à considérer trois dimensions, longueur, largeur & hauteur, & dans le quarré longueur & largeur seulement; ce qu'il faudra bien observer pour éviter de notables abus qui se peuvent commettre dans les opérations de la mesure.

Ayant expliqué ce que c'est que la Géométrie, & l'ayant divisée en quatre principales parties, il reste à traiter des définitions, par lesquelles on apprend à discerner les divers sujets qui tombent sous la mesure, lesquels ont des formes diverses approchantes à-peu-près des figures, comme triangle, quarré, quarré-long ou rectangle, rhombe, rhomboïde, tropeze & trapezoïde, ovale, cercle & autres superficies régulières & irrégulières, c'est-à-dire, qui ont plusieurs ou différens cotés en longueur, desquels je ferai connoître ci après la pratique par des Règles fondamentales, qui ne peuvent recevoir aucun doute, pourvu que l'on ait bien observé les longueurs & largeurs dans le trait quarré, quand il s'y trouve.

Définition de la Géométrie.

1. La ligne droite eſt celle qui eſt également contenue entre ſes extremités, ou le plus court chemin d'un point à un autre.

2. Angle eſt l'inclinaiſon d'une ligne droite à une autre ; de ſorte qu'elle ne faſſe pas une ſeule ligne droite.

3. Quand une ligne droite tombant ſur une autre ligne droite, fait l'Angle d'un côté auſſi grand que l'autre, cette ligne eſt appellé perpendiculaire, & les Angles ſont appellés Angles droits.

L'Angle droit eſt celui qui a 90 degrés; celui qui excède les 90 degrés eſt appellé obtus, & celui qui eſt moindre eſt appellé aigu.



Angles.

Remarque. Deux lignes droites n'enferment point un eſpace.

4. Figure eſt ce qui eſt enclos d'une ou de pluſieurs lignes, & de celle-là le cercle eſt une figure contenue d'une ſeule ligne, appellée circonférence, au dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes tirées à la circonférence ſont égales. Ce point eſt appellé centre.

5. Diametre du cercle eſt une ligne droite paſſant par le centre, & ſe terminant à la circonférence.

6. Le demi-cercle eſt une figure compriſe de la moitié de la circonférence & du diametre.



7. Grand ſecteur de cercle eſt une figure composée de deux demi-diametres, & de plus de la moitié de la circonférence.

8 Petit ſecteur eſt une figure composée de deux demi-diametres du même cercle, & d'une moindre partie de la circonférence.

9. Segment eſt une figure compriſe d'une ligne droite, & d'une portion de la circonférence plus grande ou plus petite que la moitié.





10. 11. 12. Des figures rectilignes, celle qui eſt contenue de trois lignes droites eſt appellée Triangle, & des Triangles, celui qui a les trois côtés égaux,

s'appelle Equilatéral ; celui qui en a deux ſeulement égaux, s'appelle iſocelle ; & celui qui a tous les trois côtés inégaux s'appelle Scalene.



Equilatéral. Iſocelle. Scalene.

13. 14. 15. Les Triangles ſont auſſi appellés Rectangles, qui ont un Angle droit, Obtuſangles lorqu'ils ont un Angle obtus, & Acutangles lorſqu'ils ont tous leurs Angles aigus.



Rectangle. Obtuſangle. Acutangle.

16 & 17. Le quarré eſt une figure qui a les quatre côtés égaux & les Angles droits, & le quarré long eſt celui qui a les quatre Angles droits, & les côtes oppoſés ſeulement égaux.



Quarré.



Quarré-long.

18. Rhombe est une figure de quatre côtés égaux & paralleles, ayant deux Angles obtus opposés & deux Angles aigus aussi opposés.

19. Rhomboïde est une figure aussi de quatre côtés paralleles, sçavoir deux longs & deux courts, ayant deux Angles obtus & deux aigus.

Il faut remarquer que le quarré, quarré long, Rhombe & Rhomboïde sont quatre figures que les Géometres appellent Parallélogrammes, c'est-à-dire, que tous les côtés opposés sont paralleles.



Rhombe.



Rhomboïde.

20. Trapeze est une figure de quatre côtés, qui n'est ni quarré ni quarré long, Rhombe ni Rhomboïde, il a deux côtés paralelles & inégaux.



Trapeze.



Quadrilatere.

21. Le quadrilatere est en général une figure de quatre côtés.

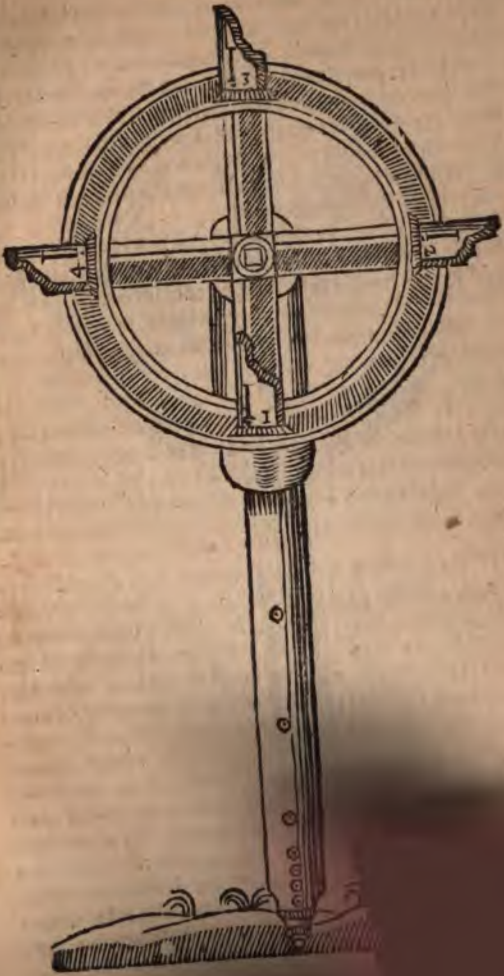
Trapezoïde eſt une figure de quatre côtés inégaux, ayant auſſi les Angles inégaux, dont il ſera parlé ci-après dans l'Arpentage.

Auparavant que de traiter de la meſure de chaque figure en particulier contenue dans les Définitions ci-devant, j'ai trouvé à propos de faire l'inſtruction d'un Inſtrument duquel il faut ſe ſervir ſur le terrein, lorſqu'il eſt queſtion de trouver les meſures des ſujets: & pour abréger, je vous dirai que je le diviſe en deux parties, ſçavoir en ſimple, & composé; le ſimple pour ſervir dans les opérations ſimples de l'Arpentage; & le composé pour trouver l'ouverture des Angles des figures régulières & irrégulières, comme il ſe verra ci-après dans leurs opérations.

Deſcription d'un Inſtrument appellé Equerre, très-utile & abregé pour faire toutes ſortes d'opérations, tant pour la meſure des lieux ou ſujets acceſſibles qu'inacceſſibles, dont la figure & repréſentation s'enſuit après le diſcours ſuivant.

Il faut premièrement que ledit Inſtrument nommé Equerre ſoit en forme ronde, qui eſt la figure la plus parfaite & infaillible, qui doit être diviſée en quatre parties égales par deux lignes qui s'entrecoupent en Angles droite au centre. Il faut qu'à l'extrémité de chaque ligne, il y ait une pinule attachée de la même forme ci-repréſentée, qui ſoit fendue perpendiculairement à droite ligne, avec un petit trou au-deſſous de la fente pour découvrir les objets.

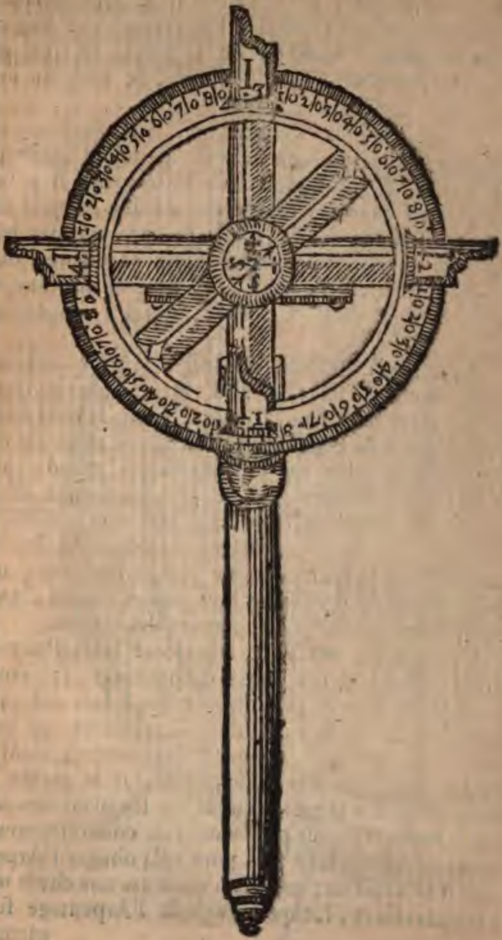
Cela ſuppoſé, il faut qu'il y ait au centre de l'Inſtrument une douille qui entre à vis dans ledit centre, laquelle ſervira à ſoutenir ledit Inſtrument ſur


3
4
2
1

ſon bâton, haut environ de quatre à cinq pieds, ſelon la hauteur de l'œil, qui doit être diviſé en pieds & pouces pour opérer facilement, & éviter la peine de prendre à tout moment la chaine pour meſurer de petites diſtances. Ledit Inſtrument peut être fait de telle maniere que l'on voudra; mais la plus approuvée & la meilleure eſt celle de cuivre, car elle n'eſt pas ſi ſujette à être forcée, ni à manquer dans les opérations.

Ceux qui veulent pénétrer plus avant, & qui ont quelque peu de connoiſſance des Mathématiques, & qui ſur un même Inſtrument veulent opérer en toutes ſortes de ſujets pour trouver leurs meſures, tant acceſſiblement qu'inacceſſiblement, comme pour meſurer la hauteur d'une Tour, la profondeur d'un Foſſé, la largeur d'une Riviere; enfin pour meſurer la ſuperficie de toutes ſortes de plans, & le reſte; ceux-là, dis-je, pourront facilement agir avec le même Inſtrument, en toutes ſortes d'occurrences, augmentant ſur icelui ce qui ſuit, comme il ſe verra ci-après par une ſeconde repréſentation dudit Inſtrument.

Je ſuppoſe que ledit Inſtrument ſoit de cuivre en la même forme que ci-deſſous, avec toutes ſes mêmes parties; mais afin de le rendre univerſel pour toutes ſortes d'opérations, il faut diviſer le cercle dudit Inſtrument en 360 parties égales, appellées degrés, le diviſant premiérement en quatre, comme il eſt, puis chaque quatrième partie en neuf, commençant à diviſer en trois parties, & chaque partie de trois en trois, juſqu'à la quantité de neuf qui ſont dixaines, leſquelles ſont quatre-vingt-dix parties égales, qui eſt le quart du cercle, ou ouverture de l'Angle droit, appellé trait quarré, autrement à l'Equerre. Cela étant obſervé, on marquera deſſus les dixaines, leurs degrés; puis après ſur le centre dudit Inſtrument ſera conſtruite une alidade mouvante



sur sondit centre, qui de ses extrèmités touchera la circonférence, & tournoyant & recherchant la mesure des sujets, montra l'ouverture des Angles, commençant à compter de la pinule fixe ou immobile jusqu'où l'alidade touche, & ainsi on aura le requis sur ladite alidade.

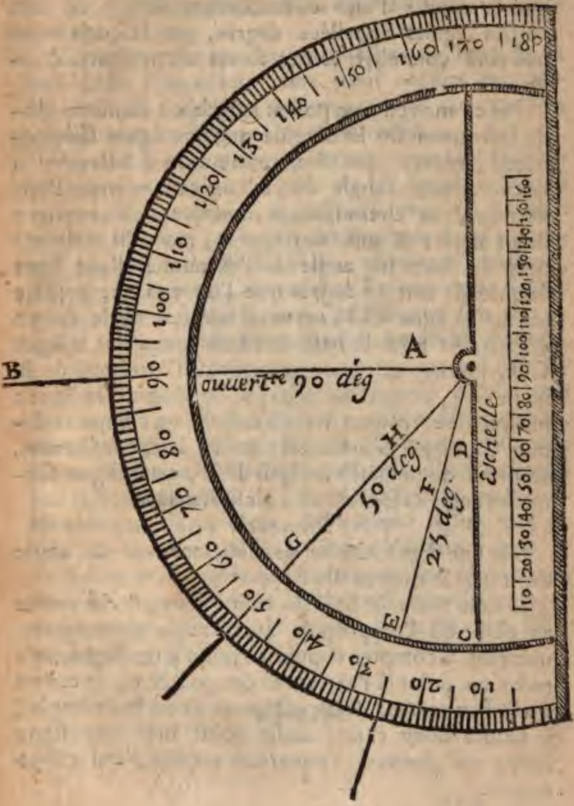
Il faut aussi pareillement qu'il soit construit des pinules, qui seront attachées de la même façon que ci-devant : & pour tenir ledit Instrument, il y faut ajouter un genou au lieu d'une douille, lequel sera fait de pareille étoffe, pour le faire tourner haut & bas, en telle maniere qu'il sera nécessaire, dont la représentation est vis-à-vis, montée sur son bâton, comme celui ci devant, qni est simplement pour l'Arpentage.

Ayant ainsi construit ledit Instrument, qui est portatif, il est aisé avec icelui d'observer tout ce qui se peut rencontrer dans la mesure : pour la grandeur, cela dépend de celui qui le fait faire ; mais on observera que plus un Instrument est grand, plus il est juste ; néanmoins la plus commune & la meilleure opinion est qu'il y ait cinq pouces de diametre, & sa circonférence à proportion. Sur l'alidade dudit Instrument, on y peut faire faire une petite boussole divisée en huit parties égales, avec laquelle on pourra prendre toute déclinaison.

Comme j'ai traité & représenté les Instrumens propres pour toutes sortes d'opérations, j'ai voulu pour en faciliter la pratique sur les sujets qui tombent sous la mesure, donner à connoître un petit Instrument portatif, appellé Rapporteur, dont la figure suit, qui sert à rapporter sur le papier les ouvertures des angles trouvés sur les plans des places à mesurer, pour par ce moyen connoître toutes sortes de superficies, sans pour cela obliger l'Arpenteur d'en avoir un ; comme n'étant pas une chose tout à fait nécessaire, lorsqu'il s'agit de l'Arpentage simplement

plement, mais bien quand il eſt queſtion de trouver la meſure d'un Bois, ou autres ſujets dans leſquels on ne peut entrer, mais ſeulement aller autour d'iceux, pour en avoir la meſure par l'ouverture des angles.

Figure dudit Inſtrument.



Q

TRAITÉ
DE L'ARPENTAGE.

L'Arpentage n'eſt rien autre choſe que ce que l'on dit meſurer la ſuperficie de la Terre, ce qui eſt le propre de la Géométrie ci devant expliquée, pour les diverſes figures qui ſe forment ſur icelle; mais à cauſe de l'uſage qu'il y a entre les Peuples ſelon la diverſité des meſures, on emprunte les nombres de l'Arithmétique pour ſignifier ces meſures; & ſelon la diverſité des Pays, on uſe de différentes meſures, dont la Table ſuivante exprime les plus connues.

Table des meſures uſitées.

L'arpent contient 10 perches en longueur, 10 en largeur, & 100 perches quarrées en ſuperficie, qui eſt communément diviſé en quatre quartiers.

La perche, meſure de la Prevôté & Vicomté de Paris, eſtimée de 18 pieds.

Et en d'autres endroits, ſelon la diverſité des lieux, elle eſt de 19, 20, 22, 24, &c.

Comme au Pays du Perche & Pays Chartrain, la perche eſt de 22 pieds de long; & en ſon quarré en contient 484.

Au Pays d'Anjou, Poitou, Touraine, le Maine, & autres lieux circonvoiſins, la chaîne, de laquelle l'on meſure les héritages, contient 25 pieds en ſa longueur & en ſon quarré 625 pieds.

En Bretagne la chaîne contient 24 pieds de longueur, & 576 pieds en quarré.

Il faut remarquer qu'en la plupart des Provinces, les 100 chaînes quarrées de 25 pieds de long chacune, ſont comptées pour un arpent, les 25 pour un quartier; tellement que les 10 en longueur ſur autant de largeur, c'eſt un arpent, ou 25 en longueur ſur 4 de largeur font un arpent auſſi, & les 5 en longueur ſur autant de largeur, font un quartier.

Le Journal au Duché de Bretagne contient 22 ſeillons $\frac{1}{3}$ ou 4020 pieds quarrés.
Le ſeillon contient 6 raies ou 180 pieds.
La raie contient 2 gaules $\frac{1}{2}$ ou 30 pieds, & la gaule contient 12 pieds.

L'Acre au Duché de Normandie contient 4 verges.
La verge contient 40 perches quarrées; &
La perche contient 22 pieds.

La ſaumée en Languedoc contient 4 ſeſterées, ou 1600 cannes quarrées.
La canne contient 8 pans en longueur, & le pan contient 8 pouces 9 lignes.

Le Journal au Duché de Bourgogne, ſelon l'Ordonnance du Duc Philippes, contient 360 perches quarrées.
La perche contient 19 pieds en longueur, & 361 en quarré.

Le Journal au Duché de Lorraine contient 250 toiſes.
La toiſe 10 pieds en longueur
Le pied 10 pouces, meſure de Lorraine.

Ayant dit tout ce que ci-deſſus pour la différence des meſures qui ſe rencontrent ſelon la diverſité des Pays, il eſt maintenant queſtion de venir à la pratique de l'Arpentage, qui a pour objet la pièce de terre que l'on veut meſurer ou arpenter, que l'on doit meſurer avec la meſure dont on meſure les

héritages du Pays ou de la Province où se fait l'Arpentage.

Tous les Arpentages qui se font, les uns dans une Province, les autres dans l'autre, ne diffèrent point entr'eux, sinon pour le regard de la mesure qui est plus courte ou plus longue en un lieu qu'en l'autre, quoique l'une & l'autre soient divisées en pieds égaux en leur longueur, selon la longueur de ladite mesure, d'autant que nous n'avons en ce Royaume qu'un pied de Roi; par cette raison tous Arpenteurs, en quelque Pays qu'ils soient appellés pour faire des arpentages ou d'autres mesures, s'étant bien instruits de la mesure du lieu où les terres à arpenter seront situées, pourront sans difficulté faire lesdits arpentages, & ensuite le calcul & supputation d'iceux conformément à la mesure de laquelle ils ont arpenté, d'autant qu'en quelque Province que ce soit, les figures Géométriques desquelles sont composées lesdites pièces d'héritages, ne sont point différentes l'une de l'autre, puisqu'en l'un & l'autre Pays elle sont composées de figures quarrées, barlongues, triangulaires, trapezes, circulaires, en ovale & autres ci-devant déclarées au Traité de Géométrie, page 352.

Avertissement à l'Arpenteur.

Il est absolument nécessaire à l'Arpenteur d'avoir tous les Instrumens propres à l'arpentage, en premier lieu, il doit avoir une Equerre simple ou composée, comme celles qui sont représentées ci-devant, pages 357 & 359, parce qu'elles font le même effet quant à l'arpentage; en second lieu, une chaîne de fil-de-fer longue de 18, 20 pieds ou plus, selon la perche ou mesure du lieu; enfin 12 ou 15 piquets ferrés par le bout, ou plus ou moins au choix de l'Arpenteur pour sa plus grande commodité.

Etant ainsi assorti d'Instrumens, avant que d'en venir à la pratique, il doit considérer trois choses:

la première eſt la coutume du lieu pour la meſure.

La ſeconde, le pourtour de la pièce de terre à meſurer : & la troiſième, les bornes qui la ſéparent d'entre ſes voiſins, avec les alignemens des chemins & foſſés ſuivant la coutume du lieu.

Il eſt à remarquer, que pour être aſſuré dans ſes opérations, il faut ſe repréſenter en ſon eſprit la forme de ladite piece à meſurer, & l'ayant ainſi conçue, voir ſous quelle figure elle tombe dans la Géométrie ; cela ſuppoſé, il en faut ſuivre la Règle pour la meſurer, néanmoins ce n'eſt pas le tout de la conſidérer théoriquement, il en faut venir à la pratique ; car ſouvent les terres ne tombent pas dans la régularité, quoiqu'elles ſoient dans les formes ſuivant les Règles de Géométrie : pour ſupplément de ce, la pratique en donne une entière connoiſſance.

Par cette raiſon, pour Règle générale dans telle figure qu'elle puiſſe être, tirez toujours les lignes droites par le moyen de votre équerre & piquets, les meſurant actuellement, ſuivant les côtés deſquels votre dite figure eſt entourée ; cela ſuppoſé, obſerſervez les Règles qui tombent dans cette meſure, & l'opération vous en donnera la ſuperficie requiſe.

Si les lignes ſe trouvent courbes, rentrantes ou ſortantes en coude ou en S, ne manquez pas de tirer vos lignes droites, raſant le rentrant & le ſortant ; en ce faiſant, il demeurera du vuide à meſurer ; mais il faut que celui qui ſort, récompenſe celui qui rentre, & ainſi réciproquement l'un réparera le défaut de l'autre, ce qui dépend de la prudence de l'Arpenteur.

Quand à ceſdites portions qui reſtent à meſurer, elles doivent ſe conſidérer à-peu-près en formant des figures triangulaires dans icelle ou autres, côtoyant de plus près que faire ſe pourra les portions de cercles : Si néanmoins on vouloit exactement meſurer ceſdites portions juſqu'à la plus petite



partie d'une perche, toise ou autre mesure, il se peut faire, mais ce seroit chercher un chemin bien long pour la conséquence qui en est fort petite ; ce que je propose n'est pas pour m'excuser de faire l'opération entière, puisque ci-après je vous en ferai la démonstration.

Proposition I.

D'un point à un autre donné à la Campagne, tirer une ligne droite.

Pour faire cette ligne, il faut prendre deux piquets à plaisir, & poser l'un des deux au point dont on veut tirer la ligne, & l'autre au point où l'on la veut tirer, ensorte que posant un troisième, on voye avec l'œil que tous les trois soient rangés en une ligne droite : ensuite on en plantera tant d'autres que l'on voudra entre les deux points donnés ; de sorte que celui que l'on plantera, cache à l'œil ceux qui sont déja plantés.

Proposition II.



Sur une ligne droite donnée à la Campagne & d'un point en icelle élever une perpendiculaire, ou à l'équerre.

Soit planté un bâton avec l'équerre au point proposé, de ſorte que par l'une des fentes qui eſt parallele au côté de l'équerre, on voye au long de la ligne donnée, & que par l'autre qui la coupe en angles droits, on faſſe tirer une ligne droite parallele à la baſe ou ligne - terre qui ſe tire du pied de l'Inſtrument à l'extrèmité du piquet qui termine la diſtance, enſorte que poſant d'autres piquets entre ces deux extrêmes, on puiſſe voir tous les ſommets d'iceux au travers des pinules audit Inſtrument, alors ils ſeront tous en même hauteur; & le rayon viſuel ſera parallele à la ligne - terre ſelon le requis.

De la mesure des Triangles.

Maxime.

En tout Triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés par la quarante-septième du premier d'Euclide.

Si B. est l'angle droit, le quarré de la ligne AC fait autant que la somme des quarrés du côté AB, & du côté BC, comme il se voit en la figure de la troisième proposition suivante.

Proposition III.

Etant donnés les deux côtés qui forment l'angle droit d'un Triangle rectangle, trouver l'autre côté.



Du Triangle rectangle ABC, l'angle B soit droit, le côté AB, 12 toises, & BC 5, il faut trouver le côté AC opposé à l'angle droit.

Pour faire cette opération, il faut prendre le quarré de 12, & le quarré de 5 font 144 & 25, &

les ajouter ensemble ; cela sera 169, desquels extrayant la racine quarrée, il viendra 13 pour le côté AC.

Opération.

12	5	144	1 69	
12	5	25	——	(13 pour le côté AC.
144	25	169	1 23	

Application.

Il y a une muraille haute de 12 toises, & au pied d'icelle un fossé large de 5 toises, on demande si on vouloit faire une échelle pour monter avec icelle au haut de ladite muraille, combien elle devroit avoir de toises : Pour réponse, quarrés 12 & 5 qui est la hauteur de la muraille, & la largeur du fossé, il viendra 144 & 25, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, font 169, dont la racine quarrée est 13 toises pour la longueur de l'échelle.

Preuve.

La longueur de l'échelle est 13 toises, & la largeur du fossé est 5, on demande la hauteur de la muraille.

Quarrés 13, il vient 169 ; quarrés aussi 5, il viendra 25 ; cela fait, ôtez 25 de 169, il restera 144 ; dont la racine quarrée est 12, pour la hauteur de la muraille, comme ci-devant.

Autre preuve.

La hauteur de la muraille est 12, & la longueur de l'échelle est 13, on demande la largeur du fossé.

Quarrés 13, il viendra 169 ; quarrés aussi 12, il viendra 144 ; puis ôtez 144 de 169, le reste sera 25, dont la racine quarrée est 5, pour la largeur du fossé, comme il a été proposé.

Propoſition IV.

Etant donné les trois côtés d'un Triangle, trouver la perpendiculare qui tombe de l'un des angles ſur le moyen côté. *Voyez la fig. page* 370.

Pour trouver la perpendiculaire du Triangle ABC comme la ligne AD, il faut, en premier lieu, trouver le point D, auquel elle coupe la baſe, ce qui ſe fait en cette ſorte.

On ajoutera les deux côtés AB & AC, leſquels feront enſemble 14, on prendra la différence des mêmes côtés, qui eſt 2; cela fait, on multipliera 14 par 2, il viendra 28, leſquels ſeront diviſés par 7 de BC, le quotient ſera 4, lequel 4 on ôtera de même 7, & le reſte ſera 3, duquel la moitié, qui eſt 1 ½ ſera la longueur de la ligne BD : Enfin on prendra le quarré de AB, il viendra 36, duquel on ſouſtraira le quarré BD, qui ſera 2 ¼ & du reſte qui ſera 33 ¾ pour le quarré de la perpendiculaire AD, on en extraira la racine quarrée, & on aura la longueur de la même perpendiculaire; ſçavoir 5 ½ ou environ peu plus.

Opération.

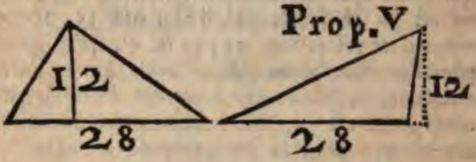
Add.	Souſt.	Mult.		Souſt.	
8	8	14		7	
6	6	2	28	4	
—	—	—	—— (4	——	
14	2	28	7 la ½	3	dont ½

Mult.	Mult.		Souſt.
6	1 ½		36
6	1 ½		2 ¼
——	——		——
36	2 ¼	reſte	33 ¾ dont il faut tirer la racine quarrée, il viendra 5 ¾ peu plus.

Propoſition V.

Etant donné un Triangle, trouver ſa grandeur.

Il faut chercher en l'un de ces côtés un point, auquel poſant l'équerre, on puiſſe par le moyen d'icelle élever une perpendiculaire qui paſſe par l'angle oppoſé au côté; puis meſurant le côté ou la baſe comme auſſi la perpendiculaire qui paſſe par l'angle oppoſé au côté; puis meſurant le côté ou la baſe, comme auſſi la perpendiculaire, il s'enſuit la Règle ſuivante.



La perpendiculaire du triangle ſoit 12, la baſe 28, il faut multiplier la moitié de 12, qui eſt 6, par 28, cela fait 168 pour la ſuperficie du triangle, c'eſt-à-dire, que ſi la perpendiculaire du triangle contient 12 perches, ledit triangle contiendra 168 perches quarrées; ſi c'eſt pieds, ce ſeront 168 pieds; ſi c'eſt toiſes, &c. reſervant toujours en mémoire que la multiplication fait une ſuperficie.

Proposition VI.

Si d'aventure l'on ne pouvoit tirer de perpendiculaire, & que l'on eût les trois côtés, on trouvera la ſuperficie en cette maniere.



Les trois côtés du triangle ſoient 15, 20 & 25; qui étant ajoutés enſemble, ſont 60, la moitié de 60 eſt 30, deſquels 30, il faut ôter 15, 20 25 ſéparément les reſtes ſont 15, 10 & 5, qu'il faut multiplier l'un par l'autre, pour avoir au produit 750, qui étant multipliés par la moitié de la ſomme des côtés, qui eſt 30, fait 22500, dont la racine quarée eſt 150 pour la ſuperficie du triangle.

```
 15      30      30      30      15
 20      15      20      25      10
 25     ----    ----    ----    -----
 --      15      10       5     150
 60                                5
 ½30                            -----
                                 750
                                  30
                                -----
1                               22500
2. 25. 00.
----------- (150 Superficie du Triangle.
1 2 5 00
  3
```

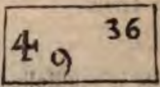
De la meſure du Quarré & du Quarré-long.

Propoſition VII.

Pour meſurer un quarré ou un quarré long, il faut meſurer les deux côtés qui comprennent un même angle ; & les multiplier l'un par l'autre ; & le produit donnera la ſuperficie.



Prop.VII



Si c'eſt un quarré, & qu'un chacun des côtés ſoit 8, multipliant ce côté par ſoi-même, cela fera 64 pour la ſuperficie du quarré.

Si c'eſt un quarré-long, & l'un des côtés ſoit 4 & l'autre 9, multipliant 4 par 9, il viendra 36 pour la ſuperficie du quarré-long ou rectangle.

Il faut remarquer qu'encore que je ne me ſerve que de nombres entiers dans la propoſition du quarré, & du quarré-long ci devant, s'il arrive des fractions dans une autre queſtion ſelon la ſubdiviſion de la perche, toiſe, & autres meſures, on obſervera le même ordre qu'en l'exemple ci-deſſous, lequel ſervira de modèle à toutes multiplications de longueur par largeur, concernant l'arpentage, ou autres opérations de meſure.

Exemple.

Suppoſez qu'une pièce de terre ait été meſurée à la perche de 18 pieds, & que la longueur d'icelle

ſoit 9 perches 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds : on demande combien il y aura de perches quarrées & parties de perches.

Opération.

long.	9 perches	7 pieds.	
larg.	6	5	
	56 perches	6 pieds.	
	2	9	
		1	$\frac{17}{18}$
	58 perc.	16	$\frac{17}{14}$

pour la ſuperficie de ladite pièce de terre.

Pour faire cette opération, il faut multiplier en croix les 7 pieds de la longueur par les 6 perches de la largeur, il viendra 42 pieds, dont les 36 font 2 perches, & reſte 6 pieds : J'écris les 6 pieds, & retiens les 2 perches, ou je les écrirai au rang des perches.

Enſuite je multiplie les 9 perches par les mêmes 6 perches, il vient 54, & 2 que j'ai retenues, font 56, que j'écris dans leur rang.

Cela fait, il faut multiplier les 5 pieds de la largeur par les 9 perches ſuſdites, il viendra 45 pieds qui valent 2 perches & 9 pieds, que j'écris encore au-deſſous dans leur ordre.

Enfin je multiplie les 7 pieds de la longueur par les 5 pieds de la largeur, le produit eſt 35 pieds, dont les 18 font 1 pied de perche, que j'écris au rang des pieds, & reſte 17, c'eſt-à-dire, $\frac{17}{18}$ parties d'un pied quarré que j'écris enſuite, & ajoutant le tout, la ſomme des produits ſera 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$ de pieds, ou bien 58 perches 17 pieds moins $\frac{1}{18}$ de pied.

On voit par le raiſonnement de la multiplication ci-deſſus, que multipliant perches par perches il vient des perches, pieds par perches il vient pieds de perches, c'eſt-à-dire, des pieds qui ont 1 pied de large & 18 pieds de long, dont les 8 font une

perche quarrée : mais multipliant pieds par pieds il vient des pieds quarrés, dont 324 font la perche quarrée.

Dans l'exemple ci-dessus, on a 58 perches quarrées, 16 pieds de perche, $\frac{17}{18}$ qui valent 17 pieds quarrés.

Pour réduire les pieds de perche en pieds quarrés, il faut multiplier 16 par 18, il viendra 288 pieds, lesquels étant ajoutés avec 17 numérateur de $\frac{17}{18}$ font 305 pieds quarrés, & au lieu de 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$, on a 58 perches & 305 pieds quarrés.

Avertissement.

Je sçais que cette manière d'opérer embarrasse beaucoup les jeunes Arpenteurs & autres; la plus grande partie prennent les pieds de perche pour des pieds quarrés, & les pieds quarrés pour des pieds de longueur, il est donc nécessaire de donner une autre méthode d'opérer, pour faire connoître que quand on multiplie des pieds par des pieds, il vient des pieds quarrés; quand on multiplie des perches par des pieds, il vient des perches & des pieds; des perches sans pieds, & des pieds sans perches; selon que le cas y échoit.

Dans l'exemple ci-dessus, on multiplie 9 perches par 5 pieds, il vient 45 pieds de perche, dont les 36 font 2 perches quarrées & reste 9 qui valent une $\frac{1}{2}$ perche, & comme la perche quarrée est de 324 pieds quarrés, la $\frac{1}{2}$ perche en contient 162, ainsi 9 pieds de perche sont égaux à 162 pieds quarrés, de même 16 $\frac{17}{18}$ sont égaux à 305 pieds quarrés : c'est pourquoi on pourra se servir de la méthode suivante qui est un peu plus longue, mais moins embarrassante pour ceux qui ne sont pas bien au fait du calcul.

Exemple.

On a une pièce de terre dont la longueur est 9 perche 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds: il faut réduire les 9 perches 7 pieds en pieds, il viendra 169 pieds pour la longueur; il faut aussi réduire 6 perches 5 pieds en pieds, il viendra 113 pieds pour la largeur.

Il faut multiplier présentement 169 par 113, il viendra au produit 1 097 pieds quarrés, qu'il faut diviser par 324 pieds valeur de la perche quarrée, on aura au quotient 58 perches quarrées, & restera 305 pieds quarrés. Voyez l'opération suivante.

9 perches 7 pieds.	6 perches 5 pieds.	
18	18	
162	108	169
7	5	113
169	113	507
		169
		169
		19097

```
  3
 2805
† 19097
 ------  ( 58 perches quarrées, & 305 pieds
 3244            quarrés.
  32
```

On peut encore opérer par les fractions : en multipliant 9 perches $\frac{7}{18}$ par 6 perches $\frac{5}{18}$, on aura au produit 58 perches $\frac{305}{324}$.

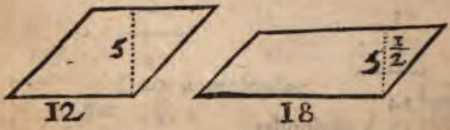
Du Rhombe & Rhomboïde.

Proposition VIII.

Etant donné à mesurer une pièce de terre en forme Rhombe ou Rhomboïde, trouver sa superficie.

Il faut mener sur l'un des côtés une perpendiculaire jusqu'à l'autre côté qui lui est opposé, puis mesurant ce côté & la perpendiculaire, & multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la pièce de terre.

Prop. VIII.



Le côté du Rhombe fait 12, & la perpendiculaire 5; multipliant 12 par 5, il viendra 60 pour la superficie du Rhombe; & si le côté du Rhomboïde étoit 18, & la perpendiculaire 5 ½, le produit seroit 99 pour la superficie du Rhomboïde.

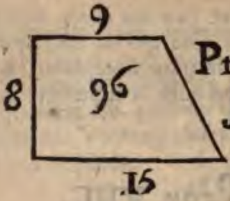
De la mesure du Trapeze.

Proposition IX.

Etant donné à mesurer une pièce d'héritage en forme de Trapeze, trouver sa superficie.

Le Trapeze a deux côtés parallèles & inégaux; qui étant joints ensemble, puis d'iceux prenant la

moitié, cette moitié étant multipliée par la perpendiculaire qui tombe de l'Angle obtus ſur le plus grand côté parallèle, le produit donne la ſuperficie; mais ſi le Trapeze eſt rectangle, alors il n'eſt pas beſoin d'abaiſſer une perpendiculaire, puiſque la ligne qui forme les angles droits, eſt par conſéquent perpendiculaire.



Prop. IX. Fig. I.

15
9

Somme 24
½ 12 à multiplier
par 8

96 Sup. du Trapeze.

L'un des côtés paralleles, ſoit 15, l'autre 9, celui qui tombe perpendiculairement ſur iceux 8, il faut ajouter 15 avec 9, la ſomme eſt 24, dont la moitié eſt 12, qu'il faut multiplier par 8, il viendra 96 au produit pour la ſuperficie du Trapeze, comme ci-deſſus.

Autre Exemple.

Si le Trapeze avoit deux côtés parallèles, & qu'un des autres ne tombât pas perpendiculairement ſur iceux, il faudroit mener une ligne droite perpendiculaire depuis l'un juſqu'à l'autre, puis multi-

plier la moitié de leur ſomme par cette perpendiculaire, on aura la ſuperficie, comme il ſe voit par la démonſtration de la figure ſuivante, où les deux côtés paralleles ſont 16 & 24, & la ligne perpendiculaire 9.



Fig. 2.

16
24
———
40
$\frac{1}{2}$ 20 à multiplier
par 9
———
180 ſuperficie.

Autre Exemple.

Et ſi au Trapeze, ou plutôt au Trapezoïde propoſé, il n'y avoit aucun angle droit ni ligne parallele, comme à celui repréſenté ci-après, on le diviſera en deux triangles, menant une ligne diagonale, c'eſt-à-dire, d'un des angles à celui qui lui eſt oppoſé, & par conſéquent le Trapeze ſera diviſé en deux triangles, deſquels cherchant la ſuperficie ſelon l'ordre enſeigné, & les ajoutant enſemble, on aura la ſuperficie totale du Trapeze dont la figure ſuit.

Mais on peut trouver la ſuperficie du même Trapeze tout d'un coup, & plus facilement; il faut ajou-

ter les deux perpendiculaires 15 & 12, la ſomme eſt 27, qu'il faut multiplier par 8 moitié de 16, qui eſt la diagonale, & le produit ſera 216 pour la ſuperficie du même Trapezoïde, comme il ſe voit par l'opération.

15	27
12	8
27	216



fig. 3.

Des Poligones réguliers.

LEs Poligones réguliers ou de pluſieurs côtés égaux, ſe meſurent en multipliant tout leur circuit par la moitié de la perpendiculaire qui tombe du centre ſur le milieu de l'un des côtés, & le milieu donne leur ſuperficie.



```
   30        30
    6        13
  ----      ----
   180      390
    13        6
  ----      ----
   540      2340
  180
 ----
 2340 toises
```

Soit proposé pour exemple l'Exagone ABCDEF, le centre duquel soit G, & la perpendiculaire qui tombe du point G, sur le milieu de l'une des bases, comme ici AB au point H, cette ligne GH étant trouvée 26 toises, & chacun côté de 30, tout le circuit aura 180, qui étant multipliés par la moitié de la perpendiculaire qui est 13, le produit donnera toute la superficie de l'Exagone, sçavoir 2340 toises.

Quelques Géomètres trouvent la superficie par une autre voie, mesurant l'un des triangles à part, comme ici le triangle ABC est trouvé en multipliant la base 30 par la moitié de la perpendiculaire 13, dont le produit est 390, qui étant multipliés par 6, il viendra 2340 toises pour la superficie de l'Exagone; & ainsi de tous les Poligones réguliers, comme il se voit par la figure ci-devant.

Des Poligones irréguliers.

Les Poligones irréguliers sont ceux qui n'ont aucun angle, ni aucun côté égal, & sont infinis comme les réguliers; ils se mesurent tous en les réduisant en triangles, & prenant la superficie d'un chacun à part; puis faisant addition de tous les produits, la somme donne la superficie.

Pour exemple soit proposé le Pentagone ci-après, qui contient trois triangles, un chacun desquels étant mesuré à part, l'addition d'iceux donnera la superficie requise.

Voyez la figure du Pentagone de l'autre part ensuite de son explication.

Explication de la figure suivante.

Ajoutez les deux perpendiculaires de la figure ABCD, qui sont 6 & 5, il vient 11, dont la moitié est $5\frac{1}{2}$ que vous multiplierez par 12, qui est la base commune aux deux triangles de ladite figure, il viendra 66 pour la superficie requise des deux triangles.

Ensuite pour avoir la superficie du triangle AED, multipliez 13 qui est la base, par 2 moitié de la perpendiculaire qui est 4, il viendra 26 pour la superficie dudit triangle AED.

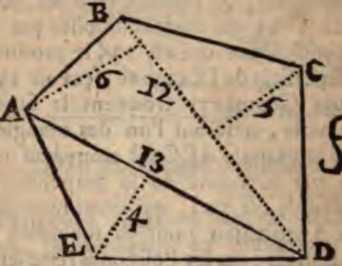


Fig. 4.

Opération.

6	$5\frac{1}{2}$	13
5	12	2
11	60	26
$\frac{1}{2}$ $5\frac{1}{2}$	6	

66 Superficie de la figure ABCD.
26 Superficie du Triangle AED.

92 Sup. totale de la figure ABCDE.

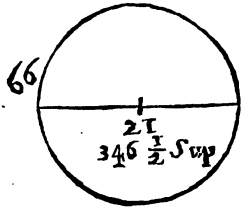
Ainsi des autres Poligones ou figures irrégulières.

De

De la ſuperficie du Cercle.

Propoſition X.

Etant donné le diamètre d'un cercle, trouver ſa ſuperficie.



Il faut en premier lieu trouver ſa circonférence ce qui ſe fait par une Règle de Trois, diſant:

Si 7 de diamètre donnent 22 de circonférence, (qui eſt la proportion que l'on prend pour la meſure du cercle) combien le diamètre donné; par exemple 21, ſelon Archimède; faiſant la Regle, il viendra au quatrième terme 66 pour la circonférence; puis pour avoir la ſuperficie, il faut multiplier la circonférence 66 par 21 qui eſt le diamètre, il viendra 1386, dont il faut prendre le quart, & on aura 346 $\frac{1}{2}$ pour la ſuperficie entière du cercle.

Opération.

Si 7 diametre 22 circonf. . . . 21 diamèt.

```
        21                        circonf. 66
       ----        4              diamèt.  21
        22       462                       ----
       44       -----   (66                66
      ----        77                      132
    462 produit
     66 circonf.        Prod.             1386
                          1/4             346 1/2 su.
```

Autrement.

On peut résoudre cette même proposition par une seule Règle de Trois, disant : Si 14 donnent 11, combien le quarré du diamètre ; faisant la Règle, le quatrième terme donnera la superficie comme ci-dessus.

Opération.

Le diamètre soit 21... son quarré sera donc 441, partant je dis :

```
Si 14... 11... 441     967
                11    4851
              -----   -----  (346 1/2 pour la sup.
               441    1444
              441      11
              ----
Produit      4851
```

Autrement multipliez la moitié de la circonférence par le demi-diamètre, le produit donnera la superficie du cercle comme ci-devant.

Opération.

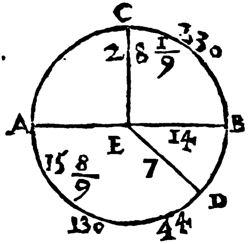
```
                 10 1/2
                 33
                -------
                330
                 16 1/2
                -------
Produit         346 1/2  pour la superficie dudit
```

cercle, laquelle méthode me semble plus facile que les deux précédentes.

De la mesure des parties du Cercle.

Premièrement du demi Cercle.

Pour trouver toutes les parties du cercle, je me servirai de la dernière supputation ci-devant expli-



quée, tellement que pour trouver la superficie du demi cercle ABC ci-dessus, il faut multiplier 22, moitié de la circonférence par 7 moitié du diamètre AB, il viendra 154 superficie entière du cercle, dont la moitié sera 77 toises, perches, &c. pour la superficie du demi cercle.

Autrement, il faut multiplier 11 moitié de son arc ACB par 7 moitié du diamètre du cercle, & il viendra 77 au produit comme ci-dessus.

Pour les opérations arithmétiques, je ne les fais pas, c'est pourquoi on s'attachera exactement à l'explication que je donne pour les faire quand on voudra.

De la mesure du quart du Cercle.

Pour trouver la superficie du quart du cercle

ACE, il faut prendre le quart de 154, qui eſt la ſuperficie entière du cercle, & il viendra 38 $\frac{1}{2}$ toiſes pour le quart dudit cercle, autrement il faut multiplier 5 $\frac{1}{2}$ moitié de ſon arc par 7 moitié du diamètre CE, le produit ſera 38 $\frac{1}{2}$ comme ci-deſſus.

De la ſuperficie du grand Sećteur du Cercle.

Pour trouver la ſuperficie du grand Sećteur ACBDE, il faut multiplier la moitié de l'arc dudit cercle ACBD, que nous poſons ici de 28 $\frac{1}{9}$, dont la moitié eſt 14 $\frac{1}{18}$ par le demi diamètre qui eſt 7, il viendra 98 $\frac{7}{18}$ pour la ſuperficie requiſe.

De la meſure du petit Sećteur de Cercle ci-devant, qui acheve le Cercle du grand Sećteur.

Soit le petit Sećteur AED duquel on veut avoir la ſuperficie, multipliez la moitié de ſon arc qui eſt ici 7 $\frac{17}{18}$ par 7, il viendra 55 $\frac{11}{18}$ pour la ſuperficie requiſe du petit Sećteur.

Or puiſque le cercle a été coupé à l'aventure en deux parties inégales, il faut néceſſairement que les parties étant jointes produiſent le total : Ainſi faiſant addition des deux produits, ſçavoir du grand & du petit Sećteur, la ſomme d'iceux doit donner la ſuperficie du cercle entier qui a été trouvée de 154, autrement il y auroit erreur.

Addition du grand & du petit Sećteur.

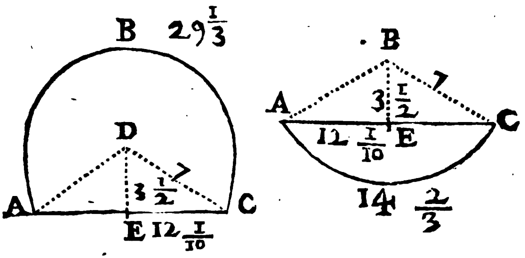
Superficie du grand Sećteur ACBDE	98 $\frac{7}{18}$
Superficie du petit Sećteur AED	55 $\frac{11}{18}$
Superficie du cercle de	154

De la mesure de la grande & petite portion de Cercle.

Etant donné à mesurer une grande portion de de cercle, trouver sa superficie.

Pour trouver la superficie d'une grande portion de cercle, il faut trouver le centre par la Géometrie qui est ici D, duquel point soient tirées deux lignes AD & DC qui feront deux demi diamètres, lesquels on a trouvé être de 7 toises, & la ligne AC base du triangle ADC de 12 $\frac{1}{10}$, la perpendiculaire DE de 3 $\frac{1}{2}$: Pour avoir la superficie du Secteur ABCD, il faut multiplier tout l'arc ABC qui est 29 $\frac{1}{3}$ par 7 diamètre de DC, il viendra 205 $\frac{1}{3}$, dont la moitié sera 102 $\frac{2}{3}$ pour le Secteur, auquel il faut ajouter la superficie du triangle isocelle ABC, laquelle sera trouvée être de 21 $\frac{7}{40}$, ou $\frac{1}{6}$ à peu près, & l'addition donnera 123 $\frac{101}{120}$ toises ou autre mesure pour la superficie de la grande portion ABCE.

Grande & petite portions de Cercle.



Il faut remarquer que pour faire l'opération, j'ai pris l'arc entier, au lieu que ci-devant je n'en pre-

nois que lamoitié, afin d'éviter les grandes fractions.

De la mesure de la petite portion de Cercle ADC.

La superficie de toute portion de cercle se trouvera en cherchant le centre d'icelle par la Géométrie, comme il a déja été dit, lequel se trouve ici en B, duquel point B on tirera les deux demi diamètres BC & BA qui formeront un triangle isocelle, duquel la base sera AC 12 [illegible], & la perpendiculaire sera BE de $3\frac{1}{2}$.

Or pour avoir la superficie BADC, il faut multiplier 7 petit diamètre BC par tout l'arc qui est $14\frac{2}{3}$, il viendra $102\frac{2}{3}$, dont la moitié est $51\frac{1}{3}$ pour la superficie du Secteur ABCD, dont il faut ôter la superficie du triangle isocelle qui est $21\frac{1}{40}$, il restera $30\frac{19}{120}$ pour la superficie requise de la petite portion ADC.

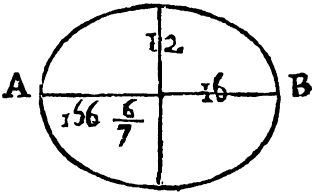
Que si l'opération est bien faite, les parties seront égales à leur tout; ainsi ajoutant $30\frac{19}{120}$ superficie de la petite portion avec $123\frac{101}{120}$ superficie de la grande portion, il viendra justement 154 pour la superficie entière de tout le cercle, qui démontre que les opérations sont bien faites.

De la meſure de l'Ovale.

Propoſition XI.

Etant donné une figure en ovale, trouver ſa ſuperficie.

Pour meſurer l'ovale, & trouver ſa ſuperficie, il faut meſurer le grand diamètre & le petit auſſi, puis les ayant multipliés l'un par l'autre, poſer le produit au troiſième terme d'une Règle de Trois, de laquelle le premier ſera 14, & le deuxième 11; faiſant enſuite la Règle, il viendra au quatrième terme la ſuperficie de l'ovale.



Le plus grand diamètre ſoit 16 & le petit 12, il faut multiplier 12 par 16, le produit ſera 192; cela fait, on dira:

Si 14 donnent 11, qui eſt la proportion que l'on prend pour la meſure de l'ovale, comb. 192

		192
		11
7		———
2112		192
———	(150 $\frac{6}{7}$ pour la ſuperficie de l'ovale ci-deſſus.	192
1444		———
11		2112 Prod.

Ayant trouvé la ſuperficie de l'ovale entière, qui eſt 150 toiſes $\frac{6}{7}$, il ſera aiſé de trouver la ſuperficie de la demi ovale, en prenant la moitié du produit de l'ovale entière : Si donc on prend la moitié de 150 $\frac{6}{7}$, il viendra 75 $\frac{3}{7}$ pour la demi ovale, & pour avoir le quart de l'ovale, on prendra le quart du même produit, il viendra 37 $\frac{5}{7}$ pour le quart de l'ovale. Il faut remarquer qu'ayant une place en forme de quart d'ovale à meſurer, il faut prendre les deux demi diamètres pour diamètres entiers, & opérer comme ſi c'étoit l'ovale entière, puis prendre le quart du produit ; & toutes les petites parties de triangles mixtes, c'eſt-à-dire, compoſés d'une ligne droite & d'une courbe, étant ſéparées, la ſuperficie ſe trouvera en formant des Trapezes de diſtances en diſtances ſelon la commodité des lieux, & prenant la ſuperficie d'un chacun à part ; puis ajoutant tous les produits, la ſomme donnera la ſuperficie requiſe, quelque difforme & irrégulière que ſoit la figure, comme celle repréſentée après le diſcours ſuivant.

De la meſure des figures irrégulières bornées de lignes droites & de courbes.

Propoſition XII.

Pour meſurer quelque figure de terre, telle qu'elle ſoit, il faut conſidérer qu'on le peut faire par le quarré, quarré long, triangle & trapeze, parce qu'elle y doit être réduite, ſoit qu'elle ſoit enfermée de ligne droite ou de courbe, d'autant que la ligne courbe doit êrre réduite à la droite inſenſiblement différente par la multitude des diviſions, ſelon que la néceſſité le requier.

Pour pratiquer telles meſures, il faut premièrement ſe tranſporter à l'extrémité d'un des angles du plan ou pièce de terre, & y prendre le plus grand quarré qu'il ſera poſſible, & aux extrémités dudit quarré, il ſe trouvera des triangles, des trapezes & portion de cercle. Que s'il s'y rencontre des ſinuoſités, ſoit par le contour d'une rivière, d'une éminence, ou quelqu'autre ſujet, qui les rendent circulaires & meſurables par les parties du cercle; quand les ſinuoſités ſeront peu conſidérables, on les réduira en lignes droites, coupant les parties ſaillantes & rentrantes en deux également, le tout par la prudence de celui qui opère; ayant trouvé la ſuperficie de tous ces triangles & ſinuoſités avec le plus grand quarré, l'addition d'iceux donnera la ſuperficie requiſe, comme il ſe voit dans la figure ſuivante.

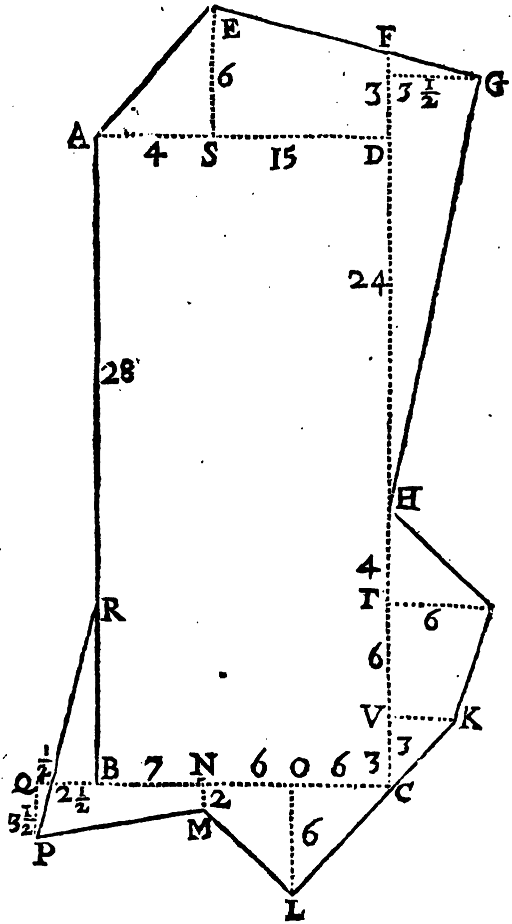
Cela ſe pratique lorſque la pièce à meſurer eſt acceſſible au-dedans; mais ſi elle n'eſt point acceſſible au dedans, mais ſeulement par dehors, on fera un quarré à l'entour de la pièce avec l'inſtrument, puis on meſurera ce qui ſera enclos entre les côtés d'icelui & la figure; cela fait, ajoutant toutes les ſuperficies particulières enſemble, & leur ſomme étant ôtées du quarré total, le reſte donnera la ſuperficie de la choſe à meſurer. Tout ce qui eſt dit ci-deſſus eſt démontré à la figure ſuivante, & encore que le quarré ne ſoit qu'au dedans, on le doit conſidérer en dehors de la même façon.

Pour avoir la ſuperficie du Quarré.

Le côté AB comme auſſi ſon oppoſé contient 37
Le côté AD comme auſſi ſon oppoſé contient 19

	333
	37
Et la ſuperficie du quarré ABCD ſera	703
La ſuperficie du triangle AES eſt	12
La ſuperficie du trapeze ESDF	67 $\frac{1}{2}$
Pour FGH	47 $\frac{1}{4}$
Pour HT triangle	12
Pour TKV trapeze	27
Pour KVC triangle	4 $\frac{1}{2}$
Pour COL triangle	18
Pour LONM trapeze	24
Pour NMQP trapeze	26 $\frac{5}{8}$
Pour QBR triangle	11 $\frac{1}{4}$
Somme	953 $\frac{1}{8}$

pour la ſuperficie de la figure ARQPML, &c. propoſée à meſurer de telle meſure, que celle par laquelle on veut que la choſe ſoit meſurée, ſçavoir ſi c'eſt par perches, ce feront 953 $\frac{1}{8}$ perches quarrées; ſi c'eſt par toiſes, ce feront 953 $\frac{1}{8}$ toiſ. quarrées auſſi; enfin on donnera la dénomination de la meſure de laquelle on ſe ſert à nombrer 953 $\frac{1}{8}$ & on obſervera le même ordre en toutes les autres meſures des figures irrégulières comme celles ci-après.


E
F
6
3
3 1/2
G
A
4
S
15
D
24
28
H
4
T
6
6
R
V
K
1/2
B
7
N
6
O
6
3
3
Q
2 1/2
2
C
5 1/2
M
6
P
L

Cela ſe pratique ainſi, lorſque la figure eſt de la forme dehors comme dedans, quoiqu'inacceſſible, c'eſt-à-dire, quand on ne peut entrer dans icelle à cauſe des fauſſés ou murailles qui l'entourent; mais ſi la place n'eſt acceſſible que de loin, comme de la portée du mouſquet, pour lors l'on en doit prendre les angles du lieu où l'on eſt ſitué, pourvu que l'on apperçoive le pourtour, ou chacun côté de ladite pièce en allant autour d'icelle.

Pratique.

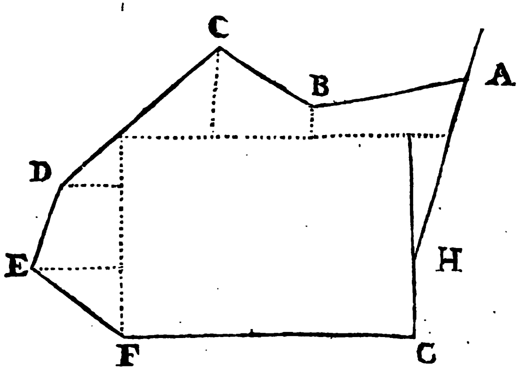
Soit pour exemple une figure ſuppoſée inacceſſible, de laquelle on veut avoir la meſure, il faut premièrement connoître tous les angles, & tous les côtés; pour faire cela, plantez votre inſtrument vis-à-vis de l'angle A, propoſé en la figure ci-après, & que la pinule fixe ou immobile regarde ledit angle; mouvez l'alidade de votre Inſtrument, enſorte que par les pinules d'icelle, votre œil raſe la ligne droite imaginée ou parallele à la muraille ou foſſé qui l'environne, formant l'angle. Remarquez qu'où ladite alidade fera ſection, en comptant depuis la pinule immobile de l'Inſtrument, juſqu'à la ſection formée, vous aurez le total de l'angle demandé. Cela étant ainſi, faites la même opération que ci-devant pour trouver les autres angles oppoſés, leſquels de l'un à l'autre forment un côté; ainſi faut-il faire de tous les angles qui environnent ladite place, laiſſant un piquet pour marque que ce premier angle a été meſuré. Tranſportez-vous enſuite à l'angle ſon oppoſé; & faites la même choſe que ci-deſſus; puis meſurant la diſtance qu'il y a d'un piquet à l'autre ſuppoſé directement vis-à-vis ledit angle meſuré, icelle donnera la valeur des côtés, comme il ſe voit en la figure ſuivante A B C D E F G H; ainſi faut-il opérer au pourtour entier de ladite place, rapportant enſuite le tout au petit pied, qui repréſentera la même forme

de la place, que l'on divisera au mieux sans perte, soit en triangle, quarré, quarré-long, ou autres figures qui se trouveront le plus à propos, le tout selon ce que j'ai enseigné ci-devant, lorsque j'ai expliqué l'usage du Rapporteur.

La Pratique donnera une parfaite intelligence des stations qu'il sera nécessaire de faire pour avoir l'ouverture de certains angles, ne voulant point en faire la description, attendu que cela seroit ennuyeux au Lecteur.

Si d'aventure les angles sont rentrans ou en dedans, pour lors l'on n'est pas obligé de se comporter comme aux autres, si ce n'est qu'il faut toujours que la pinule immobile de votre Instrument soit directement vis-à-vis ledit angle rentrant, mais il n'est nécessaire que d'une station, qui est que lorsque vous êtes bien situé vis-à-vis ledit angle, pour lors il faut tourner ou mouvoir l'alidade, ensorte que par les pinules d'icelle, vous apperceviez la fin du mur, côté ou fossé qui environne ladite pièce; remarquant la section que fera ladite alidade, qui sera, comme j'ai dit ci-devant, la moitié de l'angle demandé, ainsi faut-il faire sans se bouger, mouvant l'alidade, ensorte que l'on apperçoive aussi l'extrémité de l'autre côté du mur ou fossé qui forme ledit angle, remarquant comme ci-devant la section de ladite alidade, qu'il faut ajouter avec l'autre trouvée, & ce sera directement l'angle requis. Notez que la ligne imaginée n'est plus parallele ni d'une égale distance, parce qu'elle suit les extrémités des côtés, ce qui cause de l'irrégularite.

Proportion de la Figure ci-devant.



Second Avertissement pour l'Arpenteur.

L'Arpenteur ayant bien compris ce que j'ai explique touchant la mesure des pièces de terre régulières & irrégulières, il lui sera facile de trouver toutes les mesures des terres de telle forme qu'elles puissent être, soit d'un bois, d'un étang, d'un marais, & autres superficies à mesurer, se comportant toujours à lever le plan, lorsque l'on ne peut entrer dans icelles, à cause de la confusion des arbres, ou autres empêchemens.

S'il étoit proposé à séparer une pièce de terre en trois parties égales, il faudra premièrement trouver la superficie totale de ladite pièce que l'on divisera en cesdites trois parties, & par cette division, on aura la part de chacun, que l'on prendra sur les extrémités de ladite pièce bornée en dehors du voisin du grand chemin, de la crête du fossé,

muraille ou autre chose semblable ; cela étant fait, il est à considérer où finit la part du premier en dedans ladite pièce ; mettant à chaque extrémité un piquet, puis tendre un cordeau d'un piquet à l'autre qui montrera que cette portion sera la part du premier : Ensuite il est nécessaire de prendre de cette limite, & en dedans de ladite pièce la part du second comme ci-devant, observant toujours les bornes & séparations pour éviter confusion ; le reste de la pièce sera la part du troisième.

Et pour prouver si les séparations sont bien faites, mesurez chaque portion à part, & ajoutant ensemble toutes les superficies trouvées, la somme des produits doit être égale à la superficie totale de ladite pièce ; & ainsi faut-il faire pour séparer des termes à l'infini.

Quand il sera besoin de rapporter pour le plus facile le plan d'une pièce de terre à mesurer, dans laquelle on a la liberté d'entrer & d'aller autour, sans se servir ni du Rapporteur, ni de l'Instrument ci-devant représenté, il faut avoir une sauterelle de bois ou de laiton grande à discretion, divisée en pouces & lignes, si l'on veut, pour servir d'échelle au besoin, la forme de ladite sauterelle étant en équerre, à la réserve qu'elle tourne autour de son centre, c'est-à-dire, comme une Règle attachée sur une autre Règle, avec un clou rivé dessus & dessous, laquelle s'ouvre tant & si peu que l'on veut pour prendre l'ouverture de toutes sortes d'angles.

Pour s'en servir, si vous voulez rapporter au petit pied quelque pièce, posez votredite sauterelle sur le bord de l'angle qui l'environne, faisant ensorte que chaque jambe de ladite sauterelle soit parallele, ou suivant la ligne imaginée sur le terrein qui environne ladite pièce, & puis la laissant ainsi

dans ſon ouverture, portez-là toute ouverte ſur le papier, marquez au centre d'icelle un point, & à chaque jambe un point auſſi : Conſiderez en quel biais ou ſens eſt ſitué ledit angle, pour puis après ſuivre la même forme ; de chacun point tirez une ligne, & ces lignes vous donneront l'ouverture de l'angle demandé ; on fera le même à tous les angles qui environnent ladite pièce ; puis meſurant la diſtance d'un angle à l'autre ſon opposé ; ou par pas, pieds, perches ou toiſes, &c. & rapportez le tout au petit pied par le moyen de l'échelle, ſuivant l'inſtruction donnée page 363 ; par ce moyen vous aurez ſur le papier le plan de la place que vous déſirez lever, réduit au petit pied : Pour en trouver la ſuperficie, il faut faire le même que ci-devant.

Je vous dirai en paſſant, que lorſqu'il arrive & qu'il s'agit de ſéparer un héritage en pluſieurs parties pour pluſieurs perſonnes, il eſt bien plus à propos d'en lever le plan, & après le ſéparer également par lignes en tant de parties que l'on voudra : Cela étant fait, bornez la terre ſuivant votre papier, par ce moyen vous aurez une meſure exacte de ce que vous demandez.

Pour connoître ſi le plan eſt bien levé, il faut voir ſi ſelon votre échelle, & ſuivant vos angles, les côtés encloſent juſtement ladite pièce, ſuivant ſa forme & ſuivant leſdits angles : Si cela eſt, c'eſt une marque aſſurée que le plan eſt bien levé ; ſi autrement, il faut recommencer, ayant auparavant orienté la place avec une bouſſole que l'on poſe contre l'un des côtés pour en connoître la déclinaiſon, afin que rapportant le plan ſur le papier, on y puiſſe former l'angle de déclinaiſon, & le reſte du plan ſera achevé comme il eſt dit, & ledit plan ſera ſitué ſelon les parties du monde.

L'Arpenteur ayant meſuré une pièce de terre

exactement, & ayant vu la supputation deux ou trois fois de ce qu'il aura mesuré, pour être plus certain de son mesurage, il faut qu'il délivre à la personne pour laquelle il a travaillé, un rapport fidèle de sa main, contenant ce qu'il aura trouvé de mesures, suivant la coutume du lieu, dont le modèle suit.

Je soussigné tel, Juré-Arpenteur, demeurant en tel lieu, certifie à tous qu'il appartiendra, que ce tel jour, &c. me suis transporté exprès, à la requête d'un tel Marchand, Bourgeois de Paris, ou dénommé par Justice, sur une pièce de terre située au terroir de Rancy, appartenant audit tel, lieu dit le Noyer Mouchet, tenant d'une part aux terres sainte Geneviéve, d'autre à Guillaume Gautier, aboutissant d'un bout aux terres saint Nicolas, & d'autre bout sur le grand chemin qui conduit dudit Rancy au Bourget, laquelle dite pièce ai trouvé contenir, suivant la mesure du lieu, 132 perches valant 5 quartiers & 7 perches, comptant 20 pieds pour perche, & 100 perches pour arpent, qui est la mesure dudit lieu, ce que je vérifierai où besoin sera. Fait & passé au jour & an que ci-dessus, témoin mon seing.

L'Arpenteur doit avoir un Registre, pour écrire dans icelui tous les noms des personnes qui l'auront employé pour mesurer leurs terres, leurs qualités & demeures, jour du mois & an. Cela mis en chef, il décrira au net la longueur & largeur d'une pièce de terre qu'il aura mesurée, les tenant & aboutissans, avec la supputation faite nettement; Outre plus il est nécessaire qu'il fasse un rapport de la pièce mesurée, suivant sa forme, le plus exactement qu'il sera possible, dans sondit Registre, autour de laquelle sur chacun côté trouvé, il mettra sa longueur ou largeur en chiffre, & la superficie totale dans le milieu de ladite figure, & la supputation à côté, gardant l'ordre du stile qui suit.

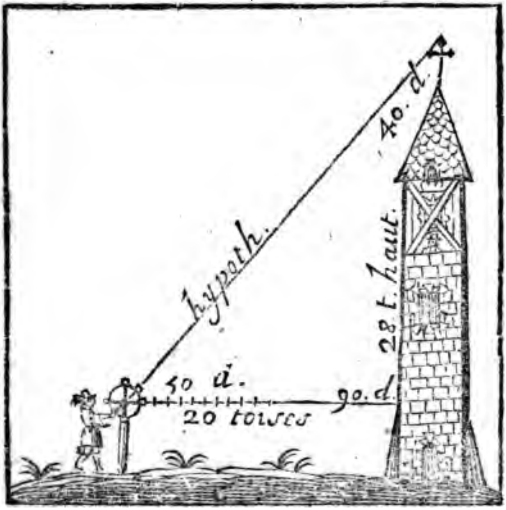
D'un tel jour, telle année.

j'ai mesuré, à la requête d'un tel, Marchand, Bourgeois de Paris, y demeurant, une pièce de terre située, &c. comme ci-devant, ladite pièce contenant 132 perches, qui valent cinq quartiers & sept perches de plus, conmme il fera voir en Justice, si le cas arrive. Pour la démonstration de la figure de ladite pièce de terre mesurée, il la fera semblable comme elle est sur le terrein.

Comme j'ai amplement parlé de la mesure des sujets accessibles & inaccessibles qui appartiennent à la Planimétrie & Longimétrie, je traiterai ensuite briévement de l'Altimétrie, qui est pour la mesure des hauteurs, tant accessiblement qu'inaccessiblement.

Soit posé pour exemple une Tour ou Clocher duquel on peut approcher : Pour en trouver la hauteur, il faut aller jusqu'au pied, puis reculer à droite ligne jusqu'à ce que vous apperceviez la sommité ou pointe dudit Clocher : La pointe apperçue, posez votre Instrument verticalement & bien perpendiculaire sur l'horizon, ensorte que par le diamètre dudit Instrument qui est parallele à la ligne terre, vous voyez un point à ladite Tour, qui sera à la hauteur de l'œil, & par l'autre pinule le sommet d'icelle Tour ; alors vous aurez l'ouverture de l'angle ; & la ligne de la base avec la hauteur de la Tour formeront un Triangle rectangle.

Maintenant pour trouver l'angle du sommet, il faut ajouter les deux angles de la base, & la somme étant soustraite de 180 dégrés, le reste sera l'angle du sommet.

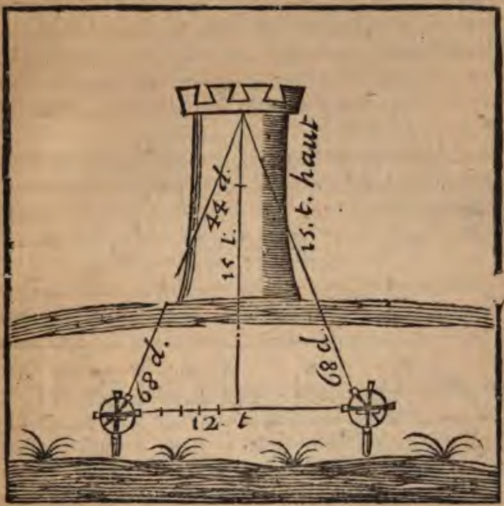


Puis mesurez depuis votre Instrument jusqu'au milieu du Clocher perpendiculairement sous la croix, y ajoutant la hauteur du bâton de votre Instrument; rapportez ensuite le tout au petit pied sur le papier, tirant une ligne occulte qui sera la base de votredit triangle, que vous diviserez en autant de parties trouvées sur le terrein, y faisant tomber une perpendiculaire sur icelle tirée à l'infini, qui fera un angle droit; puis à l'autre extrémité de ladite base, formez l'angle trouvé par le moyen du Rapporteur, & tirez sur cedit angle une ligne à l'infini, qui fera section à l'autre ligne son opposée ou perpendiculaire, qui clôra ledit triangle. Ensuite prenez la longueur de votredite base avec le compas, & le transportez sur ladite ligne perpendiculaire, si la ligne est

égale à la baſe, vous pouvez dire aſſûrément que c'eſt la même longueur de la baſe, & ainſi ſi elle eſt plus grande ou plus petite, vous en trouverez la valeur ſur l'échelle donnée. Et ainſi faut-il faire pour la meſure des hauteurs acceſſibles, comme il ſe voit en la figure ci-deſſus.

Pour prendre la hauteur des ſujets inacceſſibles, comme d'une Tour, ou autres choſes ſemblables, pour lors il faut faire deux ſtations, ſuppoſé que le terrein où on eſt ſitué ſoit à niveau du ſujet à meſurer, & que l'on apperçoive la ſommité.

Soit pour exemple une Tour de laquelle on ne peut approcher : Pour en avoir la meſure, il faut ſituer ſon Inſtrument, enſorte que l'on ait la liberté de faire deux ſtations : En premier lieu, il ſe faut placer, & obſerver ce que j'ai dit ci-deſſus, & en la place de votre Inſtrument y mettre un piquet, en remarquant l'ouverture de l'angle : puis reculer à droite ligne, regardant toujours votre piquet & le ſujet à meſurer où vous avez terminé votre point : Cela fait, opérez comme ci-devant, obſervant toujours l'angle ; puis meſurer la diſtance d'entre les deux ſtations qui compoſent un triangle de la façon (comme j'ai décrit ci-devant) à laquelle ajoutez deux fois la hauteur du bâton, par ce moyen vous aurez une entière intelligence de la hauteur du ſujet, comme auſſi de la largeur d'une Rivière, & de la diſtance d'un Village à un autre, & même pour lever le plan des Places, ſuppoſé le ſujet de niveau à l'horiſon où on eſt ſitué ; mais s'il ne l'eſt pas, il faut conſidérer à peu près l'élévation où l'on eſt ; & l'ajouter avec la hauteur trouvée pour rendre le tout égal ; & ſi l'on eſt ſitué plus bas, il faut ôter la différence de la hauteur trouvée : Ce qui eſt dit ci-deſſus ſe voit par la démonſtration de la figure ſuivante.



J'ai enſeigné, page 375, comme il faut trouver la ſuperficie totale d'une figure, de laquelle les côtés ſont connus, ſçavoir longueur & largeur, & dont la meſure a été faite par perches & pieds; reſte maintenant, auparavant de commencer le Traité du Toiſé, de faire voir que la longueur & largeur de quelque figure que ce ſoit étant connues, ſi on les multiplie l'une par l'autre, le produit donnera une ſuperficie quarrée, ſoit par perches, pieds, &c. à l'égard de l'Arpentage; ou par toiſes, pieds, pouces, &c. à l'égard du Toiſé; & ſi cette ſuperficie eſt multipliée par une hauteur ou profondeur, le produit donnera le ſolide de la choſe à meſurer ou toiſer, ſoit par toiſes, par pieds, pouces ou autres meſures, comme il ſe voit par la queſtion ſuivante.

Etant donné la longueur, épaiſſeur & hauteur d'un mur, trouver le ſolide de la maçonnerie.

Par exemple, un mur a 56 toiſes 4 pieds 6 pouces de longueur, & 3 pieds 4 pouces d'épaiſſeur, la hauteur de 3 toiſes 5 pieds; on demande combien ledit mur contient de toiſes ſolides.

Multipliez premièrement les 56 toiſes 4 pieds 6 pouces de longueur par les 3 pieds 4 pouces de l'épaiſſeur.

Opération.

	56 toiſes	4 pieds	6 pouces	de longueur
par		3 pieds	4 pouces	d'épaiſſeur.
$\frac{1}{2}$	28	2	3	pour 3 pieds.
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$	3	0	11	pour 4 pouces.

Produit 31 toiſes 3 pieds 2 pouces pour la ſuperficie.

Après avoir trouvé la ſuperficie de la baſe du mur, il la faut multiplier par la hauteur, ſçavoir par 3 toiſes 5 pieds; ainſi qu'il ſe voit ci-après.

Opération.

	31 toiſes	3 pieds	2 pouces...	ſuperficie.
par	3 toiſes	5 pieds		hauteur.
	94	3	6	
	15	4	7	
	10	3	0	8 lignes.

Prod. 120 toiſes 5 pieds 1 pouce 8 lignes.

ou 120 toiſes $\frac{185}{216}$ pour le ſolide du mur propoſé, leſquelles fractions de la toiſe ſe doivent prendre à raiſon du ſolide.

Or la toise solide contient 216 pieds cubes.

Le pied 1728 pouces ; le pouce 1728 lignes. Tellement qu'ayant égard à la division ci-dessus de la toise selon ses parties, on connoîtra la valeur de la fraction égale à 185 pieds cubes.

Mais pour opérer plus sûrement, il faut réduire la longueur 56 toises 4 pieds 6 pouces en pouces, il viendra 4086 pouces ; il faut réduire l'épaisseur 3 pieds 4 pouces en pouces, il viendra 40 pouces ; il faut de même réduire la hauteur 3 toises 5 pieds en pouces, il viendra 276 pouces.

Il faut multiplier 4086 par 40 ; on aura au produit 163440 pouces quarrés, lesquels on multipliera par 276, il viendra au produit 45109440 pouces cubes.

Pour réduire 45109440 pouces cubes en toises cubes, il faut premièrement les réduire en pieds cubes, en les divisant par 1728 pouces, valeur des pouces du pied cube, il viendra au quotient 26105 pieds cubes sans reste.

Enfin il faut diviser 26105 par 216 pieds, valeur de la toise cube, on aura au quotient 120 toises cubes, il reste 185 pieds cubes, ce qui se pratiquera de même pour toutes les opérations de cette espèce.

Quant au toisé des bâtimens, on ne considère point l'épaisseur du mur, mais seulement la surface.

TRAITÉ
DE
LA MESURE
DES SOLIDES ET DU TOISÉ.

DÉFINITION.

1. SOlide eſt un corps, c'eſt-à-dire, une figure qui a longueur, largeur & profondeur.

2. De ces ſolides, celui-là s'appelle cube, qui eſt compris de 6 quarrés égaux.

3. Parallelipipede eſt un ſolide compris de ſix figures parallelogrammes, deſquels parallelogrammes les oppoſés ſont ſemblables & égaux entr'eux, & ſi les angles de chacun de ces parallelogrammes ſont droits, le parallelipipede s'appellera parallelipipede rectangle.

4. Priſme eſt une figure ſolide, ayant deux baſes égales, ſemblables & paralleles, & d'autant de parallelogrammes qu'il y a de côtés en ces figures.

5. Colonne ronde ou cylindre eſt une figure ſolide, ayant deux baſes circulaires & paralleles.

6. Pyramide eſt une figure ſolide, ayant pour baſe

base une figure rectiligne, & d'autant de triangles qu'il y a de côtés à la même figure, ayant leurs sommets en un même point.

7. Cone est une figure solide, ayant pour base un cercle, & pour sommet un point pris en l'air.

8. Sphère est une figure solide contenue d'une superficie appellée sphérique, au-dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes droites qui tendent à cette superficie sont égales entr'elles, & ce point est appellé centre de la Sphère.

9. Le diamètre de la Sphère est une ligne droite passant par le centre, terminée de part & d'autre à la circonférence d'icelle.

Maxime.

1. Tout solide est mésuré par un cube, ayant un chacun de ses côtés égal à la mesure de laquelle on voudra se servir; par exemple, si c'est par la toise cube, ce sera une toise cube, qui vaut 216 pieds cubiques, &c.

2. Le contenu de quelque solide que ce soit, est trouvé en multipliant la hauteur d'icelui par la superficie de sa base.

Propositions I & II.

Etant donné un cube, trouver sa solidité, c'est-à-dire combien il contient de toises cubes, & parties de toises, s'il en a.

Règle.

Il faut mesurer l'un des côtés, & le multiplier deux fois par soi-même, le dernier produit sera la solidité requise.

Exemple.

Le côté mesuré soit 4 toises & 2 pieds, le mul-

tipliant par ſoi-même, il vient 18 toiſes 4 pieds 8 pouces pour la baſe du cube : Cela fait, multipliant cette baſe par la hauteur, qui eſt le côté meſuré, on aura 81 toiſes 2 pieds 2 pouces 8 lignes.

Prop. I. **Prop. II.**



Opération.

	4 toiſes	2 pieds			à multiplier
par	4	2 pieds.			
	17 toiſes	2 pieds.			
	1	2 pieds	8 pouces.		
Sup. de la baſe	18 toiſes	4 pieds	8 pouces		à mult.
par	4 toiſes	2 pieds.			
	75 toiſes	0	8 pouces.		
	6	1	6	8 lignes. *	
Solide	81 toiſes	2 pieds	2 pouc.	8 lignes. *	

Cette Règle étant faite ſelon la méthode de la page 406 donnera 81 toiſes 80 pieds cubes.

Etant donné un Parallelipipede avec la grandeur de ſes côtés, trouver le contenu de la ſolidité.

Règle.

Il faut ſuppoſer une des faces du Parallelipipede être la baſe du même, de laquelle il faut trouver la ſuperficie, ainſi qu'il a été enſeigné ci-devant.

Cela fait, on mesurera sa hauteur, qui est la perpendiculaire, qui tombe d'un des angles de la base d'enhaut sur le plan de la base du bas, ou sur un plan qui soit continu; & multipliant la superficie de la base par cette hauteur, on aura la solidité.

Exemple.

Il y a deux cas, ou que le Parallelipipede sera rectangle, ou ambligone.

S'il est rectangle, & que la base soit ABCD, de laquelle le côté AB soit 12 toises, le côté BC 8, multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la même base, qui sera 96: Cela fait, on mesurera la hauteur EC, qui est, par exemple, 7 toises; puis on multipliera 96 par 7, & on aura la solidité.

	12 toises à multiplier
par	8
base	96 toises à multiplier
par	7

Solide 672 toises.

Si le Parallelipipede n'est point rectangle, on mettra la superficie de la base comme celle du Rhombe, & pour trouver sa hauteur, on abaissera une perpendiculaire du point E sur la superficie, sur laquelle la base est appuyée, & la longueur de cette perpendiculaire sera la hauteur par laquelle on multipliera la superficie de la base, & le produit sera le solide.

Propositions III & IV.

Etant donné un Prisme trouver son solide.

Règle.

Il faut mésurer la superficie de la base, comme

auſſi prendre la hauteur; & multipliant la baſe par cette hauteur, on aura le ſolide.

Suppoſé que le Priſme ait les baſes exagones, & que la ſuperficie d'une d'icelles ſoit de 13 toiſes, la hauteur de 6 toiſes, on multipliera 13 par 6, & il viendra 78 pour la ſolidité du Priſme.

Prop. III.





Prop. IV.

On fera le même de tout Priſme, quelque baſe qu'il ait.

Etant donné un Cylindre, chercher ſa ſolidité.

Règle.

Il faut premièrement meſurer la ſuperficie de ſa baſe; & pour le faire, il faut meſurer le diamètre de ſa baſe, afin que par icelui diamêtre on trouve la ſuperficie du cercle qui lui ſert de baſe; enſuite on meſurera la hauteur du même Cylindre par le moyen ci-devant dit; & multipliant la ſuperficie de la baſe par cette hauteur on aura le ſolide.

Exemple.

Le diamètre de la baſe ſoit quatre toiſes, on cherchera par les Règles enſeignées au Traité de l'Arpentage, quelle eſt la ſuperficie du cercle, diſant:

```
 4     Si 14...... 11 ..... 16        38
 4                 11                176
---              ------             ----- (12 4/7
16                 16                144
                   16                  1
                 ------
                  176
```

Il vient pour la ſuperficie de la baſe 12 $\frac{4}{7}$; puis multipliant cette ſuperficie de la baſe par la hauteur eſtimée 5 toiſes.

```
  12 4/7
   5
 ------
```

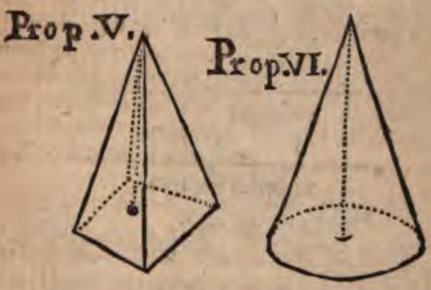
Il vient 62 $\frac{6}{7}$ toiſes pour la ſolidité du Cylindre ou colomne.

Propoſitions V & VI.

Etant donné une Pyıamide à meſurer, trouver ſon ſolide.

Il faut noter que la Pyramide eſt la troiſième partie du Priſme ; ayant même baſe & même hauteur.

Donc pour trouver la ſolidité de la Pyramide.



Règle.

Il faut meſurer ſa baſe ; & la multipliant par la

troiſième partie de ſa hauteur, on aura la ſolidité de la même Pyramide.

Exemple.

La baſe de la Pyramide ſoit 25 toiſes, la hauteur 8; pour avoir ſa ſolidité, on multipliera 25 par le tiers de 8 toiſes, ſçavoir 2 toiſes 4 pieds.

25 toiſes à multiplier.
par 2 toiſes 4 pieds.

50 toiſes.
16 4 pieds.

℞. 66 toiſes 4 pieds pour le ſolide de la Pyramide. *Voyez la page* 406.

Etant donné un Cone à meſurer, trouver ſa ſolidité.

Tout Cone eſt la troiſième partie du Cylindre, ayant même baſe & même hauteur.

Tellement qu'il faut meſurer la baſe du Cone, comme auſſi ſa hauteur, & multiplier la baſe par la troiſième partie de la même hauteur.

Suppoſé que la baſe du Cone ſoit 16, ſa hauteur 4, on multipliera 16 par la troiſième partie de 4, qui eſt une toiſe & deux pieds.

16 toiſes.
1 toiſe 2 pieds.

16 toiſes
5 2 pieds.

21 toiſes 2 pieds.

Voyez la page 406.

Il vient au produit 21 toiſes 2 pieds pour le ſolide du Cone propoſé.

Mais pour avoir la ſuperficie du Cône, il faut multiplier toute la circonférence de ſa baſe par la hauteur penchante, le produit donne la vraie ſuperficie du Cône.

Propoſition VII.

Etant donné le diamètre d'une Sphère, trouver ſa ſolidité.

Prop.VII.



Règle.

Il faut en premier lieu trouver la ſuperficie du cercle qui a pour diamètre celui de la Sphère; cela fait, on prendra quatre fois la ſuperficie de ce cercle, & quatre fois la ſuperficie de ce cercle eſt la ſuperficie convexe de la Sphère : or la ſolidité de la Sphère eſt trouvée en multipliant la troiſième partie de la ſuperficie convexe par le ſemi-diamètre de la même Sphère, c'eſt pourquoi on trouvera premièment la ſuperficie convexe.

Exemple.

Le diamètre de la Sphère ſoit 7; le cercle qui a pour diamètre 7, a de ſuperficie $38\frac{1}{2}$; lequel pris quatre fois, il vient 154 pour la ſuperficie convexe de la Sphère, de laquelle tierce partie eſt $51\frac{1}{3}$; leſquels étant multipliés par la moitié du diamètre, ſçavoir $3\frac{1}{2}$, il vient $179\frac{2}{3}$ pour la ſolidité.

7 Si 14 11   49 ℞. $38\frac{1}{2}$

7   † $51\frac{1}{3}$ par 4

49   par $3\frac{1}{2}$ 154

154   le $\frac{1}{3}$ . . . $51\frac{1}{3}$ †

$25\frac{1}{2}$

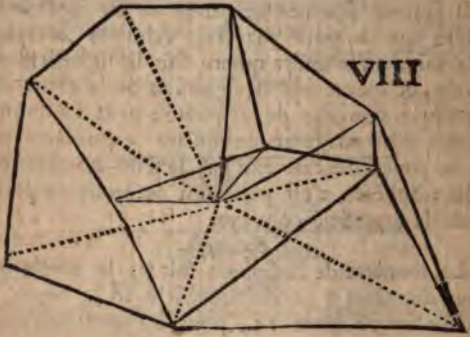
$\frac{1}{6}$

$179\frac{2}{3}$ pour la solidité.

On fera la Règle comme il vient d'être enseigné, & on trouvera ce que l'on cherche.

Après avoir expliqué le moyen de trouver le solide des figures précédentes qui servent à mesurer les autres, nous dirons que si c'est une figure irrégulière, il faut concevoir qu'elle soit divisée en autant de Pyramides comme elle a de faces; & mesurant chacune de ces Pyramides à part, leur solide étant joint ensemble donnera le solide du tout.

On peut autrement, si la chose est tellement irré-



VIII

gulière que l'on n'y puisse former de Pyramides, à cause que les faces ne sont pas de superficie plate,

& qu'il y aura une infinité de côtés, cela ſe fera par le moyen d'un vaſe plein d'eau, & d'une meſure faite en forme de cube, d'autant que ſi on emplit ce vaſe premier tout-à-fait d'eau, que l'on y plonge la choſe à meſurer, de néceſſité il en ſortira de l'eau autant en volume que la grandeur de la choſe qui aura été plongée; & meſurant cette eau par le moyen de ce cube déja dit, on trouvera combien de cubes la choſe à meſurer contient.

Maintenant il s'agit du Toiſé, on fera comme il ſuit.

Le Toiſé ſe prend en deux façons, ou bien pour une toiſe en ſuperficie, ou pour une toiſe ſolide Pour une toiſe ſolide, quand on ne ſpécifie point l'épaiſſeur des ouvrages que l'on marchande; par exemple, d'un rempart, ou autre choſe ſemblable, alors il faut meſurer la longueur & hauteur; puis multipliant la longueur par la largeur, ſi le produit eſt multiplié par la hauteur, il donnera la ſolidité du rempart.

La même choſe eſt d'un foſſé, d'autant qu'en multipliant la longueur par la largeur, & le produit étant multiplié par la profondeur, donnera le vuide total du foſſé, ſuppoſé qu'il ſoit égal partout.

Quand aux foſſés qui ont talus, il faut ajouter la largeur de la baſe, & la largeur haute, & en prendre la moyenne proportion, qui étant multipliés par la longueur du foſſé, le produit donne une ſuperficie moyenne entre la haute & la baſe, qui étant multipliée par la perpendiculaire, le produit donne le ſolide ou le vuide du foſſé requis. Il en arrivera ainſi des turcies ou lévées des canaux ou rivières.

Le même arrive au Toiſé des quatre gros murs d'un bâtiment, d'autant que meſurant hors œuvre, il ſe trouve davantage hors œuvre qu'au dedans œuvre: c'eſt pourquoi ajoutant le dedans meſuré

avec le dehors meſuré auſſi, on aura un nombre, duquel la moitié s'appelle pourtour, lequel pourtour eſt multiplié ſimplement par la hauteur pour avoir le contenu du mur; quant au marché, on a arrêté l'épaiſſeur du mur.

Le même arrive au Toiſé d'un Puits, dont l'explication ſe verra tant de figure ronde qu'en ovale vers la fin des queſtions.

Le même arrivera dans le Toiſé de la maçonnerie d'un Colombier rond, parce que trouvant le pourtour, & opérant de même, on aura ce que contient le mur du Colombier.

Pour meſurer les lambris, comme ſeroit celui d'un Pavillon, auquel il y eut un plafond, il faut meſurer la hauteur penchante du lambris, puis les deux côtés du même qui ſont en haut & en bas, & ajouter ces deux longueurs-là enſemble, & de la ſomme en prendre la moitié, qui étant multipliée par la hauteur, donnera le nombre des toiſes que contient le lambris.

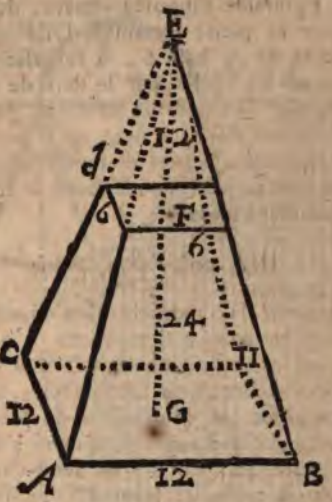
Cette meſure eſt de même que celle du Trapeze, ainſi qu'il a été enſeigné.

Pour meſurer les voûtes, il faut meſurer la circonférence d'icelles par le moyen d'une ligne, ou autrement, de laquelle il faut prendre le tiers, & l'ajouter à la même circonférence, & cette ſomme étant multipliée par la longueur de la voûte, donnera le contenu d'icelle; cela s'entend des voûtes circulaires.

Pour les ornemens qui ſe font aux bâtimens, ſoit d'Architecture ou de Sculpture, comme aux cheminées, aux corniches qui ſont aux entablemens, &c. cela ſe meſure par eſtime.

De la mesure des Cones & Pyramides rescindées, tronquées & coupées.

Pour trouver la mesure de toutes Pyramides coupées, il faut achever ces Pyramides, & trouver la



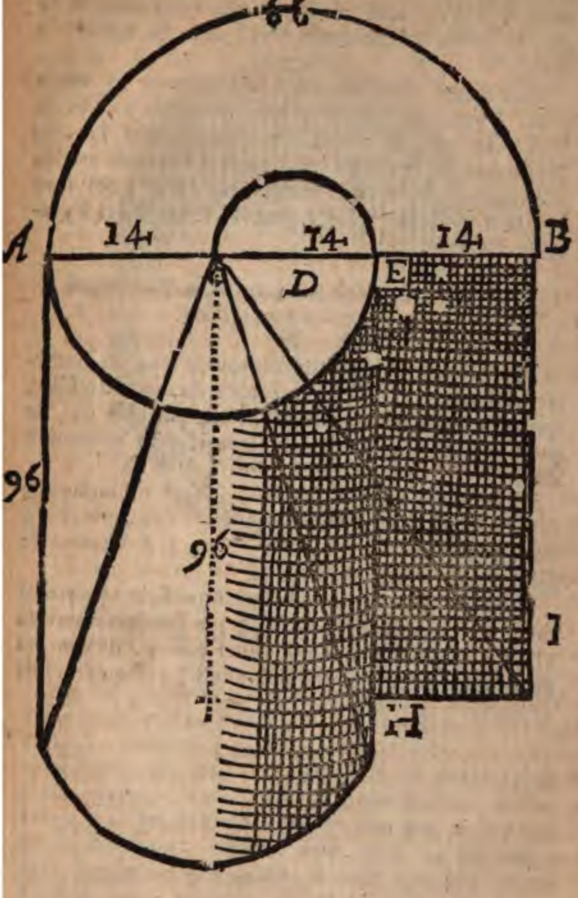
superficie de leur base, qu'il faut multiplier par le tiers de leur perpendiculaire, comme il a été dit page 413 : Mais pour trouver la petite Pyramide imaginée, il faut trouver la superficie du plan de la section de la Pyramide tronquée, & la multiplier par le tiers de sa perpendiculaire, & le produit étant soustrait du premier produit, le reste sera le solide de la Pyramide coupée ou tronquée ;

par exemple, ſoit propoſé la Pyramide tronquée ci-devant ABCD, tronquée en D, & continuée juſqu'au point du ſommet E, la baſe A B C H a pour ſes côtés 12 pieds, la ſuperficie d'icelle ſera 144, & la perpendiculaire GE eſt trouvée de 36; ſi on multiplie 144 par le tiers de la perpendiculaire, qui ſera 12, il viendra 1728 pour le ſolide de toute la Pyramide ſuppoſée entière, duquel ſolide il faut ôter la petite Pyramide DEF qui a pour chaque côté de ſa baſe 6, ſa ſuperficie ſera 36, leſquels étant multipliés par le tiers de la perpendiculaire, que l'on poſe ici être 12, dont le tiers eſt 4, le produit donnera 144, qu'il faut ſouſtraire de 1728, qui étoit le total d'une Pyramide entière, & il reſtera 1584 pieds ſolides pour le ſolide requis de la Pyramide tronquée.

De la meſure de la Spirale.

Pour trouver la ſuperficie d'un eſpace ſpiral, il faut multiplier chaque demi-cercle à part, comme dans cet exemple, où la ſpirale a trois révolutions, c'eſt-à-dire, trois demi-cercles, il faut premièrement poſer que le diamètre du premier demi-cercle ait 14, celui du grand aura 28, & celui du troiſième aura 42, duquel la demi-circonférence aura 66; ſi on multiplie la moitié du diamètre 21 par la moitié de la demi-circonférence 33, le produit donnera la ſuperficie du plus grand & du plus petit demi-cercle qui ſera 693; reſte encore à trouver le moyen demi-cercle, qui a pour diamètre 28 & 44 de demi-circonférence; multipliant donc 14 par 22, on aura pour ſuperficie 308, qu'il faut ajouter à 693, il viendra 1001 pour toute la ſuperficie requiſe.

Que ſi c'étoit la ſuperficie haute d'un Priſme, comme il ſe voit ici, & qu'il fût queſtion d'avoir


66
A
14
14
14
B
E
D
96
96
I
H

le contenu ſolide d'icelui, il faudroit multiplier cette ſuperficie ainſi trouvée, par la hauteur A G 96, le produit donneroit 96096 pour le ſolide du Priſme.

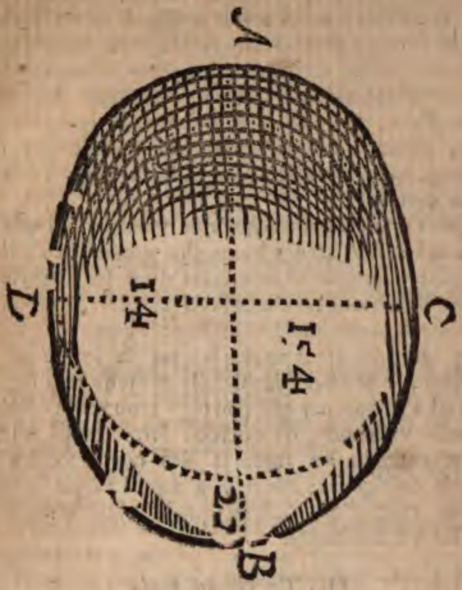
Maintenant s'il étoit requis de trouver le ſolide d'une Pyramide, dont la baſe fût égale à celle du Priſe, & que ſa hauteur perpendiculaire lui fût auſſi égale, ſçavoir de 96, alors il faudroit multiplier toute la baſe 1001 par le tiers de 96, qui font 32, & il viendroit 32032 pour le ſolide de la Pyramide GCHI.

Trouver la ſuperficie convexe d'un Sphéroïde, ou figure en forme d'œuf.

Elle ſe trouve en multipliant tout le long du diamètre AB par toute la circonférence du diamètre CD, qui eſt ici 44; multipliant donc 44 par AB 22, le produit donne 968 pour la ſuperficie du Sphéroïde donné.

Mais pour avoir la ſolidité, il faut multiplier la ſuperficie du petit cercle, qui eſt ici 154, par les $\frac{2}{3}$ du grand diamètre 22, qui eſt 14 $\frac{2}{3}$ il viendra le ſolide requis, à ſavoir 2258 $\frac{2}{3}$.

Ou bien multipliant la même ſuperficie 154 par $\frac{1}{6}$ du grand diamètre, qui eſt 3 $\frac{2}{3}$, le produit donnera 564 $\frac{2}{3}$, leſquels il faut multiplier par 4, il viendra au produit la même ſolidité 2258 $\frac{2}{3}$; ce qu'il falloit démontrer par la figure ſuivante.



De la mesure des Vaisseaux.

S'il étoit proposé de mesurer un muid, ou autre vaisseau de telle grandeur que l'on voudra ; pour en avoir le contenu, il faut premièrement en avoir un échantillon cubique, contenant un pot ou une pinte, selon la mesure du Pays, puis mesurer le diamètre de l'un des bouts du tonneau par la hauteur de l'échantillon, comme aussi celui du bondon, qui est toujours plus grand, à cause que les douves sont gouges ; cela fait, il faut trouver la superficie du cercle du bout du tonneau & celle du dia-

mètre du bondon, ce qui ſe fera par la proportion de 7 à 22, comme il a été enſeigné en la ſuperficie du cercle; puis ayant ajouté ces deux ſuperficies, on en prendra la moitié, que l'on multipliera par la longueur du tonneau meſurée par ledit échantillon, & le produit donnera la quantité des pots, pintes, ou de telle autre meſure que l'on voudra, que contient ledit vaiſſeau ſelon l'échantillon donné.

Que s'il ſe rencontre quelque vaiſſeau qui ait un des cercles de l'un des bouts plus grand que l'autre, alors il ſe trouvera trois cercles dont les ſuperficies feront différentes, qu'il faudra ajouter, puis diviſer leurs ſommes par les différences, qui ſont trois, & le quotient étant multiplié par la longueur du vaiſſeau, le produit donnera le contenu requis.

Il eſt à remarquer que l'on peut trouver le contenu de tous vaiſſeaux, de quelque forme qu'ils ſoient, ayant entendu les meſures des corps ſolides ci-devant enſeignées; car il y a même raiſon à trouver le vuide d'un vaiſſeau que le ſolide d'un corps qui lui eſt ſemblable.

Du Toiſé du Bois.

Le bois ſe compte au cent de pièces; or la pièce de bois eſt celle qui ayant une toiſe de long, a 72 pouces quarrés de groſſeur, ou bien deux toiſes de long, & 36 pouces de groſſeur.

Néanmoins, parce qu'on ne fait guères de pièces de bois de 6 pouces de large, & 6 pouces de haut, & que communément on les fait de 5 à 7, quoiqu'elles ne faſſent que 35 pouces, on ne laiſſe pas de prendre 35, comme ſi c'étoit 6 ſur 6: Or voulant trouver combien de pièces de bois de 3 pouces ſur 4 ſont contenues en 58 chevrons, ayant chacun 15 pieds de longueur; on multipliera 58 par 2 toiſes

3 pieds, il viendra 145 toiſes ; & parce que le bois eſt de 3 pouces ſur 4, qui fait 12 pouces, il faut faire une Règle de Trois, diſant : Si 72 donnent 12, combien 145 ; faiſant la Règle, il viendra au quotient de la diviſion 24 pièces, & $\frac{1}{6}$ d'une pièce.

Autre Exemple.

Une poutre a de long 18 pieds, & de groſſeur 15 pouces ſur 14, on demande combien elle contient de pièces.

Il faut multiplier les 15 pouces par les 14, il vient 210 pour la groſſeur ; cela fait, il faut dire par Règle comme à la précédente :

Si 72..... 210.... 3.

Faiſant la Règle, il viendra au quotient 8 pièces $\frac{3}{4}$, d'où il ſuit le calcul ſuivant.

6 Chevrons, chacun de 3 ſur 4 pouces de gros ſur 6 pieds de long, valent 1 pièce.

3 Chevrons de 3 à 4 pouces de gros ſur 12 pieds de long, valent 1 pièce.

3 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros ſur 6 pieds de long, valent 1 pièce.

2 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros ſur 9 pieds de long, valent 1 pièce.

1 poteau de 8 à 9 pouces de gros ſur 6 pieds de long, vaut 1 pièce.

1 Pièce de bois de 12 ſur 12 pouces de gros, ou de 18 ſur 8, ou de 16 ſur 9, &c. ſur 4 toiſes de long, vaut 8 pièces.

1 Pièce de 24 pouces ſur 9 de gros, ou d'un pied & demi ſur 1 pied de gros de 4 toiſes de long, vaut 12 pièces.

On pourra eucore trouver les pieds cubes d'une pièce de bois, ſoit chevron ou poutre, ſans avoir égard à la pièce comme ci-devant, en ajoutant les deux ſuperficies des deux bouts, & prenant la

moitié d'icelle qu'il faut multiplier par la longueur, soit du chevron ou de la poutre, ou telle autre pièce que l'on voudra, le produit donnera le contenu solide d'icelle.

Mais il faut remarquer que les superficies du bout étant des pouces, il faut multiplier leur moitié par toute la longueur réduite aussi en pouces; puis divisant leur produit par le nombre des pouces du pied cube, qui sont 1728, le quotient donnera le nombre des pieds cubes contenus dans la pièce de bois.

Du Toisés des Couvertures.

Pour toiser une couverture, si elle est quarrée, on la mesurera tout ainsi qu'un quarré-long, sçavoir prenant la hauteur & la longueur, & multipliant l'un par l'autre, on aura ce que l'on cherche.

Si c'est celle d'un Pavillon, on la mesurera tout ainsi qu'il a été dit ci-dessus de celle d'un lambris.

Enfin, si c'est celle d'un Dôme, on la mesurera comme on a fait la superficie convexe de la Sphère.

Mais si c'est une couverture en forme de Cone où Pyramide ronde, il sera aisé de trouver sa superficie; car ayant mesuré la circonférence de sa base, la moitié d'icelle sera multipliée par la hauteur penchante; sçavoir, depuis le sommet jusqu'à la circonférence, & le produit donnera la superficie de la Pyramide; car si l'on conçoit que la base de la Pyramide est une partie de circonférence d'un cercle, & que la cime du Cone ou Pyramide soit le centre dudit cercle, il s'ensuit que cette hauteur est le demi diamètre dudit cercle, & partant si on multiplie la moitié de l'arc qui est la base, par cette hauteur, qui est son demi-diamètre, on aura la superficie convexe de la Pyramide, selon la démonstration des parties du cercle ci-devant, page 387 de l'Arpentage.

Ainsi on peut trouver les superficies de tous les corps solides; par exemple, voulant trouver la superficie de la terre, la circonférence de laquelle a 360 degrés, chaque degré 15 lieues d'Allemagne, & 25 de France, & selon quelques-uns 30 petites; posons qu'elle en ait 30 de France, on les multipliera par les 360 degrés, il viendra 10800 pour la circonférence. Et par la Règle de proportion, si 22 donnent 7 combien 10800, il viendra $3436 \frac{4}{11}$ pour le diamètre terrestre; & pour avoir la superficie du plus grand cercle, il faut multiplier la moitié de la circonférence par le demi diamètre, & on aura la superficie du plus grand cercle; mais si on veut la superficie convexe, il faut multiplier toute la circonférence par tout le diamètre, le produit donnera le requis pour la convexité de toute la terre.

Fin du Traité du Toisé.

TRAITÉ
D'ALGÈBRE,
OU LES
QUATRE OPÉRATIONS
DE L'ARITHMÉTIQUE,
AJOUTER, SOUSTRAIRE, MULTIPLIER ET DIVISER,
Sur des Grandeurs marquées avec des Lettres de l'Alphabet.

CHAPITRE PREMIER.

L'Arithmétique avec des Lettres, eſt ce qu'on appelle l'Algèbre; elle s'applique aux grandeurs poſitives & négatives. Ce que c'eſt que ces Grandeurs.

ON peut marquer des Grandeurs avec d'autres ſignes qu'avec des chiffres; ſçavoir, avec les Lettres de l'Alphabet. Il faut donc voir comment on peut faire les quatre opérations de l'Arithmétique, en ſe ſervant de Lettres. Il dépend des hommes d'établir, pour ſigne d'une choſe, tout caractère qu'ils voudront

choisir. Celui-ci 7 signifie sept ; parce qu'on est convenu qu'il signifieroit 7 ; ce qu'on auroit pu marquer par tout autre caractère. J'apperçois donc que l'on peut marquer les opérations de l'Arithmétique de la manière qu'on le voudra.

On a établi que ce signe +, qui est une ligne coupée par une autre ligne, signifieroit *plus* ; & qu'une simple ligne couchée comme celle-ci—, signifieroit *moins*. Ajouter une grandeur à une autre, c'est prendre l'une avec l'autre, ou dire *l'une plus l'autre*. Ainsi on est convenu que pour ajouter ensemble deux Grandeurs marquées avec des lettres, on joindroit avec ce signe + qui signifie *plus*, les lettres qui marquent ces Grandeurs. Que, par exemple, pour ajouter la Grandeur a avec la Grandeur b, on écriroit $a + b$, c'est à-dire *a plus b*.

Soustraire une Grandeur d'une autre, c'est prendre celle-ci *moins* la premiere. Quant on dit *six pieds moins quatre pieds*, on dit qu'on a soustrait quatre pieds de six pieds. Il n'est donc question, pour marquer la soustraction d'une Grandeur marquée par lettres, d'une autre Grandeur aussi marquée par lettres, que de joindre leurs lettres avec ce signe — qui signifie *moins*. Si la premiere est a, dont on veut retrancher b, en écrivant $a - b$, on marque qu'on a retranché b de a, car cela veut dire a moins b.

Cela ne doit faire aucune difficulté. Les signes, comme on vient de le dire, sont des choses arbitraires, il n'est question que de prendre garde à ce qu'on veut qu'ils signifient. Ainsi étant convenu une fois que pour marque qu'on conçoit une Grandeur multipliée par une autre, on joindra sans autre signe les deux lettres qui marquent ces Grandeurs ; pour multiplier b une Grandeur, par d autre Grandeur, je ne fais que les unir de

cette ſorte *bd*, ſans autre ſigne, ou je mets entre deux une petite croix de S. André. Ainſi *A* × *B* marque que *A* eſt multiplié par *B*, que c'eſt le produit de ces deux Grandeurs multipliées l'une par l'autre, & cela veut dire *a* multiplié par *b*.

Pour marque de la diviſion, on met ſous la lettre qui eſt le ſigne d'une Grandeur, la lettre de la ſeconde Grandeur par laquelle on conçoit que la première eſt diviſée, une ligne entre deux. Ainſi quand on voit $\frac{a}{b}$, il faut concevoir que la Grandeur *b* eſt diviſée par *a*, & cela veut dire *a* diviſé par *b*.

Cette manière de faire les opérations de l'Arithmétique eſt ce qu'on appelle *l'Algèbre*, c'eſt-à-dire une Arithmétique plus parfaite; ce qu'on prétend que ſignifie ce nom dans la Langue des Arabes. On employe l'Algèbre pour trouver des Grandeurs inconnues, qu'on ne peut pas exprimer par des nombres, pendant qu'on ignore leur valeur. Auſſi il faut que de tout tems ceux qui ont travaillé ſur les Mathématiques, ayent eu une eſpèce d'Algèbre, c'eſt-à-dire, des notes pour marquer les Grandeurs qu'ils tâchoient de découvrir. Nous ne ſçavons pas qu'elles étoient ces notes dans les premiers tems. Depuis que l'Algèbre a été plus connue, qu'on en a fait des Livres, il paroît que d'abord on n'a eu des ſignes que pour les Grandeurs inconnues; pour les autres, on les marquoit avec les chiffres ou nombres ordinaires. On appelloit *Nombres Coſſiques* ceux de l'Algèbre. Ce mot vient de l'Italien *coſa*, c'eſt-à-dire, *choſe*; parce que c'étoit la choſe même qu'on prétendoit faire conſidérer par le moyen de ces notes. Et c'eſt dans ce même ſens que l'Algèbre ſe nomme aujourd'hui *Spécieuſe*; parce que ce ſont les

eſpèces, ou formes des choſes mêmes qu'on déſigne par des lettres.

CHAPITRE II.

Moyen de faire les quatre premières opérations de l'Arithmétique ſur les Grandeurs qu'on marque avec une ſeule lettre, qu'on appelle pour cette raiſon Grandeurs incomplexes *ou* ſimples.

DE L'ADDITION.

ON peut concevoir une Grandeur comme faite ou composée de deux Grandeurs ; ainſi, ſi l'on veut marquer cette compoſition, il faut employer deux lettres, comme, par exemple, concevoir qu'une certaine grandeur a deux parties, *h* & *d*, j'appelle cette grandeur $b+d$, ce qui me la fait nommer *Grandeur complexe* ou *compoſée* : au lieu que j'appelle une Grandeur que je marque avec une ſeule lettre, *Grandeur incomplexe* ou *ſimple*. Ce ſont des termes qu'on invente, pour éviter les circonlocutions.

Ajouter, comme on l'a dit, c'eſt joindre deux Grandeurs enſemble, ou exprimer par un ſigne, qu'on a joint ces deux Grandeurs. Ainſi il n'eſt queſtion pour ajouter la grandeur *b* avec la grandeur *d*, que de les joindre par le ſigne de cette jonction, qui eſt $+$, écrivant $b+d$, ce qui vaut autant que *h* plus *d*. Il n'eſt donc queſtion que de ſe ſervir des ſignes des quatre opérations qu'on a expliquées ; les exprimant, comme on eſt convenu. Il ne faut pas confondre ces ſignes ou ex-

preſſions : car ſi, pour ajouter *b* avec *d*, on joignoit de près ces deux lettres ſans autres ſignes, ainſi *b d*, puiſqu'on eſt convenu que cette manière *b d* eſt le ſigne de la multiplication, on ne marqueroit pas que *b* eſt joint avec *d*, mais qu'on a multiplié *b* par *d*, ce qui eſt bien différent : car 2 ajouté à ſix font 8, mais deux fois 6 font douze.

On peut abréger ces ſignes, & il le faut, quand on le peut : car il en eſt des ſignes comme des expreſſions, qui donnent des idées plus nettes lorſqu'elles ſont ſimples. Ainſi $b+b+b+b$ ſignifiant que *b* eſt ajouté quatre fois, au lieu de cette longue expreſſion, j'écris $4b$ ce qui eſt la même choſe.

Souvenez-vous qu'on eſt convenu (car les ſignes ne ſignifient que ce qu'on convient qu'ils ſignifieront) que lorſque le chiffre eſt devant la lettre, il marque une addition : ici, par exemple, dans $4b$, que *b* eſt ajouté quatre fois à lui-même ; mais b^4 marque, comme on le dira, que *b* eſt multiplié trois fois par lui-même. Afin qu'on ne s'y trompe pas, on fait enſorte que le chiffre qui eſt après la lettre ne ſe trouve pas exactement dans la même ligne, comme vous voyez ici b^4. On peut mettre le ſigne $+$ devant une lettre qui n'a point de ſigne, quand on ſçait d'ailleurs que la grandeur qu'elle marque eſt poſitive. Ainſi dans cette expreſſion $b+d$, je puis mettre $+$ devant *b* ; $+b+d$.

EXEMPLES D'ADDITION.

à ajouter	$3f$ $2f$	$4d$ x $8d$	a $2b$	$3c$ $4d$	xb zc zc
à ajouter { a, b, c					
Sommes $a+b+c$	$5f$	$12d+x$	$a+2b$	$3c+4d$	$xb+2zc$

DE

De la Soustraction.

Comme le ſigne + convient à une grandeur poſitive : auſſi le ſigne — marque une grandeur négative, ou qui eſt moindre que rien. Ce ſigne — eſt celui de la Souſtraction. Pour ſouſtraire g de f, on joint ces deux Grandeurs par ce ſigne de *moins*, en cette manière $f - g$. Ainſi la ſouſtraction dans l'Algèbre, ou l'Arithmétique par lettres, change en grandeurs négatives celles qui étoient poſitives. On ſous-entend le ſigne + quand il n'y a aucun ſigne. Ainſi quand on propoſe d'ôter g de f, c'eſt comme ſi on propoſoit d'ôter $+ g$ de $+ f$. Or en changeant le ſigne de la Grandeur qu'on veut ôter, il vient $+ f - g$, où la Grandeur poſitive $+ g$, devient négative ; de ſorte que ſi ces lettres marquent l'état d'un homme qui a, ou qui n'a pas des piſtoles, $+ f$, marquera le nombre des piſtoles qu'il a poſitivement ; & $- g$ le nombre de celles qui lui manquent ou qu'il doit. Plus une grandeur, moins la même grandeur, ce n'eſt rien. Ces deux ſignes + & — ſe détruiſent, c'eſt pourquoi on peut abréger une opération & en rendre l'expreſſion plus nette, effaçant autant de fois les lettres qui marquent la grandeur dont on veut retrancher, que ces lettres ſe trouvent de fois dans celles qu'on veut retrancher : ainſi pour retrancher $2b$ de $5b$, il faut ôter de $5b$ deux fois b, le reſte $3b$ eſt ce que l'on cherche. Car $+ 2b - 2b$ ce n'eſt rien.

Exemple de Soustraction.

D'où il faut	$5b$	$4d$	f	b	$3c$	ab
ſouſtraire	$2b$	d	f	d	$2b$	cd
Reſte	$3b$	$3d$	0	$b-d$	$3c-2b$	$ab-cd$

Remarquez que la soustraction d'une grandeur négative, d'une autre grandeur négative, se fait par une addition. Nous avons vu que les grandeurs négatives & positives étant opposées, en diminuant les unes on augmente les autres. En diminuant les dettes d'un homme, on augmente son bien.

De la Multiplication.

Pour la Multiplication on joint simplement la Grandeur que l'on veut multiplier l'une par l'autre. Pour multiplier b par d on écrit bd. Pour multiplier b par 3, on écrit $3b$. S'il y a des chiffres joints avec les lettres, on les multiplie comme il a été enseigné; ainsi pour multiplier $3b$ par $2b$, on multiplie 3 par 2; ce qui fait 6, & on joint b avec b, le produit de cette multiplication est 6 bb. Il ne faut point chercher de démonstration de toutes ces choses-là. Ces manières d'ajouter, soustraire, multiplier & diviser toutes sortes de grandeurs, ne sont que des signes de ce que l'on suppose être fait: ainsi, si j'écris bb, je témoigne par cette marque que je suppose, que la Grandeur désignée par la lettre b a été multipliée par b, c'est-à-dire par elle-même. On a dit qu'on se servoit quelquefois d'une petite croix de saint André pour signe de la multiplicacation: que $A \times B$ est une note qui marque que A & B sont multipliés l'un par l'autre.

Pour abréger, lorsqu'on multiplie une Grandeur par elle-même, on met après la lettre qui la marque un chiffre qui signifie combien de fois elle a été multipliée: ainsi multipliant b par b cela fait bb; & de rechef par b; cela fait bbb; pour abréger on écrit b^3. Remarquez donc encore une fois que $3b$ n'est pas la même chose que b^3; car si b vaut 2, en disant 3 fois b on dit 3 fois 2; ce qui fait 6. Mais puisque b^2 est la même chose que bb, vous voyez que bbb doit

valoir 8 ; car 2 par 2 fait 4 & 4 par 2 fait 8. Quand on écrit $2b$, c'eſt une marque que l'on ſuppoſe que b eſt ajouté à b; mais quand on écrit bb ou b^2, c'eſt une marque que l'on ſuppoſe que b eſt multiplié par b. 3 ajouté à 3 ne fait que 6 ; mais 3 multiplié par 3 fait 9.

EXEMPLES DE MULTIPLICATION.

A multiplier.	a	a	b	ab	aa
Multiplicateur.	b	a	$2b$	cd	ab
Produit.	ab	aa ou a^2	$2bb$	$abcd$	a^3b ou $aaab$

A multiplier.	$2a$	$2b$	$3ab$	$6a^3$
Multiplicateur.	$3b$	c	$2cd$	$2a^3$
Produit.	$6ab$	$2bc$	$6abcd$	$12a^6$

Dans le dernier exemple, $6a^3$ multiplié par $2a^3$, on ſera ſurpris comment le produit en eſt $12a^6$. Nous avons dit que a^3 eſt la même choſe que aaa : or en multipliant $6aaa$ par $2aaa$, le produit eſt $12aa.aaa$; partant pour abréger comme il a été dit, au lieu de 6 $aaaaaa$, on doit mettre un 6 après a, qui marque combien de fois on doit concevoir que cette lettre eſt répétée.

DE LA DIVISION.

LA marque de la diviſion eſt une petite ligne, au-deſſous de laquelle on place le diviſeur, & au-deſſus la Grandeur donnée pour être diviſée:

ainsi $\frac{c}{b}$ est une marque qu'on suppose que *b* est divisé par *c*.

Nous avons déja remarqué qu'il étoit utile de rendre les expressions les plus simples qu'on le pouvoit ; parce qu'elles donnent les idées plus simples, & par conséquent plus nettes. Or il est facile d'abréger l'opération dont il est ici question. Avant que d'en proposer le moyen, il faut relire ou rappeller dans sa mémoire la Proposition sixième, s n. 21. On y a démontré que le quotient d'une division multipliant le diviseur, produit la somme qui avoit été divisée : ainsi le quotient doit être une grandeur qui multipliée par le diviseur, produit la grandeur qu'il faut diviser ; par conséquent *bc* étant proposé pour être divisé par *c*, il est manifeste que le quotient sera *b* : car *b* multipliant le diviseur *c*, fait la somme *bc*, qui avoit été divisée. La division défait ce qu'avoit fait la multiplication. On donne donc cette règle générale pour faire les divisions, qu'il faut effacer des Grandeurs à diviser, les lettres qui se trouvent dans le diviseur. Suivant cette Règle, pour diviser *bcd* par *cd*, il faut effacer de *bcd* les lettres *c* & *d* qui se trouvent dans le diviseur *cd* & dans la Grandeur à diviser *bcd*. Le quotient sera donc *b*, comme il est évident, puisque multipliant par ce quotient *b* le diviseur *cd*, cela fait *bcd*, qui est la grandeur qui a été proposée pour être divisée.

Lorsqu'il y a des chiffres on les divise, comme il a été enseigné dans la division des nombres. Pour diviser 6*bb* par 3*b*, on divise *bb* par *b* ; le quotient est *b*. & 6 par 3, le quotient est 2 : ainsi le quotient de 6*bb*, divisé par 3*b*, est 2*b*. Car 2*b* multipliant 3*b*, produit 6*bb*.

EXEMPLES DE DIVISIONS.

Il faut diviser	ab	b	a^3	abc	a^3b	$6ab$
par	a	b	a	a	a^2b	$3b$
quot.	b	1	a^2	bc	a	2

Dans toutes ces diviſions, pour être aſſuré que l'opération eſt bonne, il ne faut que multiplier le quotient par le diviſeur ; ſi le produit eſt égal au dividende, ſelon ce qu'on a dit touchant la preuve des diviſions avec les chiffres, cette diviſion par lettres ſera bonne.

Il eſt évident qu'en diviſant une grandeur par elle-même, le quotient eſt 1 : diviſant b par b, le quotient eſt 1 ; car une grandeur eſt contenue une fois en elle-même.

CHAPITRE III.

Opérations de l'Arithmétique ſur les Grandeurs complexes ou compoſées.

L'Addition des Grandeurs complexes ou compoſées, n'a pas plus de difficulté que celles des Grandeurs incomplexes, il faut ſeulement joindre par le ſigne $+$ les Grandeurs que l'on veut ajouter les unes aux autres. Par exemple, pour ajouter $b+c$ avec $f+g$, il faut joindre ces deux Grandeurs complexes par le ſigne $+$ en en cette manière $b+c+f+g$. Pour ajouter $b+c$ avec $d-f$, il faut écrire $b+c+d-f$.

Pour abréger, lorſqu'à une grandeur on ajoute

la même grandeur, on met un chiffre qui marque combien de fois on ſuppoſe que cette grandeur eſt ajoutée à elle-même, comme on a fait ci-deſſus: ainſi ayant à ajouter $c+d$ avec $c+d$, au lieu de $c+d+c+d$, on fait cette addition en cette ſorte, $2c+2d$. Si les Grandeurs données ſont $c-d$ & $c-d$, on fait l'addition de la même manière $2c-2d$.

Lorſque les Grandeurs qu'on doit ajouter ſont les mêmes, & qu'elles ont des ſignes contraires, il faut retrancher les lettres qui ſe trouvent d'une part avec le ſigne $+$, & de l'autre part avec le ſigne $-$, comme s'il falloit ajouter $3b+2d$, à $2b-2d$; puiſque dans la première grandeur il ſe trouve $+2d$, & dans l'autre $-2d$, je retranche $2d$, qui ſe trouve d'une part avec $+$, & de l'autre avec $-$; ainſi la ſomme de cette addition eſt $5b$. La raiſon pourquoi on ſupprime entièrement $2d$ eſt maniſeſte : car le ſigne $-$ détruit ce que fait le ſigne $+$, ainſi il ne reſte rien. Plus $2d$ & moins $2d$, ne font rien. En ôtant tout ce qu'on avoit mis, il ne reſte rien.

Nous en avons fait un Axiôme qu'il faut avoir préſent à l'eſprit, pour abréger ces opérations, en rendre les expreſſions plus nettes, & pour juger des opérations que d'autres ont fait. Car il arrive ſouvent qu'on ne conçoit pas la vérité d'une opération; parce qu'on n'y voit point de certaines lettres qu'on juge y devoir paroître lorſqu'on n'apperçoit pas que ſe trouvant avec des ſignes contraires, on a dû les ſuppimer.

Par exemple, ajoutant $4f+6g$ à $3f-4g$, l'addition ſera $7f+2g$; car $+6g$ eſt égal à $+4g+2g$: or, ſelon ce qu'on vient de dire, pour ajouter $+4g$ $+2g$ avec $-4g$; il faut entièrement ſupprimer $4g$: ainſi il ne reſte rien que $+2g$.

EXEMPLES D'ADDITION.

A	$a+3b$	$2a-b$	$aa-5a+6$
ajouter.	$a+2b$	$3a-3b$	$aa+a-6$
Somme	$2a+5b$	$5a-4b$	$2aa-4a.$

A	$a-d$	$aa+2a-3$	$2a^2+b^2+3$
ajouter.	$a+4d$	$aa+a-6$	a^2+b^2-2
Somme	$2a+3d$	$2aa+3a-9$	$3a^2+2b^2+1$

DE LA SOUSTRACTION.

IL faut ici, comme dans la Souſtraction des Grandeurs incomplexes, ſe ſervir du ſigne de la Souſtraction, joignant par le ſigne — la grandeur qu'on veut ſouſtraire avec celle de laquelle on la veut ſouſtraire. Pour ôter $b+d$ de $c+f$, il faut premièrement écrire $c+f-b$: & parce que ce n'eſt pas ſeulement b qu'il faut retrancher, mais encore $+d$, on doit marquer ces deux ſouſtractions par deux ſignes de ſouſtraction en cette manière $c+f-b-d$.

On l'a déja remarqué, & il eſt aiſé de voir que par la ſouſtraction on change les grandeurs qu'on retranche, & que de poſitives qu'elles étoient, on fait qu'elles deviennent négatives. C'eſt pourquoi on donne cette Règle générale, qu'il faut changer les ſignes de la grandeur qu'on veut ſouſtraire. Vous vous ſouvenez que nous avons dit que devant une grandeur qui n'eſt précédée d'aucun ſigne, celui-ci $+$ y peut être ſous-entendu. Suivant cette Règle, pour ſouſtraire $b+d$, ou $+b+d$ de $c+f$, il faut changer les deux ſignes de $+b+d$ en cette manière $c+f-b-d$, comme il a été dit.

Cette Règle se trouve toujours véritable ; car lorsque le signe — se rencontre dans la grandeur qu'on veut soustraire : comme ici, si on veut soustraire $b-d$ ou $+b-d$ de $c+f$, il faut changer ces signes $+b-d$ en des signes contraires de cette sorte $c+f-b+d$. Quand on soustrait $b-d$ de $c+f$, on ne veut pas ôter entièrement la grandeur b, il s'en faut la grandeur d : ainsi ayant mis $c+f-b$; on retranche de $c+f$ plus qu'il ne faut retrancher ; sçavoir la grandeur d, c'est pourquoi on l'ajoute, lui donnant le signe + en cette manière $c+f-b+d$. Selon cette Règle, ayant soustrait $b-d$ de $c-f$, le reste est $c-f-b+d$.

On peut abréger les expressions d'une soustraction, en observant deux choses dont nous avons déja parlé. 1°. Lorsqu'il faut ajouter des grandeurs exprimées par les mêmes lettres, il suffit de mettre devant une de ces lettres un chiffre qui marque combien elle est ajoutée de fois à elle-même, comme au lieu de $b+b+b+2b$, on peut mettre $5b$. 2°. Puisque + une grandeur — la même grandeur, cela ne fait rien : $+b-b$ égal à zéro, on peut sans diminuer la valeur d'une expression, supprimer les lettres qui se trouvent avec le signe + & avec le signe — ; par conséquent ôtant $+c+f$ de $c+d+f$, comme cela fait $c+d+f-c-f$, en retranchant les lettres c & f qui ont des signes contraires, le reste de cette soustraction est $+d$.

Si l'on soustrait $a-b$ de $3a+b$, selon la Règle générale, après la soustraction, il reste $3a+b-a+b$. Or on peut abréger cette expression, car $3a-a$ ne font que $2a$, & $+b+b$ valent $2b$; ainsi $2a+2b$ valent autant que $3a+b-a+b$.

En retranchant $a+3b$ de $3a+2b$, selon la Règle, le reste sera $3a+2b-a-3b$. Mais puisque $3a-a$ est égal à $2a$, & que $+2b-3b$ est égal à $-b$; il est évident que $3a+2b-a-3b$ font $2a-d$.

Pour soustraire $3a-3b$ de $5a-4b$, selon la Règle générale, le reste sera $5a-4b-3a+3b$. Or, 1°. $5a-3a$ est égal $2a$; 2°. d'une part on ôte $4b$, & de l'autre on ajoute $3b$, comme vous le voyez dans l'opération $5a-4b-3a+3b$: ainsi il faut supprimer $3b$, & n'en marquer qu'un avec le signe — pour abréger cette expression, qui sera réduite à celle-ci $2a-b$. Soit donné $5a+2b$ dont il faut soustraire $4a+6b$, je retranche premièrement $4a$ de $5a$, & il reste un a. Ensuite pour retrancher $6b$ de $2b$, comme on ne peut pas ôter d'une grandeur ce qu'elle n'a pas, après avoir supprimé $2b$ pour retrancher les $4b$ qui restent, je les retranche de la grandeur a en les liant avec cette lettre en cette manière $a-4b$.

EXEMPLES DE SOUSTRACTIONS.

D'où il faut	$2a+5b$	$5a-4b$	$3a+2b$
soustraire	$a+b$	$3a-3b$	$a+3b$
Reste	$a+4b$	$2a-b$	$2a-b$

D'où il faut	$2a+b$	$3a+d$	$2aa+2a+9$
soustraire	$a-b$	$2a+5d$	$aa+a+3$
Reste	$a+2b$	$a-4d$	$aa+a+6$

Si dans ces dernières opérations vous n'appercevez pas comment ces soustractions donnent de tels restes, faites les opérations tout au long, & vous découvrirez sans peine comment en abrégeant une expression selon qu'il a été enseigné, ces soustractions ont les restes qui sont marqués dans les Exemples proposés.

L'Addition & la Soustraction se servent de preuves. Pour m'assurer qu'ayant retranché $a+6b$ de $a+2b$, le reste est $4a-4b$; j'ajoute $4a-4b$ avec

$a+6b$; & trouvant que la ſomme eſt de $5a+2b$, je ſuis aſſuré que l'opération eſt bonne. Au contraire, pour m'aſſurer que $5a+2b$ eſt la ſomme de $4a-4b$, & $a+6b$, je retranche l'une de $5a+2b$; ſi le reſte de la ſouſtraction donne l'autre ſomme, l'addition a été bien faite, comme on l'a enſeigné ci-deſſus.

Diſons encore que pour ajouter enſemble deux grandeurs complexes, il n'y a qu'à les écrire l'une après l'autre avec leurs mêmes ſignes; & que pour ſouſtraire une grandeur complexe d'une grandeur auſſi complexe, il faut écrire la grandeur à ſouſtraire après l'autre, en changeant tous les ſignes de celles que l'on ſouſtrait, & réduire le tout dans l'une & l'autre opération à la plus ſimple expreſſion. Par exemple, ſi l'on veut ajouter $3a+4c-5b+8$ *avec* $4a-2c-2b+4$, *l'on écrira* $3a+4c-5b+8+4a-2c-2b+4$, *ce qui ſe réduit à* $7a+2c-7b+12$.

De même, ſi l'on veut ſouſtraire $3a+4c-5b+8$ *de* $4a-2c-2b+4$, *l'on écrira tout de ſuite* $4a-2c-2b+4-3a-4c+5b-8$: *ce qui ſe réduit à* $a-6c+3b-4$. *Il n'eſt point néceſſaire en ces opérations d'écrire les termes ſemblables ſous les ſemblables: ſi nous l'avons fait, ce n'étoit que pour repréſenter aux yeux ces opérations.*

De la Multiplication.

La multiplication des grandeurs complexes ſe fait preſque de la même maniere que la multiplication des nombres qui ont pluſieurs chiffres. Comme dans les nombres on multiplie tous les chiffres du nombre à multiplier par chaque chiffre du multipliant; en ſorte qu'il y a autant de multiplications partiales qu'il y a de chiffres dans le multipliant : auſſi dans les grandeurs compoſées, on multiplie toutes les parties de la grandeur à multiplier

par chaque partie de la grandeur qui est la multipliante.

Soit donné $b+d$ pour être multiplié par x ; il faut multiplier b & d, qui sont les parties de la grandeur donnée, par x, ce qui produit $xb+xd$.

Soit donnée $b+d$ pour être multipliés par $x+z$, il faut faire quatre multiplications partiales, qui seront $xb+xd+zb+zd$. On peut comprendre dans trois Règles tous les différens cas de cette opération.

PREMIÈRE RÈGLE.

Lorsque les deux grandeurs données ont le signe $+$, leur produit doit avoir le même signe : ainsi multipliant $b+d$ par $x+z$, le produit est, comme nous avons vû, $xb+xd+zb+zd$.

SECONDE RÈGLE.

Plus par moins, ou moins par plus donne un produit qui doit avoir le signe $-$.

C'est-à-dire, que si l'une des deux grandeurs a le signe $-$, par exemple, si l'on avoit donné $b-c$ pour être multiplié par $+a$, le produit de leur multiplication doit être $ab-ac$, dont la raison est évidente. Quand on multiplie $b-c$ par a, on ne veut multiplier qu'une partie de b. Ainsi ayant multiplié tout b par a, comme on a trop fait, ayant aussi multiplié c qui doit être retranché de b ; pour y remédier, on ôte autant de fois c qu'on l'avoit trop pris de fois. Le produit ab étant plus grand que celui qui est le véritable de toute la grandeur ac : on en retranche donc cette grandeur, en la joignant avec ab par le signe de la soustration qui est $-$, en cette manière $ab-ac$.

Soit donné $b+d$ pour être multiplié par $x-z$, le produit sera $xb+xd-zb-zd$. Quand on multiplie $b+d$ par $x-z$, on ne multiplie pas cette gran-

deur par toute la grandeur x, il s'en faut la partie z: ainsi ayant multiplié la grandeur $b+d$ par toute la grandeur x, le produit $xb+xd$ est plus grand que le véritable produit qu'on cherche, de la grandeur b multlpliée par z, & de d multiplié par z, c'est-à-dire de $zb+zd$: ainsi il faut retrancher ce produit $zb+zd$, de la manière qu'il a été enseigné dans la soustraction, écrivant $xb+xd-zb-zd$.

Troisième Règle.

Moins par moins donne plus.

C'est-à-dire, que si les deux grandeurs qu'on multiplie ont le signe —, le produit de la multiplication de l'une par l'autre aura le signe +. Par exemple $b-d$ étant multiplié par $x-z$, le produit sera $xb-xd-zb+zd$: Et afin qu'on comprenne cela, voici comment se fait l'opération. Je multiplie d'abord $b-d$ par x, & premièrement b, ce qui me donne xb pour première multiplication partiale. Et comme je ne voulois pas multiplier toute la grandeur b par la grandeur x, qu'il s'en falloit la grandeur d; le produit xb est trop grand, sçavoir de xd. Je retranche donc xd de xb par le signe de la soustraction en cette sorte $xb-xd$; & ainsi j'ai déja le produit des deux grandeurs à multiplier, par une des grandeurs du multipliant, sçavoir, de $b-d$ par x. Reste encore à connoître le produit de $b-d$ par z. Mais si vous avez bien pris garde, en multipliant $b-d$ par x, vous l'avez aussi multiplié par z, ce qu'il ne falloit pas faire; car vous n'aviez pas à multiplier $b-d$ par toute la grandeur x, il s'en falloit la grandeur z: partant le produit de $b-d$ par x est trop grand, sçavoir, du produit de $b-d$ par z qui est $zb-zd$; c'est pourquoi aussi je le retranche de $xb-xd$, en changeant les signes, suivant qu'il a été enseigné dans la

soustraction. Ce qui me donne pour total & véritable produit $xb-xd-zb-zd$.

Ainsi pour comprendre la raison de cette Règle de multiplication, moins en moins donne plus, *il n'y a qu'à se former une juste idée de la multiplication, & se souvenir de ce qui a été dit dans la soustraction* s n. 32. *sans y chercher d'autre mystère; car avec ce signe* plus, *on ajoute seulement ce qu'on avoit ôté de trop.*

Voici une autre preuve que + *par* — *donne* —, *& que* — *par* — *donne* +. *On la peut passer dans la première lecture de cet Ouvrage; elle s'entendra plus facilement, quand on sera exercé à ce calcul.*

Soit à multiplier $a-b$ *par* $+c$, *je dis que le produit sera* $ac-bc$; *car soit* $a-b=d$: *donc* $a=d+b$. *Ce qui étant multiplié par* $+c$ *donne* $ac=dc+bc$: *Donc* $ac-bc=dc$, *&* $ac-bc$ *est le produit de* $a-b$ *par* $+c$: *ce qu'il falloit démontrer.*

Soit encore $a-b$ *à multiplier par* $-c$. *Il faut prouver que le produit est* $-ac+bc$. *L'on fait comme devant*, $a-b=d$, *ou* $a=d+b$; *puisque par la démonstration précédente* + *par* — *donne* —, *en multipliant* $a=d+b$ *par* $-c$, *on aura* $-ac=-dc-bc$, *ou* $-ac+bc=-dc$. *Ainsi* $a-b$ *multiplié par* $-c$ *donne le produit* $-ac+bc$; *ce qu'il falloit démontrer.*

PREMIER EXEMPLE POUR LA MULTIPLICATION.

$$4a+12b+8f$$

$$\text{par}\quad 5a-3b+4f$$

$$20aa+60ab+40af-36bb-24bf+32ff$$
$$-12ab+16af\qquad+8bf$$

$$20aa+48ab+56af-36bb+24bf+32ff$$

AUTRE EXEMPLE.

$$
\begin{array}{ll}
 & 8m - 4n - 20x \\
\text{par} & 4m - 2n - 40x \\
\hline
 & 32mm - 16mn - 80mx + 8nn + 40nx + 800xx \\
 & \quad\;\; - 16mn - 320mx \qquad + 160nx \\
\hline
 & 32mm - 32mn - 400mx + 8nn + 200nx + 800xx \\
\hline
\end{array}
$$

Comment on peut rendre les expressions de ces multiplications plus nettes.

Lorsque les grandeurs qu'on multiplie les unes par les autres, ont les mêmes lettres, on peut abréger l'expression de leur produit. Le produit de $a+b$ par $a-b$, est selon la Règle $aa+ab-ab-bb$: or puisque $+ab-ab$ ne fait rien; donc $aa-bb$ est égal à $aa+ab-ab-bb$. Le produit de $a-b$ par $a-b$ est $aa-ab-ab+bb$; puisque $-ab-ab$ est la même chose que $-2ab$; je mets donc $aa-2ab+bb$ pour $aa-ab-ab+bb$.

Le produit de $3d+e$ par $3d+e$ est $9dd+6de+ee$. Celui de $3d+e$ par $3d-e$, est $9dd-ee$. Celui ci de $3d-e$ par $3d-e$, est $9dd-6de+ee$. Lorsque les grandeurs sont fort composées, & que leurs produits seroient trop étendus, pour marquer seulement qu'il faut multiplier ces grandeurs composées l'une par l'autre, on les joint, mettant entre-deux cette petite croix de saint André $\times$, comme on l'a dit; & les couvrant chacune d'une ligne, ainsi

$$\overline{4a+3aa-2a+1} \times \overline{aa-5a+6}.$$

De la Division.

La Diviſion, comme nous avons déja remarqué, défait ce que la multiplication avoit composé; ainſi pour diviſer, il faut ſe reſſouvenir des Règles précédentes de la multiplication.

Nous avons vu que la diviſion & la multiplication ſe servent de preuves. On ne ſe peut pas tromper dans la diviſion, pourvu qu'on obſerve ſi le quotient, en multipliant le diviſeur, fait un produit égal à la grandeur qu'on a diviſée : car, comme on l'a vu, s n. 21. ſi cela arrive, ce quotient eſt le véritable : ainſi $x+z$ multiplié par $b+d$, faiſant le produit $xb+xd+zb+zd$, il eſt certain que $b+d$ eſt le quotient de $xb+xd+z+zd$ diviſé par $x+z$. Il ne faut donc que ſuivre les trois Règles que nous venons de donner pour la multiplication.

1°. Puiſque plus en plus donne plus, ſi la grandeur qui doit être diviſée a le ſigne $+$, & que le diviſeur ait le ſigne $+$, c'eſt une marque que le quotient doit avoir $+$; ainſi la grandeur $xb+xd+zb+zd$ étant donnée pour être diviſée par $x+z$, il eſt manifeſte que le quotient eſt $b+d$.

2°. Si la Grandeur à diviſer a le ſigne $-$, & que le diviſeur ait le ſigne $+$, le quotient aura le ſigne $-$; & ſi le diviſeur a le ſigne $-$, le quotient aura le ſigne $+$. Ainſi diviſant $xb+xd-zb-zd$, par $x-z$, le quotient ſera $b-d$; car $b+d$ multipliant $x-x$, fait la grandeur donnée $xb+xd-zb-zd$.

3°. Si la grandeur donnée à diviſer a le ſigne $+$, & le diviſeur le ſigne $-$, le quotient aura ce même ſigne $-$. Diviſant $xb-xd-zb+zd$ par $x-z$, le quotient ſera $b-d$.

Lorſque l'expreſſion d'une opération a été abrégée, pour en appercevoir le quotient, ou quels ſont les termes ſupprimés dans les produits à diviſer, & les rétablir; voici ce que l'on fait.

Soit $mm - nn$ à diviser par $m - n$, il faut écrire le diviseur à la gauche du dividende, comme vous le voyez.

Produit à diviser.

Diviseur, $m - n$	$mm - nn$ $-mm + mm$	*Quotient,* $m + n$.
	$o + mn - nn$ $-mn + nn$	

Je dis mm divisé par $+ m$ donne $+ m$, que j'écris au quotient. Or $m - n$ du diviseur multiplié par m du quotient donne $+ mm - mn$, que j'écris au-dessous de toute la grandeur à diviser, avec des signes contraires $- mm + mn$, comme vous voyez; & réduisant $mm - nn - mm + mn$, l'on a $o + mn - nn$, qu'il faut encore diviser par $m - n$. Je dis donc encore $+ mn$ divisé par m donne $+ n$ que j'écris au quotient, & $m - n$ multiplié par n, donne $mn - nn$, qui étant détruit avec des signes contraires, détruit entièrement le produit à diviser $o + mn - nn$: Ainsi je suis assuré que $m + n$ est le quotient de $mm - nn$, divisé par $m - n$. Lorsque dans la grandeur à diviser on ne trouve aucune des lettres du diviseur, c'est une marque qu'on ne peut faire cette division qu'en plaçant au-dessus d'une petite la grandeur à diviser, & le diviseur au-dessous: ainsi divisant $bd + pq$ par $r + s$ le quotient sera $\frac{dd + pq}{r + s}$

Je ne donne pas davantage d'exemples de toutes ces opérations, parce que je veux que mon Ouvrage soit court. Je ne mets que des exemples faciles, écrivant pour ceux qui commencent, & qui peut-être n'auront point de Maître pour les aider.

PLUSIEURS QUESTIONS *sur différens sujets.*

Et premièrement sur la Règle de Compagnie.

TRois hommes ont fait une compagnie, & ont mis chacun une certaine somme. Le premier a mis 32 livres, le second a mis le tiers de la somme totale, le troisième a mis le quart de la même somme totale ; on demande la mise de chacun, & ce qu'ils doivent avoir pour leur part du gain, qui est 100 liv.

Considérez que 32 livres, mises du premier, est le résidu d'un certain nombre dont le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{4}$ sont ôtés.

Supposé que ce nombre soit 12, qui représente la mise de tous trois, si on en ôte le tiers & le quart, le reste sera 5 pour la mise du premier, & doit être 32 ; maintenant dites :

Si 5 sont restés de 12, de combien resteront 32.
℞. de $76\frac{4}{5}$.

Pour preuve, je dis que si vous ôtez le $\frac{1}{3}$ de $76\frac{4}{5}$, qui est $25\frac{3}{5}$, & le quart des mêmes $76\frac{4}{5}$, qui est $19\frac{1}{5}$, le reste sera 32 pour la mise du premier, comme il a été proposé ; la mise du second sera $25\frac{3}{5}$, & la mise du troisième $19\frac{1}{5}$.

Il reste maintenant de donner à chacun sa part du gain, qui est 100 liv. Pour faire cela, suivez l'ordre de la Règle de Compagnie, & vous trouverez que le premier

qui a mis	32 liv. aura	41 liv.	13 s.	4 den.	
mise du second	$25\frac{3}{5}$	33	6	8	
mise du 3.	$19\frac{1}{5}$	25			
mises	$76\frac{4}{5}$ gain	100 & c'est la preuve.			

Seconde Question.

Trois hommes ont fait compagnie & bourse commune ; le premier a mis 35 liv, le second 20 liv. on demande ce que doit mettre le troisième pour avoir la moitié du gain, qui est 1000 l. & ce que doit avoir de profit chacun des deux autres.

Il faut considérer, que puisque le troisième doit avoir la moitié du gain, il doit mettre autant que les deux autres. Faites donc addition des mises des deux premiers, qui sont 35 & 20, il viendra 55, & c'est ce que doit mettre le troisième pour avoir la moitié du gain, comme veut la question.

Ajoutez donc 55, somme de la mise des deux premiers, avec 55, mise du troisième, il viendra 110 pour mise totale; puis opérez selon la Règle de Compagnie, disant : Si 100, mise totale, ont gagné 1000 liv. combien chaque mise en particulier: Faisant la Règle, on trouvera le gain de chacun.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises part.	gains partic.
Si 110 liv.	1000 liv.	35 liv.	318 $\frac{2}{11}$
		20 Resp.	181 $\frac{9}{11}$
		55	500
	Preuves mises	110 gain	1000 l.

Troisième Question.

Trois Marchands se sont associés, le premier a mis 1500, le deuxième 1800 livres, le troisième 1200 livres, & ayant besoin de quelqu'un pour agir dans leur société, ils ont associé un Facteur avec eux, qui a mis 600 liv. lequel doit retirer profit de son argent en même raison que les trois Marchands, & outre ont accordé avec lui, que pour sa peine il participera au gain total à raison de 6 pour cent : Ils ont gagné 2500 livres, sçavoir combien chaque Associé aura pour sa part du profit.

Il faut premièrement voir combien se monte le gain de 2500 liv. à 6 pour 100, on trouve que c'est 150 liv. qu'il faut soustraire de 2500 liv. gain total, il reste 2350 liv. qu'il faut distribuer proportionnellement aux quatre Associés, parce que le Facteur tient rang d'Associé à cause de 600 liv. qu'il a mis : On assemblera donc les mises, & la somme totale sera 5100 liv. puis faisant la Règle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera la part de chacun, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises part.	gains partic.
Si 5100	2350	1500 liv.	691 $\frac{9}{51}$
		1800 Resp.	829 $\frac{11}{51}$
		1200	552 $\frac{48}{51}$
		600	276 $\frac{24}{51}$
		mise totale 5100 liv.	2350

Quatrième Question.

Trois Marchands ont fait Compagnie, le premier a mis une somme, le deuxième a mis 7 liv. plus que le premier, & le troisième a mis 18 liv. plus que le second, & la mise du premier étant multipliée par celle du troisième, fait 1650, ils ont gagné 100 liv. on demande le gain de chacun.

Considerez la différence qu'il y a de la mise du premier à celle du troisième, & l'on trouvera être 25 : Maintenant il faut quarrer 25, il vient 625; qu'il faut ajouter au quadruple du produit, qui est 1650, il viendra 6600; lesquelles jointes avec 625, la somme sera 7225, dont la racine quarrée est 85 : & si de cette racine on en ôte la différence susdite, savoir 25, le reste sera 60, dont la moitié qui est 30, sera la mise du premier, & pour avoir la mise du troisième, on ajoutera la différence 25 avec la racine 85, la somme sera 110, dont la moitié qui

eſt 55, ſera ſa miſe, & ſi on ajoute 7 à 30, miſe du premier, il viendra 37 ponr la miſe du ſecond ; cela fait ayant les trois miſes 30, 37 & 55, on fera la Règle de Compagnie à l'ordinaire, & on trouvera le gain de chacun.

Opération.

Miſe totale,	gain total,	miſe part.	gains partic.
Si 122 liv.	100 liv.	comb. 30	24 $\frac{16}{61}$
		37 Reſp.	30 $\frac{20}{61}$
		55	45 $\frac{5}{61}$
		miſe totale liv. 122	gain 100 liv.

Cinquième Queſtion.

Trois autres ont mis en compagnie 14 Δ, & on ne ſait point la miſe d'aucun en particulier, on demande la miſe de chacun ſans s'enquérir d'aucun gain, en ſuppoſant ſeulement que l'argent du premier ait demeuré 5 mois, celui du ſecond 22 mois, & celui du troiſième 39 mois.

Aſſemblez les 5 mois, 22 mois & 39 mois, la ſomme eſt 66; puis dites pour le premier:

Si 66 mois donnent 14 Δ de miſe, qui eſt la miſe de tous les trois, combien 5 mois, combien 22 mois, & combien 39 mois, & faiſant la Règle, on trouvera la miſe de chacun, comme il ſe voit ci-après.

Opération.

		miſe
Si 66 mois 14 Δ combien	5 mois	Δ 1 $\frac{2}{33}$
	22 Reſp.	Δ 4 $\frac{22}{33}$
	39	Δ 8 $\frac{9}{33}$
	mois 66	miſe 14 Δ.

Sixième Queſtion.

Deux Marchands ont fait compagnie enſemble, le premier a mis le premier jour de Janvier 1280 liv. le deuxième ne peut rien mettre juſqu'au premier jour d'Avril; l'on demande combien il doit mettre, afin qu'il ait la $\frac{1}{2}$ du gain.

Multipliez 1280, miſe du premier, par 12 mois que ſon argent a demeuré en la compagnie, le produit ſera 15360 pour ſa miſe, & autant doit être la miſe du ſecond à cauſe qu'il doit avoir la moitié du gain; mais parce qu'il ne met rien juſqu'au premier jour d'Avril, ſon argent n'y ſera donc que 9 mois: Diviſez 15360 par 9, & ce qui viendra au quotient ſera ce que doit mettre le deuxième Aſſocié le premier jour d'Avril, ſavoir 1706 $\frac{2}{3}$; & s'il eſt queſtion de partager entr'eux 1000 liv. qu'ils ont gagnées; ils auront chacun 500 liv. ſelon la condition accordée entr'eux.

Pour trouver l'égalité de leur miſe, ſi vous multipliez la miſe du ſecond par 9 mois, le produit ſera égal à la miſe du premier, multipliée par 12 mois.

Septième Queſtion.

Un Particulier voulant récompenſer ſes Domeſtiques, a fait ſon teſtament comme il ſuit.

Je donne & légue à mes trois Domeſtiques, qui ſeront à mon ſervice lors de mon décès, la ſomme de 3000 livres de rente leur vie durant, à condition qu'ils partageront leſdits 3000 livres à proportion de leur âge, & du temps qu'ils auront été à mon ſervice.

Le premier eſt âgé de 75 ans, il a 48 ans de ſer vice.

Le ſecond eſt âgé de 66 ans 8 mois, il a 45 ans de ſervice.

Le troiſième eſt âgé de 60 ans, il a 40 ans de ſervice; on demande ce que chacun doit avoir pour ſa part deſdites 3000 livres.

Voyez l'explication de la Règle de Compagnie par tems, pages 275 & 276, vous trouverez que le premier doit avoir 1200 livres, le ſecond 1000 liv. & le troiſième 800 liv.

Huitième Queſtion.

Trois Particuliers ont fait un foſſé de 100 toiſes cubes, pour la ſomme de 285 liv. Le premier y a travaillé 10 heures par jour pendant 50 jours, le deuxième y a travaillé 12 heures par jour pendant 30 jours, & le troiſième 14 heures par jour pendant 20 jours; on demande le gain de chaque Particulier.

Voyez la Règle de Compagnie par tems, page 275 & 276, vous trouverez que le premier doit avoir 125 livres, le ſecond 90 livres, & le troiſième 70 livres.

Pour preuve que la Règle eſt bien faite, diviſez 125 livres, gain du premier, par 500 heures qu'il a travaillé, il viendra au quotient 5 ſols par heure: Diviſez 90 livres, gain du ſecond, par 360 heures qu'il a travaillé, il viendra auſſi 5 ſols au quotient; Enfin diviſez 70 livres, gain du troiſième, par 280 heures qu'il a travaillé, il viendra encore 5 ſols au quotient, c'eſt-à-dire, que chaque Particulier a gagné 5 ſols par heure, & c'eſt la preuve que la Règle eſt bien faite.

Si on applique cette méthode à toutes les Règles de Compagnie, tant à tems égal qu'à tems inégal, il viendra une même réponſe à tous les quotiens.

Neuvième Queſtion.

Cinq Marchands ont fait compagnie, on ne ſçait

point la mise de chacun en particulier, elle est seulement connue de deux en deux.

La mise du cinquième & du premier est 672 livres.

La mise du cinquième & du quatrième font ensemble 864 livres.

La mise du quatrième & du troisième ensemble est 684 livres.

Et la mise du deuxième & du premier jointes ensemble 436 livres.

Et l'argent du troisième avec celui du deuxième fait 584; ils ont gagné 1509 liv. on demande combien chacun doit avoir pour sa part à proportion de sa mise. Le premier a mis 172.

Dixième Question.

Quatre Marchands ont mis 140 Δ en bourse commune, & ont gagné 400 livres; mais l'argent que chacun a donné pour sa part est inconnu: Toutefois on sçait bien que le premier a donné 22 Δ moins que le troisième, & le second 36 Δ moins que le quatrième, & que les écus du premier & ceux du quatrième étant multipliés l'un par l'autre, produisent 1020 Δ: On demande la mise & le gain de chacun.

Considérez que l'excès du premier au troisième est 22: & l'excès du deuxième au quatrième est 36, leur différence est 14, qu'il faut ajouter à 140 mise totale, la somme sera 154 Δ, dont la moitié 77 est la mise du premier & du quatrième ensemble.

Et parce que leurs écus étant multipliés ensemble font 1020, il n'y a plus qu'à trouver deux nombres qui ajoutés ensemble fassent 77, & multipliés l'un par l'autre, fassent 1020; ce qui étant observé, on trouvera que le premier Associé a mis 17 Δ, le quatrième a mis 60 Δ, la mise des deux autres est facile à trouver.

Onzième Question.

Deux Marchands ont fait société ensemble ; le premier, avec une somme qu'il a mise, a gagné 8 livres ; le second avec 6 livres qu'il a mises, a gagné une autre somme ; de sorte que les mises & les gains de l'un & l'autre ensemble font 40 livres, on demande la mise du premier, & le gain du deuxième.

Je pose que la mise du premier soit 1 ℞., laquelle jointe avec son-gain, fait 1 ℞. P 8 qu'il faut ajouter avec 6 liv. mise du deuxième, la somme sera 14 P 1 ℞. qu'il faut soustraire de 40, il reste 26 M 1 ℞. pour le gain du deuxième ; maintenant il faut dire par Règle de Trois :

Si 1 ℞. mise du premier lui a gagné 8 liv. combien gagneront 6 liv. mise du deuxième, il viendra $\frac{48}{1}$ pour le gain du deuxième, mais il avoit déja été trouvé par raisonnement être 26 M 1 ℞. il y aura donc égalité entre $\frac{48}{1}$ de racine, & 26 M 1 ℞., & par multiplication en croix il viendra encore égalité entre 1 Q & 26 ℞. M 48 : Cela fait, quarrez la moitié des ℞. 13, il viendra 169, dont il faut ôter l'absolu, puisqu'il a le signe de M, & la ℞. du reste 121 sera 11, qu'il faut ôter de la moitié de ladite moitié des ℞. 13, le reste 2 est la mise du premier : Et si vous ajoutez 13 à la ℞. 11, la somme 24 sera le gain du second, comme veut la question.

Douzième Question.

Quatre autres ont fait compagnie, le premier a mis une somme ; le second 10 liv. plus que le premier ; le troisième autant que le deuxième moins 2 liv. & le quatrième a mis 10 liv. plus que le troisième ; puis multiplant la mise du premier par celle du quatrième, il vient 40, on demande combien ils auront chacun de 100 liv. qu'ils ont gagnées.

Pour

Pour faire cette Règle & toutes autres semblables, il faut premièrement trouver les mises de chacun. Pour faire cela, considérez la différence de la mise du premier à celle du quatrième, elle est 18; quarrez donc 18, son quarré est 324; auquel il faut ajouter le quadruple du produit, sera 484, dont la racine est 22, & si vous ajoutez la différence 18 avec 22, il viendra 40, dont la moitié, qui est 20, sera la mise du quatrième, & si vous ôtez 18 de 22, le reste sera 4, dont la moitié qui est 2, sera la mise du premier; le second a donc mis 12 liv. & le troisième 10 liv. Cela fait, pour trouver le gain de chacun, il faut faire la Règle de Compagnie à l'ordinaire.

Mises.

2
12
10
20

Si 44 ont gagné 100 liv. combien 2 liv. &c. & faisant les 4 Règles de Trois, on trouvera le gain de chacun.

S ç A V O I R:

pour le premier	4 liv.	$\frac{6}{11}$
pour le second	27	$\frac{3}{11}$
pour le troisième	22	$\frac{8}{11}$
pour le quatrième	45	$\frac{5}{11}$
Somme	100 livres.	

Questions sur les fractions.

Quelqu'un dit que s'il avoit distribué les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de l'argent qu'il a, il auroit donné 84 liv. on demande combien il avoit d'argent.

Je suppose que 72 soit la somme qu'il avoit, de laquelle les parties ci-dessus étant prises, se montent à 162 liv.

Aprés quoi on dira par Règle de Trois, si 162 viennent de 72, d'où viendront 4, R. 37 $\frac{1}{3}$ où $\frac{3}{9}$, dont les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ & les $\frac{5}{6}$ font 84, comme il se voit par les opérations ci-après.

Si. 162 . . . 72 84
par 72

$\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{5}{6}$

72 dénom.

$\frac{2}{3}$ 48
$\frac{3}{4}$ 54
$\frac{5}{6}$ 60

162

168
588

6048

5
1184
6048

(37 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{9}$

1622
16
37 $\frac{3}{9}$

24 $\frac{8}{9}$
28
31 $\frac{1}{9}$

Preuve 84

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté le tiers & le quart, le reste soit 48.

Je suppose que ce nombre soit 96, duquel le tiers & le quart sont 56, lesquels ôtez de 96, le reste est 40, & devoit rester 48; ensuite il faut dire par Règle de Trois :

Si 40 viennent de 96, d'où viendront 48

$$\begin{array}{r} 48 \\ 96 \\ \hline 288 \\ 432 \\ \hline 4608 \end{array}$$

$\frac{1}{40}$ Resp. $115\ \frac{1}{5}$ nombre requis.

$$\begin{array}{lr} \frac{1}{3} & 38\ \frac{2}{5} \\ \frac{1}{4} & 28\ \frac{4}{5} \\ \hline \dagger & 67\ \frac{1}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} & 115\ \frac{1}{5} \\ \dagger & 67\ \frac{1}{5} \text{ à ôter} \\ \hline \text{Reste} & 48 \text{ qui est la preuve} \end{array}$$

Autres Questions.

Trouver deux nombres, tels qu'étant ajoutés ensemble, leur somme soit $31\ \frac{7}{12}$, & divisant le grand nombre par le moindre, le quotient soit 8.

Pour faire cela, ajoutez 1 au quotient requis 8, ce seront 9 pour diviseur de $31\ \frac{7}{12}$, & le quotient sera $3\ \frac{55}{108}$ pour le petit nombre, lesquels ôtés de $31\ \frac{7}{12}$, le reste sera $28\ \frac{8}{108}$ pour le grand nombre.

Divers Théorèmes avec leur application.

Trouver deux nombres tels que les $\frac{4}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & que leur différence soit $5\ \frac{1}{2}$.

Multipliez en croix $\frac{4}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 25 & 28, les $\frac{4}{5}$ de 25 sont 20, & les $\frac{5}{7}$ de 28 sont aussi 20; mais leur différence n'est que 3, & devoit être $5\ \frac{1}{2}$, donc 25 & 28 ne sont pas les deux nombres que l'on cherche.

Pour les trouver, il faut diviser $5\ \frac{1}{2}$ que l'on

cherche par les 3 qui ſont venus, il viendra 1 $\frac{5}{6}$; cela fait, il faut multiplier 28 par 1 $\frac{5}{6}$, il viendra 51 $\frac{1}{3}$; il faut auſſi multiplier 25 par 1 $\frac{5}{6}$, il viendra 45 $\frac{5}{6}$, partant je dis que $\frac{1}{3}$ & 45 $\frac{5}{6}$ ſont les deux nombres que l'on cherche.

Pour preuve, on voit que la différence de 51 $\frac{1}{3}$ à 45 $\frac{5}{6}$ eſt 5 $\frac{1}{2}$.

Et de plus que les $\frac{4}{5}$ de 45 $\frac{5}{6}$ ſont égaux aux $\frac{5}{7}$ de 51 $\frac{1}{3}$.

Application.

Un Marchand a deux pièces d'étoffe, les $\frac{4}{5}$ de l'une ſont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & leur différence eſt 5 aunes $\frac{1}{2}$; on demande la longueur de chacune ; ℞. 45 $\frac{5}{6}$ pour l'une, & 51 $\frac{1}{3}$ pour l'autre.

Deuxième Théorême ſur le même ſujet.

Trouver deux nombres, deſquels la différence ſoit 1, & que les $\frac{3}{5}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix $\frac{3}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 21 & 25 ; puis diviſez 1, qui devoit venir par la différence de 25 à 21 qui eſt 4, il viendra $\frac{1}{4}$ pour quotient.

Cela fait, multipliez 21 par $\frac{1}{4}$, il viendra 5 $\frac{1}{4}$: multipliez auſſi 25 par $\frac{1}{4}$, il viendra 6 $\frac{1}{4}$: Par-là on voit que 5 $\frac{1}{4}$ & 6 $\frac{1}{4}$ ſont les deux nombres requis.

Preuve.

Pour preuve, tirez les $\frac{3}{5}$ de 6 $\frac{1}{4}$, il viendra 3 $\frac{3}{4}$, tirez auſſi les $\frac{5}{7}$, de 5 $\frac{1}{4}$ il viendra auſſi 3 $\frac{3}{4}$, qui eſt l'égalité.

Pour autre ſeconde preuve, on voit que la différence de 5 $\frac{1}{4}$ à 6 $\frac{1}{4}$ eſt 1, comme il eſt requis.

Application.

Un Marchand a deux pièces d'étoffe ; les $\frac{3}{5}$ de l'une sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & leur différence est 1 aune ; on demande la longueur de chacune. ℞. 5 $\frac{1}{4}$ & 6 $\frac{1}{4}$.

Théorême 3.

Trouver deux nombres en proportion quadruple, lesquels fassent autant ajoutés que multipliés.

Ayant pris deux nombres à plaisir qui soient en proportion quadruple, comme 4 à 16, on divisera leur somme qui est 20, par chacun d'iceux, sçavoir par 4 & par 16, & leurs quotiens feront autant ajoutés que multipliés.

Divisant donc 20 par 4, il viendra 5 ; divisant aussi 20 par 16, il viendra 1 $\frac{1}{4}$, donc 5 & 1 $\frac{1}{4}$ sont les nombres requis.

Pour preuve, si on ajoute 5 avec 1 $\frac{1}{4}$, le produit sera 6 $\frac{1}{4}$, & si on multiplie les mêmes 5 par $\frac{1}{4}$, le produit sera aussi 6 $\frac{1}{4}$.

Et pour seconde preuve, on voit que ces deux nombres 1 $\frac{1}{4}$ & 5 sont en proportion quadruple, comme veut la question.

Théorême 4.

Trouver un nombre qui étant multiplié par 48⁻; & ajoutant à son produit 160, fasse autant que le même nombre multiplié par 56, après en avoir ôté 400.

Pour faire cela, il faut ajouter le plus & le moins, sçavoir, 160 & 400, la somme sera 560 qu'il faut diviser par 8, qui est la différence de 48 à 56, & il viendra 70 pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, il faut multiplier 70 par 48, il vien-

dra 3360, auxquels ajoutant 160, la somme sera 3520.

Multipliez aussi les mêmes 70 par 56, le produit sera 3920, duquel ôtant les 400 proposés, le reste sera 3520, comme ci-dessus.

Autre Théorême.

On veut séparer 25 en deux parties, telles que divisant la grande par la petite, le quotient soit 25 $\frac{3}{4}$.

Ajoutez 1 à 25 $\frac{3}{4}$, la somme sera 26 $\frac{3}{4}$, & ce sera le dénominateur des 25, nombre à diviser, la somme sera $\frac{100}{107}$ pour la moindre partie, laquelle étant soustraite de 25, il restera 24 $\frac{7}{107}$ pour la grande partie.

Pour preuve, divisez 24 $\frac{7}{107}$ par la moindre partie, qui est $\frac{100}{107}$, le quotient sera 25 $\frac{3}{4}$, comme veut la question.

Autre Question sur le même sujet.

Trois Marchands ont 1000 livres à partager; le premier en doit prendre une partie; le second en doit prendre deux fois autant plus 7; & le troisième en doit avoir autant que les deux premiers moins 5, sçavoir combien chacun aura pour sa part.

Considérez l'opération ci dessous, & vous trouverez la part du premier être 165 liv. $\frac{1}{6}$, & la part des autres ensuite.

Opération.

33
991
———
666

1 (165 $\frac{1}{6}$ part du premier.
2 P 7 337 $\frac{2}{6}$ part du second.
3 P 7 M 5 497 $\frac{3}{6}$ part du troisième.
———
6 P 9 ég. à 1000 1000
6 égal à 991 à diviser par 6.

Autre Queſtion ſur le même ſujet.

Trouver deux nombres, leſquels multipliés l'un par l'autre, faſſent au produit 12, & diviſant le grand par le petit, le quotient ſoit 1 $\frac{1}{2}$.

Pour l'opération, diviſez 12 par 1 $\frac{1}{2}$ il viendra 8 pour le petit nombre, & 12 ſera le grand nombre

Grand nombre 12 ou $\frac{24}{2}$
Petit nombre 8
Quotient 1 $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$

$$\frac{24}{3}(8$$

Ayant trouvé que le grand nombre eſt 12, & le petit nombre 8, ſi on diviſe 12 par 8, il viendra au quotient 1 $\frac{1}{2}$; ſi on multiplie 8 par 1 $\frac{1}{2}$ il viendra 12, comme le veut la queſtion.

Queſtions ſur les deux fauſſes poſitions.

Queſtion première.

Quel eſt le nombre, lequel étant multiplié par 3, & qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ plus 25, le tout faſſe 250.

Pour faire cela, il faut ſuivre l'ordre de la Règle de deux fauſſes poſitions, prenant premièrement un nombre à plaiſir, comme 16, lequel étant multiplié par 3, le produit eſt 48, dont la moitié eſt 24, & ſi on ajoute le tiers, le quart, le ſixième, le huitième de 24 avec les mêmes 24 & 25 de plus, la ſomme ſera 70, & devoit être 250, on a donc erré par moins de 180.

Pour ſeconde hypothèſe, on prendra 32, & pourſuivant avec iceux comme ci-deſſus, on trouvera

115, & devoit être 250, il y a donc encore erreur par moins de 135; cela étant trouvé, le reſte eſt facile, & achevant l'opération, on trouvera le nombre que l'on cherche.

Queſtion Seconde.

Un homme faiſant teſtament, a laiſſé 500 liv. à ſon fils & à ſa fille, à la charge qu'il veut que la cinquième partie de la part du fils ſurpaſſe la quatrième partie de la part de la fille de 8, on demande ce qu'ils auront chacun.

Je poſe que la part de la fille ſoit 12, ſon quart eſt 3, & ajoutant 8 avec 3, la ſomme eſt 11; donc 11 eſt la cinquième partie de ce que doit avoir le fils, & multipliant 11 par 5, le produit eſt 55 pour la part du fils, qui ajoutés avec 12, part de la fille, fait 67, & devoit faire 500; ôtant 67 de 500, le reſte ſera 433, qu'il faut poſer en cette ſorte 12 M 433.

Enſuite on prendra un autre nombre à plaiſir, ſçavoir 16 pour la fille, ſon quart eſt 4, leſquels ajoutez avec 8 font 22, donc 12 eſt la cinquième partie du fils, & multipliez 12 par 5, il viendra 60 pour ſa part entière, qui ajoutés avec 16, part de la fille, feront 76, & il devoit venir 500: Si on ôte 76 de 500, le reſte ſera 424, qu'il faut poſer ſous la premiere hypothèſe, en cette ſorte, 16 M 424; puis opérant ſelon le précepte de la Règle des deux fauſſes poſitions, on trouvera 295 $\frac{5}{9}$ pour la part du fils, & 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille.

Pour preuve, ajoutez ces deux portions, il viendra juſte 500 liv. & pour ſeconde preuve, tirez la cinquième partie de la part du fils, y ajoutez 8, il viendra 51 $\frac{1}{9}$, leſquels multipliés par 4, il viendra 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille comme veut la queſtion.

Question Troisième.

Un Architecte a pris un Tailleur de pierres pour 60 jours auquel il a donné 32 sols par jour les jours qu'il a travaillé, & les jours qu'il a chommé, il a restitué à l'Architecte 6 sols par jour, & au bout de 60 jours ils comptent ensemble, par lequel compte le Tailleur de pierres a reçu 37 liv. 6 sols, on demande combien il a travaillé de jours.

Je pose qu'il ait travaillé 20 jours à 32 sols, ce sont 32 liv. & qu'il ait chommé 40 jours à 6 sols, font 12 liv. à rabattre de 32 liv. il reste 20 liv. qu'il a reçues, & devoit recevoir 37 liv. 6 sols; il y a donc erreur par moins de 17 $\frac{3}{10}$ qu'il faut poser en cette sorte 20 M 17 $\frac{3}{10}$.

Je pose qu'il ait travaillé 30 jours à 32 sols, ce sont 48 liv. & chommé 30 jours à 6 sols, ce sont 9 liv. à rabattre de 48 liv. il reste 39 liv. qu'il a reçues, & ne devoit recevoir que 37 liv. 6 sols, il y a donc erreur par plus de 1 $\frac{7}{10}$ qu'il faut poser en cette sorte 30 P 1 $\frac{7}{10}$.

Opération.

	20 M	17 $\frac{3}{10}$
	30 P	1 $\frac{7}{19}$
par	17 $\frac{3}{10}$	20
	510	20
	9	14
	34	—
	553	34

17 $\frac{3}{10}$
1 $\frac{7}{10}$
19 divis.

172
553
199
1

(29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé.
30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chommé.

Pour preuve, si vous multipliez les 29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé par 32 sols, il viendra 46 livres 11 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il auroit dû recevoir.

Si aussi vous multipliez les 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chommé, il viendra 9 liv. 5 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il faut soustraire, & ce sera 37 liv. 6 sols, comme veut la question.

Question Quatrième.

Un Marchand a acheté 12 pièces de marchandises qui coûtent 96 liv. la deuxième coute 1 liv. plus que la première, & la troisième 1 liv. plus que la deuxième, & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la dernière : on demande combien a coûté la première & toutes les autres ensuite.

Je pose que la première ait coûté 1 liv. la deuxième coûtera 2 liv. la troisième coûtera 3 liv. & ainsi de suite jusqu'à la douzième, qui coûtera 12 livres puis ajoutant selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 78, & devoit être 96, il y a donc erreur par M de 18, que l'on posera en cette sorte 1 M 18.

Pour seconde position, je pose que la première ait coûté 2 liv. la seconde coûtera 3 liv. la troisième coûtera 4 liv. & ainsi jusqu'à la douzième qui coûtera 13 liv. puis faisant addition des 12 pièces, la somme sera 90; il y a donc erreur par M de 6, que l'on posera en cette sorte, 2 M 6, le tout comme il se voit ci-après par l'opération, on trouvera que la première coûtera 2 $\frac{1}{2}$, la seconde 3 $\frac{1}{2}$, & ainsi jusqu'à la douzième, qui coûtera 13 $\frac{1}{2}$: Puis ajoutant selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 96, comme veut la question.

Opération.

Prem. position. Seconde position.

1	7	2	8	1 moins 18	36
2	8	3	9	2 moins 6	6
3	9	4	10		
4	10	5	11	12	30
5	11	6	12	6	
6	12	7	13	50	
	12		13	12	
plus	1	plus	2		
font	13	font	15		
par	6	par	6		
	78		90		

$2\frac{1}{2}$	Prem. pièce.
$3\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$
	$13\frac{1}{2}$

$13\frac{1}{2}$
plus $2\frac{1}{2}$

16
par 6

96 comme il est requis.

Question Cinquième.

Un Seigneur a acheté six bassins d'argent qui lui ont coûté 1015 livres 10 sols, le second lui a coûté 1 livre plus que le premier, le troisième 1 livre plus que le second, & ainsi des autres jusqu'au dernier ; on demande combien coûte le premier, & les autres ensuite.

Pour la résolution de cette question, suivez l'ordre de l'explication de la question ci-devant, & vous

V vj

trouverez que le premier baſſin coûtera 166 liv. 15 ſols. La valeur des autres eſt facile à trouver.

Queſtion Sixième.

Deux Marchands ont du vin à faire venir d'Orléans par la voie du Canal de Briare ; l'un deſquels en a 20 muids, & l'autre 64 muids ; & pour le paſſage dudit Canal, ils ont été obligés de payer le péage Celui qui avoit 20 muids de vin, a donné 2 muids de vin, & on lui a rendu 4 liv. l'autre qui en avoit 64 muids a donné 5 muids de vin, 4 liv. davantage de ſon argent ; on demande combien valoit le muid de vin, & combien ils ont payé pour chaque muid.

Conſtruction de la Règle.

Je poſe que le muid de vin valût ſix liv. les deux muids que le premier a donné en vaudront 12, & on lui rend 4 liv. il reſte donc 8 livres qu'il a payées pour ſes 20 muids de vin : Maintenant il faut dire :

Si 20 muids coûtent 8 liv. combien 64. ℞. 25 $\frac{3}{5}$.

1 812 ——— (25 $\frac{3}{5}$ 200 2	8 ——— 512

Or, il a donné cinq muids de vin qui valent 30 liv. à 6 liv. pièce, & 4 liv. qu'il a données de plus, ce ſont 34, & ne devoit être que 25 $\frac{3}{5}$, la différence eſt donc 8 $\frac{2}{5}$ qu'il faut poſer en cette ſorte : 6 plus 8 $\frac{2}{5}$.

Je poſe que le muid vaut 10 liv. les deux vaudront 20 liv. & on lui rend 4 liv. il reſte 16 liv. pour ſon péage de 20 muids ; puis il faut dire :

Si 20 . . . 16 . . . 64 Reſp. 51 $\frac{1}{5}$.

16

384
64

1024

1024 / 200 (51 $\frac{1}{5}$.

Or, il a donné 5 muids qui valent 50 liv. & 4 liv. de ſon argent ſont 54, & ne devoit faire que 51 $\frac{1}{5}$; il y a donc plus de 2 $\frac{4}{5}$, qu'il faut poſer en cette ſorte : 10 plus 2 $\frac{4}{5}$.

Pour le ſurplus de l'opération, ſuivez le précepte de la Règle des deux fauſſes poſitions.

6 plus 8 $\frac{2}{5}$ 8 $\frac{2}{5}$
10 plus 2 $\frac{4}{5}$ 2 $\frac{4}{5}$

84   Reſte 5 $\frac{3}{5}$ diviſeur.
16 $\frac{4}{5}$ 28

reſte 67 $\frac{1}{5}$ à diviſer par 5 $\frac{3}{5}$
336   28

336 / 288 (12

Reſp. 12 liv. pour la valeur du muid de vin, & les deux muids valent 24 liv. dont on lui a rendu 4 liv. partant il reſte 20 liv. pour les 20 muids, qui eſt une liv. pour le péage de chaque muid.

Et le ſecond a donné 5 muids, à raiſon de 12 liv. & 4 liv. d'argent : Le tout fait 64 liv. qui eſt auſſi 1 liv. pour chaque muid.

Queſtions ſur la Racine quarrée.

Théorême Premier.

La différence de deux nombres eſt $4\frac{1}{2}$, & leur produit 405, qui ſont-ils ?

Application.

Une pièce de terre contient en ſa ſuperficie 405 arpens, & la différence de la longueur & de la largeur eſt $4\frac{1}{2}$; on demande combien la longueur & combien la largeur.

Conſtruction.

Quarrez la différence $4\frac{1}{2}$, il vient $20\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du rectangle ou 405 ; il vient 1640 $\frac{1}{4}$, deſquels la racine quarrée eſt $\frac{81}{2}$ ou $40\frac{1}{2}$, auxquels ajoutant la différence $4\frac{1}{2}$ il viendra 45, deſquels la moitié $22\frac{1}{2}$ eſt la longueur de ladite pièce : Et au contraire ôtant la différence $4\frac{1}{4}$ de $40\frac{1}{2}$, il reſte 36, dont la $\frac{1}{2}$ eſt 18 pour la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 18 à $22\frac{1}{2}$ eſt $4\frac{1}{2}$.

Et de plus multipliant 18 par $22\frac{1}{2}$, il viendra 405, comme il eſt requis.

Théorême Second.

La différence des deux nombres eſt $8\frac{1}{2}$, & leur produit eſt $412\frac{1}{2}$; qui ſont-ils ?

Application.

Une pièce de terre rectangulaire contient en ſa

superficie 412 arpens $\frac{1}{2}$, la longueur excède la largeur de 8 arpens $\frac{1}{2}$; on demande quelle est la longueur & aussi la largeur.

Il faut quarrer la différence 8 $\frac{1}{2}$, il viendra 72 $\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, il viendra 1722 $\frac{1}{4}$, dont il faut extraire la racine quarrée, il viendra $\frac{83}{2}$ ou 41 $\frac{1}{2}$, auxquels il faut ajouter la différence 8 $\frac{1}{2}$, la somme est 50, dont la moitié 25 est la longueur de ladite pièce de terre: Et si on ôte la même différence de 41 $\frac{1}{2}$ le reste sera 33, dont la moitié 16 $\frac{1}{2}$ est la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 25 à 16 $\frac{1}{2}$ est 8 $\frac{1}{2}$: Et de plus que multipliant 25 par 16 $\frac{1}{2}$, il viendra 412 $\frac{1}{2}$, comme il a été proposé.

Autre Question.

La somme de deux nombres est 16, & la somme de leurs quarrés est 130, qui sont-ils?

Quarrez 16, il viendra 256, qu'il faut ôter de 260 double de la somme des quarrés, le reste sera 4, dont la racine quarrée est 2; ajoutant la racine 2 à 16, qui est la somme des nombres proposés, il viendra 18, dont la moitié qui est 9, sera le grand nombre; ensuite ôtant le même 2 des mêmes 16, il restera 14, la moitié qui est 7 est l'autre nombre.

Pour preuve, ajoutez ces deux nombres 9 & 7, il viendra 16, qui est la somme d'iceux; puis quarrez les mêmes 9 & 7, il viendra 81 & 49, lesquels étant ajoutés font 130, qui est la somme des quarrés de ces deux nombres que l'on cherchoit.

Autre Question.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensé.

Je pose que ces deux nombres soient 3 & 7, la différence de 3 à 7 est 4, il faut multiplier 7 par 3

il vient 21 ; cela fait, il faut quarrer la différence 4, il vient 16, puis quadrupler 21, il vient 84 ; enſuite il faut ajouter 16 à 84, il vient 100, donc la racine quarrée eſt 10, & y ajoutant la différence 4, il vient 14, dont la moitié eſt 7 pour le grand nombre, & ôtant la différence de 10, le reſte eſt 6, dont la moitié 3 eſt le petit nombre, & partant je conclus que 7 & 3 ſont les deux nombres penſés.

Autre Queſtion.

Un Capitaine à 2738 Soldats, leſquels il veut mettre en bataillon rectangulaire en proportion double, comme de 2 à 4; on demande combien il y aura d'hommes en la longueur, comme auſſi en la largeur.

Pour le ſçavoir, diviſez 2738 par 2 à cauſe de la proportion double, il viendra 1369, deſquels la racine quarrée eſt 37 qui eſt le flanc; puis doublant 37, il viendra 74 pour le front.

Pour preuve, multipliez 74 par 37, le produit ſera 2738, comme veut la queſtion.

Autre Queſtion.

On veut former un bataillon en forme de Trapeze par le moyen de 4418 hommes, on entend que le premier rang ſoit de 30 hommes, le ſecond de 33, le troiſième de 36, &c. on demande combien il y aura de rangs, combien contiendra le dernier rang, & combien il y aura d'hommes en tout pour former ledit bataillon.

Il faut conſidérer que ſi le premier rang du bataillon eſt 30, ſi de ce nombre on prend le tiers, il viendra 10, & partant ce ſeront 9 termes qu'il faut augmenter audit nombre, dont le neuvième ſera 27, & le premier 3.

Et pour avoir la quantité des 9 termes, si on ajoute le premier terme 3 avec 27 neuvième terme, il viendra 30, qu'il faut multiplier par $4\frac{1}{2}$, il viendra 135, qu'il faut ajouter à 4418, & la somme sera 4553.

Pour faire la Règle, prenez le tiers de 4553, il viendra 1517, & 2 de reste; maintenant doublez 1517, il viendra 3034, dont la racine quarrée est 54, & reste 118, & ne devoit rester que 54, il y a donc 64 de trop, & d'autant que le nombre 1517 a été doublé pour en tirer la racine, les 64 ne valent que 32, qu'il faut multiplier par 3, à cause que la progression est en raison triple, il viendra 96, auxquels ajoutez les 2 restés de la division, le tout fait 98: Or, je dis que 98 sont les hommes qui se trouvent surnuméraires.

Maintenant pour sçavoir combien il y a de rangs: ôtez 9 termes de la racine 54, parce qu'ils ne sont pas compris, & que l'on ne commence à compter que par le deuxième terme, le reste 45 est le nombre des rangs; & pour sçavoir combien il y a d'hommes au dernier rang, il faut tripler la racine 54, il viendra 162 pour les hommes du dernier rang.

Et pour sçavoir combien il y a d'hommes en tout, ajoutez le premier terme 30 avec 162, il viendra 192, qu'il faut multiplier par $22\frac{1}{2}$ moitié du nombre des rangs, il viendra 4320, & ajoutant les surnuméraires, le tout fera 4418, comme veut la question.

Autre Question.

On veut former un bataillon en proportion, comme de 2 à 7, par le moyen de 345 hommes.

Il faut diviser 345 par 2, multipliés par 7, c'est-à-dire par 14, il viendra 24, & reste 9; puis tirant la racine quarrée de 24, il vient 4, & reste 18; ensuite multipliant la racine 4 par 2 & par 7, il viendra 8 & 28, qui sont en proportion comme 2 à 7.

Pour preuve, multipliez les deux côtés l'un par l'autre, sçavoir 28 par 8, il vient 224, & d'autant qu'il est resté 6 hommes de l'extraction, il faut les compter pour 8 fois 14, qui font 112, auxquels ajoutez les 9 restés de la division, le tout ensemble fait 121, lesquels ajoutés à 224, le tout fait 345 pour le nombre proposé, & c'est la preuve.

```
 7          69          8
 2          345         24
 —              (24          4 racine   4 racine
14 diviseur 144          42             7
            1            ———           ———
                           8            28
   Reste     8  de l'extraction          8
 par        14                          ———
            ———                         224
 fait       112                         121
              9 restés de la division   ———
            ———                         345
            121
```

Question sur la racine cubique.

Question Première.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits en forme ronde, trouver le solide de la maçonnerie à raison de 7 toises 3 pieds de profondeur.

Supposé que le grand diamèrre soit 21 pieds, dites par Règle de Trois;

Si 7 de diamètre donnent 22 de circonférence, combien 21. ℞. 66 pour la circonférence.

Ensuite supposé que le petit diamètre soit 14 pieds dites encore:

Si 7 de diamètre donnent 22, combien 14, ℞. 44 pour la circonférence. Ayant trouvé que la grande

circonférence eſt 66, & la petite 44, il les faut ajouter enſemble : La ſomme eſt 110, qu'il faut multiplier par 3 $\frac{1}{2}$, le produit donnera 385, deſquels la moitié eſt 192 $\frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par 7 toiſes 3 pieds, ou par 45 pieds, le produit donnera 8662 $\frac{1}{2}$ pieds, leſquels diviſés par 216, valeur de la toiſe cube, il viendra 40 toiſes, & 22 $\frac{1}{2}$ pieds cubes pour la ſolidité de toute la maçonnerie.

Queſtion Seconde.

Etant donné à toiſer la maçonnerie d'un puits qui eſt en ovale, trouver le ſolide de ladite maçonnerie à raiſon de 4 $\frac{1}{2}$ toiſes de profondeur.

Je ſuppoſe que le grand diamètre de l'ovale, c'eſt-à-dire de dehors en dehors de la maçonnerie, contient 2 toiſes 4 pieds, ou 16 pieds, & le petit diamètre de la même ovale de dehors en dehors auſſi contient 2 toiſes ou 12 pieds.

Maintenant il faut connoître le contenu de l'ovale en ſa ſuperficie; pour faire cela, il faut multiplier la longueur de l'ovale qui eſt 16 pieds par 12 qui eſt ſa largeur, il viendra 192; dites après par Règle de proportion :

Si 14... 11... 192. ℞. 150 pieds $\frac{6}{7}$ pour la ſuperficie entière de l'ovale.

Or, pour avoir le contenu de la maçonnerie, il faut ſçavoir combien elle contient en dedans œuvre, c'eſt-à-dire, de dedans en dedans. Pour faire cela, ſuppoſé que le grand diamètre contienne 2 toiſes, & le petit 1 $\frac{1}{2}$ toiſe, il les faut multiplier l'un par l'autre, ſçavoir 12 pieds par 9 pieds, il viendra 108 pieds; cela fait, dites par la Règle de Trois comme ci-deſſus :

Si 14 ... 11 ... 108. ℞. 84 pieds $\frac{6}{7}$ pour la ſuperficie du dedans qu'il faut ſouſtraire de 150 $\frac{6}{7}$, reſtera 66 pieds pour la ſuperficie de la maçonnerie. Et pour

avoir le ſolide de ladite maçonnerie, il faut multiplier les 66 par les 27 pieds de la profondeur, & il viendra 1782 pieds cubes, qu'il faut diviſer par 216 pour avoir des toiſes cubes, il viendra 8 toiſes, reſte 54 pieds ou $\frac{1}{4}$ de toiſe cube.

Queſtion Troiſième.

Il y a une Terraſſe rectangulaire ſolide, qui contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaiſſeur; on demande combien contient la longueur, la hauteur & l'épaiſſeur.

Je poſe que l'épaiſſeur ſoit un pied, & ſelon la Règle des rectangles, la hauteur ſera 6 pieds, & la longueur 36, leſquels multipliés l'un par l'autre, le produit donnera 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000; c'eſt pourquoi la poſition eſt fauſſe; mais ſi je diviſe le tout par 216, le quotient donnera 27000000, deſquels la racine cubique eſt 300 pieds pour l'épaiſſeur, leſquels multipliés par 6, le produit ſera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800. Pour preuve, ſi vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Règle.

Queſtion Quatrième.

Un Seigneur veut faire faire un Fort qui ſoit de 486 toiſes cubes, & il entend que la largeur ſoit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & l'épaiſſeur la moitié de la largeur: on demande la longueur, largeur & épaiſſeur dudit Fort.

Conſtruction.

Je poſe que la longueur ſoit 1, ℞., ſa largeur ſera

donc $\frac{3}{4}$ R., & l'épaiſſeur $\frac{3}{8}$ R.; cela ſuppoſé, il faut multiplier l'un par l'autre, ſçavoir 1 R. par $\frac{3}{4}$ R., il vient $\frac{3}{4}$ Q, qu'il faut multiplier par $\frac{3}{8}$ R., il vient $\frac{9}{32}$ cubes égaux à 486 toiſes cubes.

Maintenant diviſez 486 par $\frac{9}{32}$, il viendra au quotient 1728, dont la racine cubique, qui eſt 12, eſt la longueur dudit Fort, ſa largeur ſera 9, & l'épaiſſeur ſera 4 $\frac{1}{2}$ toiſes comme veut la Règle.

Opération.

1 R. par $\frac{3}{4}$ R. fait $\frac{3}{4}$ Q par $\frac{3}{8}$ font $\frac{9}{32}$ cubes

```
            627
           15552              1.728
86/1 X 9/32 ─────── (1728      ───── ( 12
            9999              1 3
                                728
```

Cinquième Queſtion ſur le même ſujet.

Un Seigneur veut faire vuider 2592 toiſes cubes de terre pour faire un foſſé, mais il entend que la largeur ſoit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & la profondeur le tiers de la largeur, on demande quelle ſera la largeur, longueur, & auſſi la profondeur.

Pour l'opération, il faut garder le même ordre que ci-deſſus, & vous trouverez 24 pour la longueur. Le reſte eſt facile à trouver.

TRAITÉ
DE
L'ARITHMÉTIQUE
PAR LES JETONS.

CEtte Arithmétique eſt auſſi utile que celle qui ſe fait avec la plume ; puiſqu'avec des Jetons on fait toutes les Règles dont on a beſoin dans tous les calculs qui ſervent dans le Commerce : Cette manière de calculer eſt plus pratiquée par les femmes que par les hommes ; cependant pluſieurs perſonnes qui ſont employées dans les Finances & dans toutes les Juriſdictions, s'en ſervent avec beaucoup de ſuccès. Les Maximes dont on ſe ſert dans cette façon de calculer, ſont ſemblables à celles qui ſe pratiquent avec la plume ; car la Numération, la Poſition, l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication & la Diviſion, ſeront définis comme elles l'ont été dans le Traité précédent, où on aura recours, ſi on en a beſoin.

Dans ſa pratique, on emploie des caractères qui conviennent au Jet, & dont les Financiers ſe ſervent ordinairement, qui ſont repréſentés ci-après. Ceux à qui ils ne conviendront pas, ſe ſerviront des chiffres de l'Arithmétique à la plume, s'ils le jugent à propos.

Chiffres de Finance.

j	un
ij	deux
iij	trois
iiij	quatre
v	cinq
vj	ſix
vij	ſept
viij	huit
ix	neuf
x	dix
xj	onze
xij	douze
xiij	treize
xiiij	quatorze
xv	quinze
xvj	ſeize
xvij	dix-ſept
xviij	dix-huit
xix	dix neuf
xx	vingt
xxj	vingt-un
xxij	vingt-deux
xxiij	vingt-trois
xxiv	vingt-quatre
xxv	vingt-cinq
xvvj	vingt-ſix
xxvij	vingt-ſept
xxviij	vingt-huit
xxix	vingt-neuf
xxx	trente
xl	quarante
l	cinquante
lx	ſoixante
lxx	ſoixante-dix
lxxx	quatre-vingt
xc	quatre-vingt-dix
c	cent
iic	deux cens
iiic	trois cens
iiiic	quatre cens
vc	cinq cens
m	mil
iim	deux mil
iiim	trois mil, ainſi des autres.

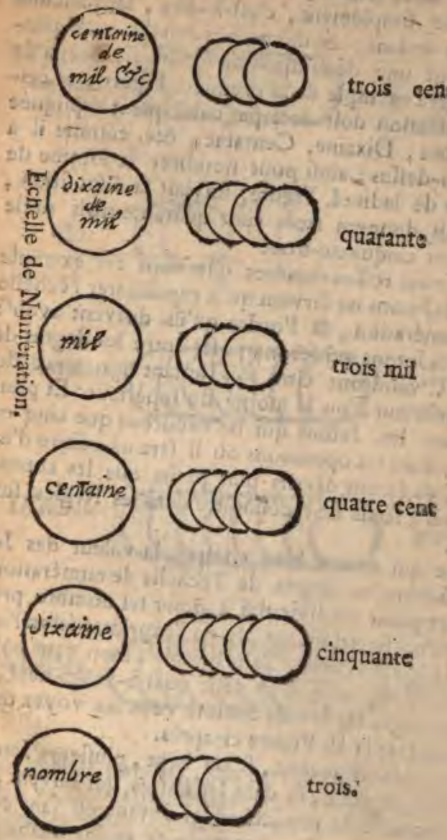
De la Poſition, & de la Numération.

LA Poſition eſt un certain arrangement d'un, de deux, ou de pluſieurs Jetons diſpoſés de manière, que ſuivant l'idée de ſon Auteur, ils ſignifient quelque choſe qu'il a voulu expliquer ; mais parce que cet ordre dépend de la puiſſance des nombres & de l'ordre qu'on a de compter, il faut

observer que pour établir cette position, on place ordinairement le Jetons en ligne droite, commençant par en bas, & remontant vers le haut, observant de laisser entre chaque Jeton une distance égale; & ces Jetons ainsi posés, sont nommés l'Arbre du grand Jet; & ils montrent l'ordre & les degrés de la Numération : Le plus bas est appellé Nombre, c'est-à-dire, qu'il s'exprime par soi-même; le second en montant est appellé Dixaine; le troisième Centaine; le quatrième Mille; le cinquième Dix mille; le sixième Cent mille, & ainsi des autres de dix en dix: De sorte que tous les Jetons qui seront posés vis-à-vis de chacun des degrés de l'Arbre de numération, à la droite ou à la gauche horizontalement, vaudront autant de fois la chose que l'on voudra exprimer, qu'il y aura de Jetons multipliés sur chaque degré. Par exemple, si devant le troisième degré il y a quatre Jetons, ils signifieront quatre cens, soit hommes, soit livres, soit écus, &c. si devant le quatrième degré il y en a deux, ils signifieront deux mille, c'est-à-dire, qu'il faudra exprimer la valeur des Jetons par leur nombre, en leur donnant la dénomination du degré de l'Arbre vis-à-vis duquel ils sont rangés. Pour faire comprendre la chose plus clairement, il n'y a qu'à regarder l'exemple de la I. Figure ci-après.

Exemple.

Exemple. *I Figure.*



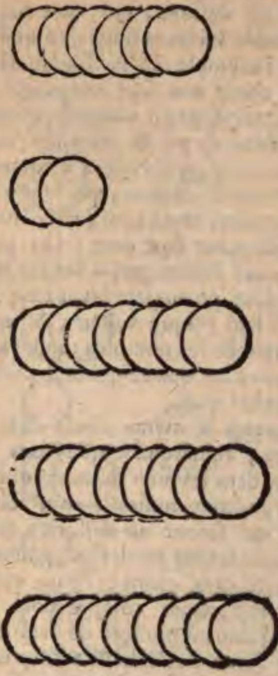
Dans les opérations qui seront faites dans toutes les Règles de ce Traité, on ne posera que les Jetons de l'échelle simplement, c'est-à-dire, sans aucune inscription dedans, & même sans échelle qui cependant auront une dénomination semblable à ceux de l'échelle de l'exemple de la première Figure; & cette dénomination doit être par conséquent expliquée par Nombre, Dixaine, Centaine, &c. comme il a été dit ci-dessus; ainsi pour nombrer la somme de l'exemple de ladite I. Figure, suivant sa disposition, le produit donnera trois cent quarante-trois mille quatre cent cinquante-trois.

Vous vous ressouviendrez que dans cet exemple les grands Jetons ne servent qu'à représenter l'échelle de la Numération, & l'ordre qu'ils doivent avoir: Et que les Jetons qui seront posés entre les degrés de l'échelle, vaudront cinq fois autant que ceux du degré inférieur, ou la moitié du supérieur: Et pour distinguer les Jetons qui ne vaudront que cinq en abrégé, dans les opérations où il sera nécessaire d'en mettre, ils seront décrits plus petits que les autres: ce qui sera facile de reconnoître dans les Règles suivantes.

Ceux qui auront bien compris la valeur des Jetons, suivant les degrés de l'échelle de numération, n'auront point de difficulté à poser tel nombre proposé qu'on leur donnera, & de l'exprimer selon l'ordre de ladite échelle. Par exemple, si on veut poser soixante-deux mille sept cent quatre-vingt-neuf, il faudra ranger les Jetons comme vous les voyez dans l'exemple de la II. Figure ci-après.

On peut retrancher, si on veut, plusieurs Jetons dans cet exemple, & dans les autres qui suivent, & cette manière de retrancher les Jetons est sans contredit beaucoup plus commode & moins embarrassante, quand on le sçait bien pratiquer: Il faut remarquer qu'on peut lever les Jetons à tous les rangs

Exemple *II Figure.*



Dixaine de mil. — Soixante

Mil — deux mil

Centaine — ſept cent

Dixaine — quatre vingt-

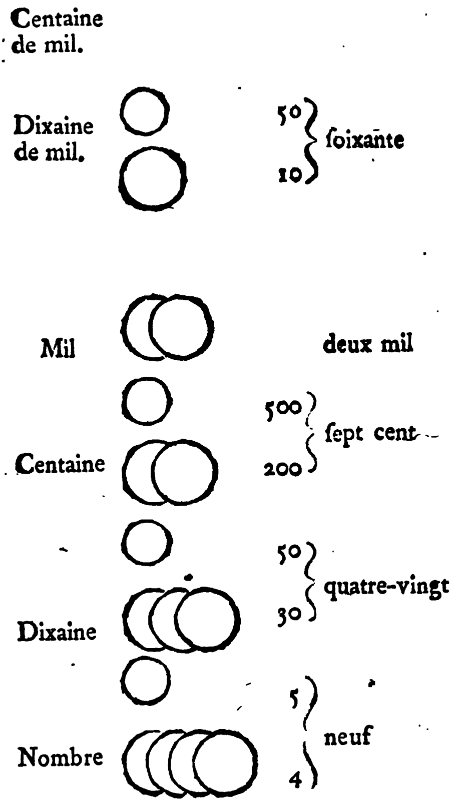
Nombre — neuf.

de chaque poſition, dès qu'il y en a plus de cinq : ce qui va être expliqué dans l'exemple de la Figure III ; premièrement, commençant par le premier rang d'en haut où ſont les dixaines de mille, & où il y a ſix Jetons, qui valent ſoixante mille, ſi vous en levez

cinq, & que des cinq vous en posiez un entre le rang des centaines de mille & des dixaines de mille; ce Jeton, suivant la position, vaudra, comme il a été dit ci-devant, cinquante mille; si vous le joignez avec celui qui est dessous, qui vaut dix mille, ils vaudront ensemble soixante mille; ce que les six Jetons valent à l'exemple de la Figure II. On peut faire la même chose aux sept Jetons qui sont posés vis-à-vis les centaines, qui valent sept cent; il n'y aura qu'à en ôter cinq, & en poser un entre les mille & les centaines, qui vaudra cinq cent, si on le joint avec les deux de dessous, qui sont vis-à-vis les centaines, qui valent deux cent, les deux ensemble vaudront pareillement sept cent: On peut encore faire de même aux Jetons poses devant le Nombre: Il y en a neuf dont on en peut lever cinq, il en reste quatre, qui est leur propre valeur, & en poser un entre les dixaines & les nombres; qui vaudra cinq; si on le joint avec les quatre qui sont posés dessous, ils feront ensemble neuf.

Vous observerez la même chose dans toutes les autres positions; remarquant que tous les Jetons que l'on posera dans les intervalles de quelque degré que ce soit, vaudront toujours cinq fois la valeur d'un de ceux qui seront au-dessous, & la moitié d'un de ceux qui seront au-dessus, comme il a été dit ci-devant: & que chaque Jeton qui sera posé dans un intervalle, étant compté pour cinq, doit toujours être ajouté au nombre de dessous, & prendre le titre du Jeton de l'échelle vis-à-vis duquel les Jetons qui seront au-dessous du même, seront posés, comme vous le pouvez remarquer dans l'exemple de la Figure III. où il y a un Jeton posé entre cent & mille, ce Jeton vaut cinq, sçavoir, cinq centaines, parce qu'il est posé entre mille & cent; les deux Jetons qui sont posés dessous & vis-à-vis du rang des centaines, ne valent que des centaines, par

Exemple. *III Figure.*



conſéquent le Jeton qni vaut cinq, qui eſt poſé dans l'intervalle, joint avec les deux qui ſont vis-à-vis des centaines, font ſept cent; ainſi des autres.

Cet ordre doit être régulièrement obſervé dans toutes les opérations de l'Arithmétique aux Jetons, tant dans l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication, que dans la Diviſion.

DE L'ADDITION.

Première Règle.

Définition. Ajouter, c'eſt mettre pluſieurs nombres ou ſommes de même eſpèce enſemble, & en trouver la ſomme totale.

Exemple d'Addition en nombres entiers.

ON propoſe d'ajouter les quatre ſommes ſuivantes, pour en faire un total: Sçavoir,

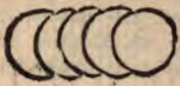
Deux cens quarante-cinq livres, ou	IICXLV livres
Trois cens vingt-huit livres, ou	IIICXXVIII liv.
Cinquante-neuf livres, ou	LIX livres
Quatre-vingt-trois livtes, ou	LXXXIII livres
La ſomme totale monte à	VIICXV livres

Pour faire cette Règle, il faut obſerver ce qui a été dit ci-devant pour l'ordre de l'échelle & pour la poſition des Jetons, & poſer d'abord pour la première des ſommes, qui eſt deux cent quarante-cinq livres, deux Jetons pour les deux cent livres, vis-à-vis du degré de l'échelle qui marque les centaines; pour les quarante livres, on poſera quatre Jetons vis-à-vis du degré qui marque les dixaines; & pour les cinq livres, on poſera cinq Jetons vis-à-vis du degré de l'échelle qui marque les nombres ſimples, comme vous voyez à la IV. Figure.

Exemple. *IV. Figure.*

Centaine.  Deux cent

Dixaine.  quarante

Nombre.  cinq.

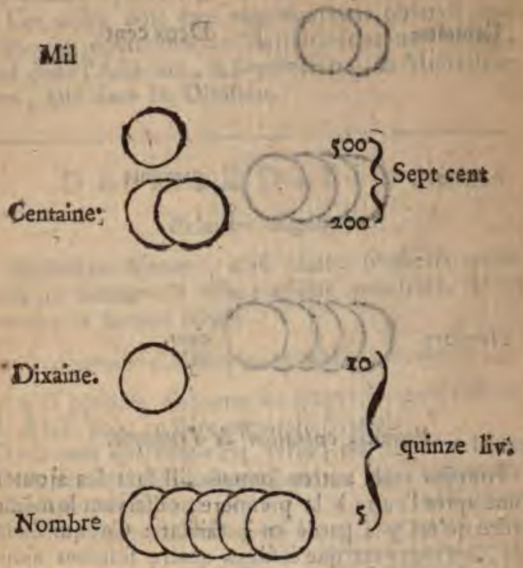
Première opération de l'exemple.

Pour les trois autres ſommes, il faut les ajouter l'une après l'autre à la première, obſervant le même ordre qu'on y a gardé en la faiſant : Ce qui étant fait, on trouvera que leſdites quatre ſommes ajoutées enſemble, feront celle de ſept cent quinze livres, comme le montre la V Figure.

On écrira cette ſomme totale de ſept cent quinze livres, en chiffres de Finance, de cette manière VIICXV liv. ou en chiffres ordinaires, ainſi 715 liv. qui feront les uns ou les autres la même ſomme.

Quand on ſçaura bien faire l'Addition en nombres entiers, il ne ſera pas difficile de la faire avec des livres, des ſols & des deniers : ce qui va être enſeigné le plus clairement qu'il ſera poſſible dans l'exemple de la VI. Figure page 490.

Exemple. *V. Figure.*



Exemple d'addition par livres, ſols & deniers.

Pour faire l'Addition avec des livres, ſols & deniers, il faut obſerver de poſer les ſommes des livres, comme elles l'ont été aux deux précédens exemples des Figures IV & V, y ajouter la marque qu'on met aux livres; & à l'égard des ſols & des deniers, il faut les poſer vis-à-vis les livres, le nombre des ſols devant le nombre de l'échelle, & les dixaines de ſols devant les dixaines de l'échelle, y ajoutant la marque des ſols, qui eſt une ſ; les deniers doivent

être auſſi poſés vis-à-vis les ſols, & comme chaque ſol vaut douze deniers, quand on voudra poſer ſix deniers en moins de Jetons, on en poſera un ſous le rang des ſols, alors il vaudra ſimplement ſix deniers, y ajoutant auſſi la marque qu'on met ordinairement au-deſſus des deniers, comme ils ſont marqués à l'exemple de la VI. Figure, vis-à-vis le degré des Nombres.

Quand on fera une Addition, & qu'on aura douze deniers, qui valent un ſol, il faudra poſer un Jeton au rang des ſols; quand il y aura vingt ſols, qui valent une livre, il faudra poſer un Jeton au rang des livres, comme vous le pouvez voir à la VI. Figure, où les livres, les ſols & les deniers ont chacun la marque qu'on leur met ordinairement pour les diſtinguer les uns des autres.

Il vous eſt propoſé de faire une Addition des quatre ſommes qui ſuivent, pour ſçavoir à quoi elles montent.

La première eſt de IIII. livres IX ſols VII. den.
La ſeconde eſt de XXXII. livres XII. ſols VII. den.
La troiſième eſt de XLIII. livres XVII. ſols IX. d.
Et la quatrième de ICXXXVII. l. XV. ſols VIII. d.

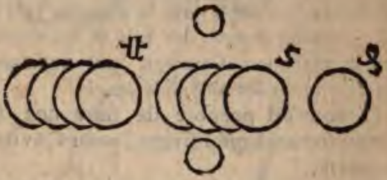
Il faut commencer à poſer la première ſomme, qui eſt quatre livres neuf ſols ſept deniers, & placer les quatre livres vis-à-vis le rang des nombres, ſur le même rang vous placerez le nombre des ſols ſimples, obſervant de laiſſer un intervalle entre les livres & les ſols, afin de ne les pas mêler enſemble; il y en a neuf, qu'on peut mettre tout de ſuite, ſi l'on veut; mais comme cela employeroit beaucoup de Jetons, on peut en mettre quatre, afin d'abréger, & au-deſſus deſdits ſols mettre un Jeton, qui dans ce rang, qui eſt entre la dixaine & le nombre, vaudra cinq, & vous aurez par ce moyen poſé vos neuf ſols; pour les ſept deniers, il les faut mettre vis-à-vis le rang du nombre, & après les ſols, y

Exemple. *VI. Figure.*

Centaine.

Dixaine.

Nombre



Quatre livres neuf ſols ſept deniers.

laiſſant un petit intervalle entr'eux; ils ſe peuvent mettre tout de ſuite ; mais pour abréger, on poſera ſeulement un Jeton après les 3 ſols, qui ne vaudra ſimplement qu'un denier, & deſſous les ſols un autre Jeton, qui, à cauſe de cette poſition, vaudra ſix deniers, comme vous le pouvez remarquer à la VI. Figure.

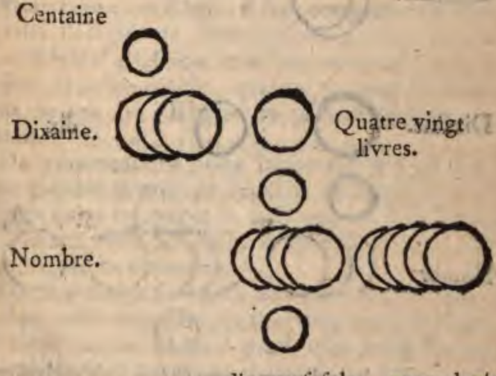
Après avoir poſé la première ſomme, il faudra y ajouter la ſeconde, qui eſt trente-deux livres douze ſols ſept deniers, obſervant de poſer les livres, les ſols & les deniers, chacun au rang où ils doivent être mis ; le produit des deux ſommes ajoutées enſemble ſera de trente-ſept livres deux ſols deux deniers. *Voyez la ſeptième Figure.*

Exemple. *VII Figure.*



sept livres, deux sols deux deniers.

VIII Figure.



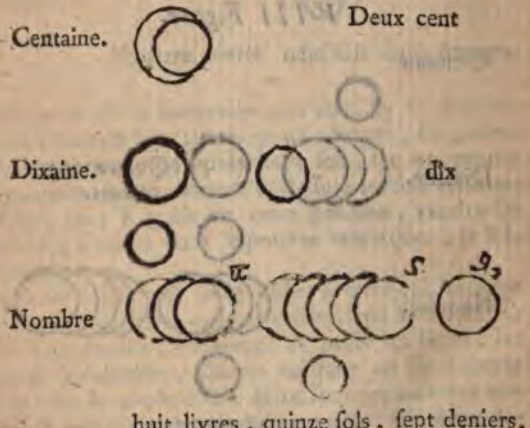
dix-neuf sols, onze deniers.

Il faut encore ajouter à la première & seconde

ſomme qui a produit trente ſept livres deux ſols deux deniers, la troiſième qui eſt de quarante-trois livres dix-ſept ſols neuf deniers, obſervant toujours de poſer les livres, les ſols & les deniers, chacun à leur rang, comme il a été pratiqué aux deux précédentes Règles de la VI. & VII. Figure, les trois ſommes ajoutées enſemble produiront celle de quatre-vingt livres dix-neuf ſols onze deniers. *Voyez la huitième Figure.*

Enfin, il faut encore ajouter la quatrième & dernière ſomme, qui eſt de cent trente-ſept livres quinze ſols huit deniers aux trois précédentes, qui ont produit quatrevingt livres dix neuf ſols onze deniers;

Exemple. *IX. Figure.*



pratiquant les Règles preſcrites aux trois Additions qui viennent d'être faites ci-devant, vous aurze au

produit la ſomme de deux cent dix-huit livres quinze ſols ſept deniers, qui la ſomme totale qui vous a été propoſée de calculer aux Jetons, comme vous le pouvez remarquer à la ſomme de la IX. Figure.

DE LA SOUSTRACTION.

Seconde Règle.

Définition. Souſtraire eſt ôter une petite ſomme d'une grande, & en donner le reſte.

ON veut ôter d'une ſomme qui contient vingt quatre, celle de quatorze, la Souſtraction étant faite, il reſtera dix, qui eſt la ſomme ou le reſte qu'on demande; ſi on ajoute le reſte dix avec les quatorze, les deux ſommes feront enſemble celle de vingt-quatre, qui eſt la preuve.

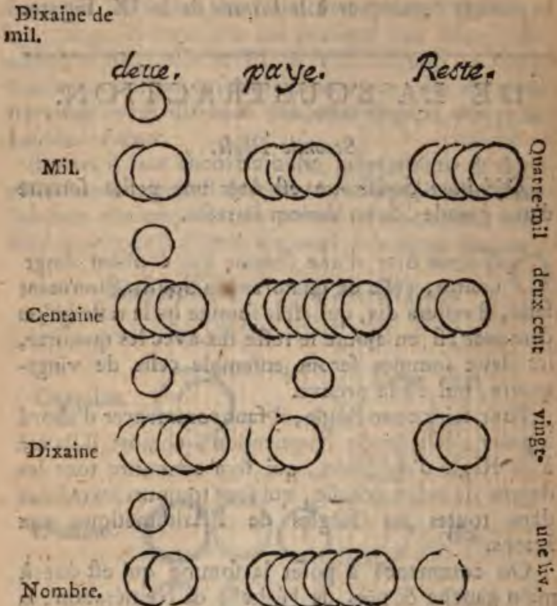
Pour faire cette Règle, il faut commencer d'abord à poſer l'échelle de Numération, comme il l'a été à la Règle d'Addition, qui fera connoître tous les degrés de ladite échelle, qui ſont toujours les mêmes dans toutes les Règles de l'Arithmétique aux Jetons.

On commence à poſer la ſomme qui eſt due à main gauche & près de l'échelle de Numération; la ſomme qui a été payée ſe poſe auprès, & la ſomme qui reſte à payer eſt poſée à main droite, comme la X Figure le démontre.

On ſuppoſe qu'il eſt dû à une perſonne la ſommé de ſept mille huit cent quatre-vingt-dix-ſept livres, ſur cette ſomme on lui a payé trois mille ſix cent ſoixante & ſeize livres; on demande combien il reſte à lui payer.

Pour ſouſtraire la ſomme qu'on a payée dea ſomme qui étoit dûe, on commence à ôter par le haut

Exemple. *X Figure.*



de l'échelle à main gauche ; & on dit, qui de ſept mille en paye trois, reſte quatre qu'on poſe à main droite, ſur le degré des mille ; puis on dit, qui de huit cent en paye ſix, reſte deux, qu'on poſe encore à main droite, ſur le degré de centaines : Enfin, on dit, qui de ſept en paye ſix, reſte un qu'on poſe à main droite ſur le degré de nombres. Après avoir

fait cette Souſtraction, il reſte la ſomme de quatre mille deux cent vingt-une livres.

Preuve.

Pour prouver que la Souſtraction eſt bien faite, il n'y a qu'à additionner la ſomme qui reſte à payer avec celle qu'on a payée, ſi les deux ſommes enſemble ſont égales à celle qui étoit dûe, la Régle eſt bonne. Il faut remarquer que ce qu'on ſouſtrait, doit être toujours de même eſpèce; car ſi vous vouliez ſouſtraire des écus de livres, cela ne ſe pourroit pas faire, à moins qu'on ne réduisît les écus en livres, avant que de faire la Souſtraction.

Dans la Règle de Souſtraction, il n'y a ordinairement que deux ſommes; ſçavoir la dette & la paye: Quand il y a des ſols & des deniers à ſouſtraire de ces ſommes, ils ne ſe trouvent qu'au rang du Nombre; & comme il eſt néceſſaire d'expliquer la manière de faire cette Souſtraction, vous n'avez qu'à jetter la vue ſur l'article ſuivant.

A l'égard des ſols, quand il s'en trouve dans les ſommes dûes, il les faut poſer auprès des livres; s'il y a des deniers, il les faut poſer auprès des ſols ſur le même rang du Nombre, à main gauche. Quand il y a des ſols dans les ſommes payées, il les faut poſer auprès des livres; & s'il y a des deniers, il faut les poſer auprès des ſols ſur le même rang du Nombre, à main droite: Après avoir ſouſtrait de la ſomme payée, le reſte eſt la ſomme qui eſt encore dûe.

Quand on fera la Souſtraction de quelque ſomme, ſi le nombre des livres de la paye eſt plus grand que celui de la dette, il faudra emprunter une dixaine du degré ſupérieur de la dette, & après faire la Souſtraction.

Si les ſols de la dette ſont moindres que ceux de

la paye, il faudra emprunter une livre ſur les livres de la dette; comme cette livre vaut vingt ſols, il faut les ajouter avec les ſols de la dette, & enſuite faire la Souſtraction.

Enfin ſi les deniers de la dette ſont moindres que ceux de la paye, il faudra emprunter un ſol ſur les ſols de la dette; comme ce ſol vaut douze deniers, il faut les ajouter avec les deniers de la dette, & enſuite faire la Souſtraction, comme on l'a faite aux livres & aux ſols.

DE LA MULTIPLICATION.

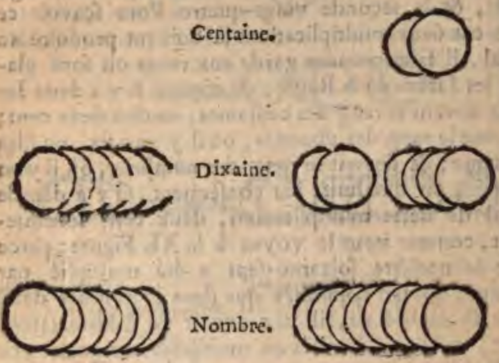
Définition. Multiplier eſt trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre multiplié qu'il a d'unités au multiplicateur.

SI on veut multiplier deux nombres, ſçavoir, ſix & quatre l'un par l'autre; l'on ſuppoſe que le nombre quatre eſt le multiplicateur: Il eſt certain que le produit de cette multiplication donnera vingt-quatre; dans ce nombre vingt-quatre, il y a quatre fois ſix, par conſéquent autant de fois ſix qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre.

Pour faire cette Règle, il faut premièrement placer l'échelle de Numération, comme on a fait aux Règles précédentes. Enſuite poſer le nombre à multiplier à la main gauche de ladite échelle, & propoſer un nombre tel qu'il vous plaira pour multiplicateur: On ſuppoſe que ce ſoit quatre; il faut donc retenir ce nombre dans ſa mémoire, ou l'écrire ſur du papier, ou en tel autre endroit qu'il vous plaira, afin de s'en ſervir pour faire la multiplication.

Le nombre à multiplier de cette Règle ſoit ſoi-

Exemple. *XI. Figure.*



Deux cent soixante-huit.

xante-ſept, qu'on veut multiplier par le multiplicateur quatre, il faut donc commencer à multiplier les ſept Jetons qui ſont poſés devant le degré des Nombres à gauche, par le multiplicateur quatre, & dire : Quatre fois ſept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, il faut les poſer à la droite de l'échelle, devant le degré des dixaines, & les huit reſtans devant le degré des Nombres. Après cela, il faut aller aux ſix Jetons qui ſont poſés à gauche au rang des dixaines, & les multiplier par le même multiplicateur quatre, & dire : Quatre fois ſix font vingt-quatre, dans ces vingt-quatre il y a vingt-quatre dixaines qui valent deux cent quarante ; il faut poſer deux Jetons devant le rang des centaines pour les deux cent, & pour les quarante reſtans qui valent quatre dixaines, il faut poſer quatre

Jetons devant le rang des dixaines, & la Règle sera faite.

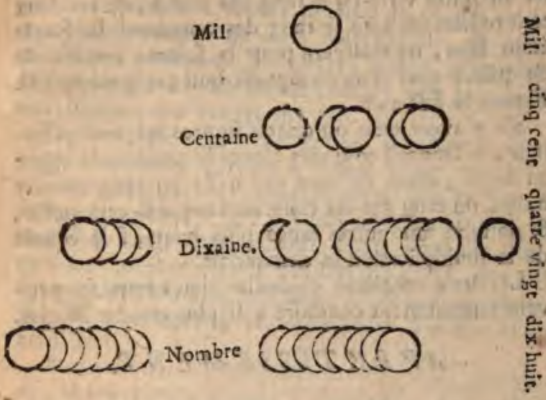
Il a été mis une petite distance entre les dixaines des deux multiplications, afin de les mieux distinguer, & remarquer que la première a produit vingt-huit, & la seconde vingt-quatre. Pour sçavoir ce que ces deux multiplications-là doivent produire au total, il faut prendre garde aux rangs où sont placés les Jetons de la Règle, & comme il y a deux Jetons devant le rang des centaines, on dira deux cent; devant le rang des dixaines, où il y en a six, on dira soixante; & devant le rang des nombres, où il y en a huit, on dira huit: Par conséquent, il y a dans le total de cette multiplication, deux cent soixante-huit, comme vous le voyez à la XI. Figure; parce que le nombre soixante-sept a été multiplié par quatre, qui fait connoître que dans le nombre deux cent soixante-huit, il y a autant de fois soixante-sept, qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre, ce qu'il falloit démontrer.

Toutes les multiplications qui se feront par une seule figure, n'auront point d'autres préceptes que ceux qui viennent d'être enseignés dans cette Règle de Multiplication.

Autre Règle de Multiplication, où il y a deux figures au Multiplicateur.

Le nombre proposé à multiplier soit quarante-sept, qu'on veut multiplier par trente-quatre, qui est composé de deux figures. Pour faire cette Règle, il faut premièrement multiplier le nombre quarante-sept par le quart du nombre trente-quatre, & dire: Quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, qu'il faut poser vis-à-vis le rang des dixaines, & les huit restans vis-à-vis le rang des nombres; il faut multiplier aussi les qua-

Exemple. *XII Figure.*



rante, qui valent quatre dixaines, par le même quatre, disant : Quatre fois quatre font seize, qui sont autant de dixaines, qui valent cent soixante, il faut poser un Jeton, qui vaudra dix dixaines ou cent, vis-à-vis le rang des centaines, & pour les soixante restans, qui valent six dixaines, poser six Jetons vis-à-vis le rang des dixaines. Cette multiplication par le quatre de trente-quatre étant faite, il faut faire celle de la seconde figure, qui est trois ; & comme ce trois vaut trente, parce que par le rang qu'il tient, il est placé au rang des dixaines, il faut dire : Trois fois sept font vingt-un, qui produisent par cette raison vingt-une dixaines, qui valent deux cent dix ; il faut donc poser deux Jetons vis-à-vis le rang des centaines, & la dixaine restante vis-à-vis le rang des dixaines ; ensuite il faut multiplier le quatre de quarante par le même trois dont

on vient de se servir, & dire : Trois fois quatre font douze, qui valent par la même raison qui vient d'être expliquée ci-dessus, mille deux cent ; il faut poser un Jeton vis-à-vis le rang des milles, & les deux cent restans vis-à-vis le rang des centaines : La Règle étant faite, on trouvera pour la somme totale celle de quinze cent quatre-vingt-dix-huit, comme la XII. Figure le fait voir.

S'il y avoit trois ou quatre figures au multiplicateur, il faudroit toujours élever le produit de degré en degré, allant du rang des mille au rang des dix mille, du rang des dix mille au rang des cent mille, & de suite aux autres rangs plus hauts, si la somme de la multiplication le demandoit.

Les deux manières ci-dessus bien comprises peuvent suffisamment conduire à de plus grandes Règles.

AVERTISSEMENT.

Quant à la Multiplication des sols, pour avoir des livres & des sols en même-temps, s'il est nécessaire, il faudra se servir des Règles qui sont enseignées dans mon Arithmétique à la plume, pour les parties aliquotes de la livre de vingt sols, que l'on peut voir dans la Table à la page 98, que je décris ci-après, afin de n'avoir pas la peine de l'aller chercher à l'endroit que je viens d'indiquer.

TABLE.

Pour	dix sols	il faut prendre	la moitié
	cinq		le quart
	quatre		le cinquième
	deux		le dixième
	un		le vingtième

Si on veut évaluer une certaine quantité d'aunes de marchandiſe, à raiſon de dix ſols l'aune ou la pièce, il eſt évident, par la Table ci-deſſus, que dix ſols ſont la moitié de vingt ſols que contient la livre; par cette raiſon il faudra prendre la moitié de la quantité des aunes de cette marchandiſe, & cette moitié ſera priſe pour des livres; mais ſi le nombre eſt impair, le ſurplus de ce nombre ſera pris pour une moitié, qui vaudra dix ſols.

Par exemple, on veut ſçavoir combien valent vingt-cinq aunes d'étoffe à quatre livres dix ſols; il faut multiplier les vingt-cinq aunes par les quatre livres, & enſuite il faut prendre pour les dix ſols la moitié de vingt-cinq, qui eſt douze livres dix ſols, qu'il faut joindre avec le produit des livres, & vous aurez au produit total la ſomme de cent douze livres dix ſols, pour leſdites vingt-cinq aunes, à quatre livres dix ſols.

Quand il faudra multiplier par cinq ſols, on prendra le quart de la ſomme à multiplier; ſi c'eſt par quatre ſols, on prendra le cinquième, & le reſte comme à la Table ci-devant.

Table des parties aliquotes de 24 & 12 deniers.

Pour ſix deniers, il faut prendre le quart du dixième du nombre à multiplier, & la moitié du reſte.

Pour quatre deniers, il faut prendre le ſixième, & le tiers du reſte.

Pour trois deniers, il faut prendre le huitième du dixième, & le quart du reſte.

Pour deux deniers, il faut faire comme pour quatre deniers, & du produit en prendre la moitié.

Pour un denier, il faudra faire comme pour quatre deniers, & du produit en prendre le quart.

Vous remarquerez que quand on dit qu'il faut prendre le quart pour ſix deniers, & le ſixième pour

quatre, c'eſt abaiſſer le produit de la Multiplication d'un degré à l'égard du degré d'où ce produit eſt tiré, qui eſt la même choſe que ce que nous appellons dans notre Arithmétique à la plume, retrancher une figure du nombre à multiplier pour en avoir le dixième : Et cette partie aliquote de quart ou de ſixième étant tirée du dixième à l'égard de vingt-quatre deniers pour avoir des livres, il faudra tirer du reſte la moitié ou le tiers, &c. à l'égard de douze deniers pour avoir des ſols & des deniers.

Pour les parties aliquantes de vingt ſols, comme quand il ſe trouve dix-ſept ſols, &c. ou pour celles de douze deniers, comme quand il ſe trouve neuf deniers, &c. il faut toujours les ſéparer en parties aliquotes ; par exemple, dix-ſept ſols doivent être ſéparés en premier lieu par dix ſols, enſuite par cinq ſols, & enfin par deux ſols ; & neuf deniers doivent être auſſi ſéparés d'abord en ſix, & enſuite en trois ; & ſi toutes ces parties aliquotes, après avoir été ſéparées ſont rejointes enſemble, elles doivent faire un produit total, ſemblable à celui qu'elles avoient avant leur ſéparation.

Ceux qui auront beſoin d'une plus ample explication de ces Tables, auront recours à notre Arithmétique, avec laquelle ils opéreront par les Jetons comme avec la plume.

Utilité de la Multiplication.

L'utilité qu'on retire de cette Règle eſt, qu'on réduit, quand il eſt néceſſaire, une grande eſpèce en une petite. Par exemple, ſi on veut réduire des livres en ſols, il faut les multiplier par vingt ſols, ou bien poſer deux fois le nombre des ſols à réduire, & y ajouter un Jeton au bas de l'échelle, & la ſomme que cela produira ſera réduite en ſols.

Si ce ſont des ſols qu'il faut réduire en deniers,

il faut les multiplier par douze deniers, & leur produit donnera des deniers, ou bien poser deux fois le nombre des sols à réduire sur le même degré, & de plus poser encore une fois ce même nombre sur un degré plus haut; & ensuite faisant la numération, on aura la somme des deniers qu'on desire avoir.

Toutes les autres réductions qu'il faudra faire par augmentation ou par multiplication, se feront de la même manière, qui vient d'être expliquée dans l'article précédent.

Si on veut sçavoir combien valent trente huit pistoles d'Italie, à neuf livres douze sols chacune, il faut se servir de la Multiplication, & multiplier lesdites trente-huit pistoles par neuf livres douze sols; le produit de la Multiplication donnera la somme de trois cent soixante-quatre livres seize sols.

Il faudra faire la même chose, si ce sont des aunes de marchandises, au lieu de pistoles; ainsi des autres.

Cette Règle de Multiplication sert encore pour tirer le sol pour livre, plus ou moins. Par exemple, si on veut prendre un sol huit deniers pour livre sur cinq mille six cent soixante-dix-huit, il faut multiplier cette somme par un sol huit deniers, suivant toujours l'ordre de multiplier, comme il vient d'être enseigné.

Enfin, cette Règle sert à toutes sortes d'évaluations tant pour les pièces de monnoie, que pour les poids & mesures, &c.

quatre, c'est abaisser l…
tion d'un…

DE LA DIVISION.

Quatrième Règle.

Définition. Diviser un nombre, c'est le séparer *en autant de parties* égales qu'il y a d'unités au *diviseur.*

ON *propose* de diviser un nombre par un autre ; *sçavoir 72* par 6, le quotient de cette division *donnera 12*, qui fait connoître que dans le nombre *72, il y a* six fois 12, & par conséquent autant de *fois 12* qu'il y a d'unités dans le diviseur 6.

Pour faire cette Règle avec les Jetons, il faut placer l'échelle de Numération, comme il a été pratiqué aux Règles précédentes, & mettre le nombre à diviser à main gauche, suivant le rang qu'il doit tenir selon l'ordre de ladite échelle, & proposer le diviseur, qu'on écrira à part, ou qu'on retiendra dans sa mémoire.

On mettra toujours le produit de la Division qu'on nomme quotient, à la main droite de l'échelle.

Par exemple, on veut diviser IIIM IXC XX, il faut les poser comme vous voyez à l'exemple de la Figure XIII.

La position étant faite, il faut commencer à diviser par les Jetons qui sont posés au plus haut degré de l'échelle, qui expriment le nombre proposé.

Dans la pratique de cette Règle, il faut remarquer, pour principe général, que tous les Jetons, sur quelque degré de l'échelle qu'ils soient posés, excepté sur celui du nombre, qui n'a plus de degré au-dessous de lui, sont autant de dixaines à l'égard des Nombres ou Jetons qui sont le plus près & au-dessous d'eux, comme cela se peut remarquer à la

Exemple,

Exemple. *XIII. Figure.*

IIIM IXC XX. à diviſer par XXXV.

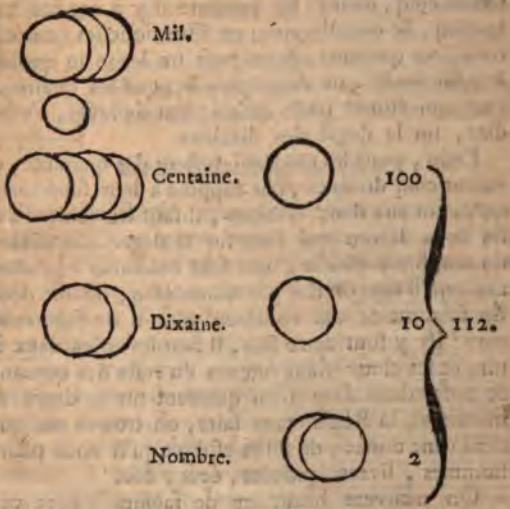


Figure XIII. où les trois Jetons qui ſont poſés ſur le rang des milles, valent par cette raiſon trois dixaines ou trente, qu'on lève d'abord, & enſuite le Jeton qui eſt deſſous leſdits trois Jetons, qui vaut cinq, cela fait donc enſemble trente-cinq, qu'il faut diverſer par trente-cinq : On dira en trente-cinq combien de fois eſt contenu le diviſeur trente-cinq ;

on remarque qu'il n'y eſt qu'une fois ; il faut poſer à main droite un Jeton pour quotient au degré inférieur où les cinq Jetons qu'on vient de lever étoient, c'eſt-à-dire ſur le rang des centaines. Il faut enſuite venir aux quatre Jetons qui ſont ſur le degré des centaines, qui valent quarante, par rapport à ſon degré inférieur, qu'il faut diviſer par le diviſeur trente-cinq, diſant : En quarante il y a une fois trente-cinq, & cinq de plus ; on lève donc les quatre Jetons, ou quarante, & on poſe un Jeton au quotient à main droite, un degré plus bas que les quatre Jetons qui étoient poſés qu'on vient de lever, c'eſt-à-dire, ſur le degré des dixaines.

Enfin, pour les cinq qui reſtent des quarante, qui valent cinq dixaines, par rapport à leur ſupériorité, qu'ils ont aux deux dixaines, il faut les joindre avec les deux Jetons qui ſont ſur le degré des dixaines du nombre à diviſer, qui font enſemble ſept dixaines, qu'il faut diviſer par trente-cinq ; on dit donc : En ſoixante & dix combien y a-t-il de fois trente-cinq ? Ils y ſont deux fois, il faut lever les deux Jetons & les cinq reſtans retenus du reſte des quarante, & poſer deux Jetons au quotient ſur le degré des nombres ; la Règle étant faite, on trouve au quotient cent douze, de telles eſpèces qu'il vous plaira, hommes, livres, piſtoles, écus, &c.

On trouvera beaucoup de facilité à faire cette Règle, quand on aura bien compris la valeur des Jetons, comme il vient d'être expliqué dans la Règle précédente ; la principale choſe qu'il faut faire, c'eſt de lever votre diviſeur, du nombre à diviſer autant de fois qu'il pourra l'être, & de poſer ce nombre de fois ſur le degré du dernier caractère du diviſeur, comme vous voyez à la Règle ci-deſſus. Ce qu'il faudra obſerver dans toutes les autres opérations pour la poſition du quotient à l'égard du diviſeur.

Il reſte aſſez ſouvent à la fin des Diviſions quel-

que nombre des livres, qu'il faut réduire en ſols, en ſe ſervant des Règles de réduction, qui ont été données ci-devant, & ce nombre de ſols reſtans doit être diviſé par le même diviſeur qui a diviſé les livres, & le quotient donnera des ſols.

Et s'il reſte des ſols à la fin de la Diviſion des ſols, il faudra les réduire en deniers, en les multipliant par douze, & leur produit le diviſer par le même diviſeur, qui a diviſé les livres. Si après cette réduction, il reſte encore quelque nombre de deniers qui ne ſe puiſſe diviſer, ce ſera une fraction; cela eſt expliqué fort clairement dans l'Arithmétique à la plume.

Utilité de la Diviſion.

Par cette Règle, on peut connoître quelle quantité il faut d'une petite eſpèce pour en faire une plus grande; c'eſt ce qui eſt nommé réduction: Par exemple, on veut réduire deux cens cinquante-deux deniers en ſols, il faut les diviſer par douze deniers, le quotient donnera vingt-un ſols.

Cela ſe peut faire encore autrement: il n'y a qu'à prendre le tiers du quart deſdites deux cens cinquante-deux deniers, & on aura pareillement vingt-un ſols.

Si on veut réduire des ſols en livres, il faut prendre la moitié du total des ſols, à la réſerve de ce qui eſt devant le Jeton de l'Arbre qui repréſente le nombre des livres ſelon le lieu auquel elles ſe rencontreront, & à ces livres il faudra joindre les ſols qui ſeront vis-à-vis du Jeton de l'Arbre qui repréſente le nombre.

Il faudra faire la même choſe quand on voudra réduire de petites eſpèces en de plus grandes, comme ſi on veut réduire des pouces en pieds, il faudra diviſer par douze; des pieds en toiſes, par ſix, &c.

Pour ce qui concerne toutes les autres Règles d'Arithmétique, comme la Règle de Trois ſimple

ou composée, la Règle de Société, & quelques autres qui dépendent de l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division, elles se feront par le moyen de toutes les Règles qui ont été enseignées ci devant.

Par exemple, dans une Règle de Trois, si on disoit, si trente-deux hommes gagnent soixante-huit livres, on veut sçavoir combien quatre-vingt en gagneront, il faudra multiplier les quatre-vingt par soixante-huit, le produit donnera cinq mille quatre cens quarante, qui étant divisés par trente-deux, il viendra cent soixante-dix pour le gain des quatre-vingt hommes, ainsi des autres.

Si dans le premier terme il y avoit une fraction, comme au nombre trente-deux, s'il y avoit un demi, il faudroit doubler les trente-deux, & y ajouter un, le tout feroit soixante-cinq demi; il faudroit aussi doubler les quatre-vingt, qui feront cent soixante; ensuite de quoi faire la Règle comme elle l'a été ci-dessus.

Enfin, il est bon de remarquer que dans toutes les manières, dont on s'est servi pour faire les Règles d'Addition, Soustraction, Multiplication & Division avec les Jetons, il y a une parfaite conformité avec celles qui se font avec la plume, comme on le peut voir dans le Traité d'Arithmétique qui précéde celui des Jetons, où toutes les maximes y sont semblables, & dont on peut facilement s'éclaircir, en cas de doute; & je dirai, en finissant ce Traité, que quoiqu'il paroisse succint & abregé, il n'a pas donné moins de peine à le mettre dans l'état où vous le voyez, que s'il avoit été plus ample; parce que dans son racourci j'y ai mis toutes les explications qui auroient été nécessaires dans le contenu d'un plus grand volume.

F I N.